

高次リスク回避と高次リスク回避度*

小 川 一 仁[†]
尾 崎 祐 介^{††}
後 藤 達 也^{††}

概 要

本論文は高次リスク回避と高次リスク回避度の最近の研究成果を概観して、今後の研究展望について議論することを目的としている。最初にリスク回避とリスク回避度を概観する。そして、理論と実証の両面から高次リスク回避と高次リスク回避度の背景について考える。最後に高次リスク回避と高次リスク回避度を取り上げる。

JEL 分類番号：C91, D81, G11

キーワード：期待効用, 高次リスク回避, 高次リスク回避度, 実験

1. はじめに

リスクと不確実性の経済学において、(ノイマン-モルゲンシュタイン型) 効用関数の凹性とその度合いによって表されるリスク回避とリスク回避度はもっとも重要な概念の一つである。¹⁾ しかし、今までの理論と実証の蓄積によって、リスク回避とリスク回避度だけでは分析道具として十分ではないことが明らかにされている。それらが示唆するのは、効用関数の高次微分、またその度合いによって表される高次リスク回避と高次リスク回避

† 関西大学 社会学部

†† 大阪産業大学 経済学部

草稿提出日 1月6日

最終原稿提出日 2月27日

※ 本論文は平成23年度大阪産業大学大学間連携研究組織として研究支援を受けている。記して、ここに感謝する。匿名の査読者より有益なコメントをいただいた。当然であるが、本論文に残る誤りは筆者の責任である。

1) 最近の文献では、リスクは確率で表現される状況、不確実性は確率で表現できない状況を示す用語として用いられる。しかし、本論文では確率によって表現される状況のみを対象としているので、リスクと不確実性の区別はせず、両方とも確率で表現される状況を示す用語として用いる。また、本論文の考察は期待効用に基づいている。

度の必要性である。経済学は実験ができない学問とされてきたが、カーネマンとスミスに対するノーベル経済学賞などで分かるように、現在の経済学では実験は標準的な分析手法になっている。これはリスクと不確実性の経済学においても例外ではない。当然、これは高次リスク回避と高次リスク回避度も例外ではなく、多くの実験が行われている。本論文では、リスク回避とリスク回避度から始めて、高次リスク回避と高次リスク回避度の最近の研究成果について概観するとともに、今後の研究展望について考える。²⁾

リスク回避はダニエル・ベルヌーイによるサントペテルブルグの逆説まで遡ることができる。ベルヌーイは単なる期待値ではなく、対数関数を用いて評価することで逆説が回避できることを示した。リスク回避とリスク回避度の現代的な分析は、1960年代から1970年代前半に行われた。その後、1980年代後半から1990年代にかけて、意思決定者が制御できないバックグラウンドリスクの理論的な分析が進み、その分析で高次リスク回避、高次リスク回避度が重要な役割を果たすことが明らかになった。一方、資産市場の実証分析においても、リスクを分散として捉えるだけでは十分でなく、歪度や尖度といった高次積率も考慮すべきという問題意識は古くからあった。最近では、Fama and French (1992) のスリーファクターモデルに動機付けられた分析も行われている。また、リーマンショックなどの手痛い経験により、リスクについてより包括的に分析することが求められている。リスクやリスク回避度を特徴付けるリスク増加は平均保存拡散という方法で行われる。高次リスクはこれを一般化した方法で行われるので、高次リスクは高次積率と密接な関係を持っている。

最近の高次リスク回避の研究は、実験への応用を意識してより直観的に簡単に特徴付けることが求められている。このような研究の代表として、Eeckhoudt and Schlesinger (2006) を取り上げる。また、その枠組みを用いた最近の実験についても概観する。その後、高次リスク回避度の最近の研究について取り上げ、実験の現状について述べる。

本論文の構成は以下である。次節でリスク回避とリスク回避度について概観する。三節で、高次リスク回避と高次リスク回避度の背景にある理論と実証の蓄積を議論する。四節で高次リスク回避、五節で高次リスク回避度を取り上げる。六節は本論文のまとめである。

2. リスク回避とリスク回避度

本論文では、意思決定者は期待効用理論に従うとする。意思決定者には初期富 x が与えられていて、有界な台 $[a, b]$ 上で定義される分布関数 F を持つ確率変数 \tilde{x} で表される不確

2) Eeckhoudt and Schlesinger (2012) は同様の問題意識でより包括的な考察をしている。本論文は実験、特に高次リスク回避度の実験への応用を念頭に置いていることが違いである。

実な富に直面している。³⁾ 期待効用に従う意思決定者は、この状況を

$$E[u(w+\tilde{x})] = \int_a^b u(w+x)dF(x)$$

と評価する。ただし、(ノイマン-モルゲンシュタイン) 効用関数 u は増加関数、また、分析に必要な任意の高次微分が存在すると仮定する。意思決定者がリスク回避的であるとは、期待値が零となる全てのノイズリスクを嫌うことと定義される。⁴⁾ これは、 $E[\tilde{x}] = 0$ に対して

$$E[u(w+\tilde{x})] \leq u(w)$$

が成立することである。ジェンセンの不等式より、リスク回避は効用関数の凹性、つまり $u'' \leq 0$ と同値であることが分かる。

次に、意思決定者のリスク回避の度合いを表すリスク回避度について考察する。リスク回避度の特徴付けとして、特定の問題を離れた一般的な状況と特定の問題による二種類の方法がある。本論文では、前者を選択理論的な特徴付け、後者を行動的特徴付けと呼ぶことにする。最初に、リスクプレミアムによる選択理論的特徴付けを考察する。リスクプレミアムは、意思決定者がノイズリスクを避けるために支払える最大の金額として定義され、 π で表記することにする。つまり、 $E[\tilde{x}] = 0$ に対して

$$E[u(w+\tilde{x})] = u(w-\pi)$$

を満たす π で定義される。効用関数 u に依存することを明示する場合、 $\pi(u)$ と表記する。リスク回避度の特徴付ける方法として、リスクプレミアムを比較する方法がある。つまり、 $\pi(u) \leq \pi(v)$ の時、効用関数 v は u よりもリスク回避的であると言う。この同値条件は

$$-\frac{u''(x)}{u'(x)} \leq -\frac{v''(x)}{v'(x)}, x \in [w+a, w+b]$$

で与えられる。最初に、この特徴付けを行ったのは、Arrow (1971) と Pratt (1964) なので、Arrow-Pratt のリスク回避度と呼ばれる。⁵⁾

3) 分析の簡単化のため、この後に出てくる全ての分布関数は有界な台 $[a, b]$ 上で定義されると仮定する。

4) ノイズリスクで定義したリスク回避は弱い意味でのリスク回避、リスク増加で定義したリスク回避は強い意味でのリスク回避と呼ばれる。しかし、期待効用ではどちらも効用関数の凹性で特徴付けられるので、本論文では前者の定義を採用した。

5) 絶対的リスク回避度と呼ばれる。 $-xu''(x)/u'(x)$ で定義される相対的リスク回避度もある。本論文の場合、絶対的リスク回避度だけが登場するので、単にリスク回避度と呼ぶことにする。

次にポートフォリオ選択による行動的特徴付けを行う。一種類のリスク資産と一種類の無リスク資産の二種類の資産に対するポートフォリオ選択を考える。確率変数 \tilde{x} はリスク資産に対する超過収益率とする。また、無リスク資産の純収益率は零に基準化する。最適ポートフォリオを有界で正の値にするため、 $a < 0 < b$ と $E[\tilde{x}] > 0$ を仮定する。意思決定者の直面するポートフォリオ問題は

$$\max_{\alpha} E[u(w + \alpha\tilde{x})]$$

である。一階条件は

$$E[\tilde{x}u'(w + \alpha^*\tilde{x})] = 0$$

で与えられる。リスク回避的であることから二階条件も満たしていることが分かるので、上の式が最適ポートフォリオを特徴付けていることが分かる。効用関数 u の最適ポートフォリオであることを明示する場合、 $\alpha(u)$ と表記する。リスク回避度を比較する方法として、最適ポートフォリオを比較する方法がある。つまり、 $\alpha(v) \leq \alpha(u)$ の時、効用関数 v は u よりもリスク回避的であると言う。Arrow (1971) と Pratt (1964) で示されているように、この場合も先ほどと同様に Arrow-Pratt のリスク回避度での特徴付けが可能である。このポートフォリオ問題は確率変数 \tilde{x} の解釈によって他の問題と見なすことができる。以下のような例を挙げるができる。

- ・ 確率変数 \tilde{x} を販売価格とすれば、不確実性下での企業の最適生産の問題、
- ・ 損失とすれば、被保険者の共同保険 (coinsurance) の最適購入の問題。

では、意思決定者間の比較は Arrow-Pratt のリスク回避度で十分なのだろうか。初期富に不確実性がある場合は Arrow-Pratt のリスク回避度だけでは十分でないことが知られている。Ross (1981) に従って、意思決定者が不確実な初期富に直面している場合のリスクプレミアムを以下で定義する：

$$E[u(\tilde{w} + \tilde{x})] = u(x - \pi)。$$

ただし、 $E[\tilde{x} | \tilde{w}] = 0$ 。リスクプレミアムの比較によって、リスク回避度を特徴付けると、以下が同値条件になる：

$$\pi(u) \leq \pi(v) \Leftrightarrow -\frac{u''(y)}{u'(x)} \leq -\frac{v''(y)}{v'(x)}, \forall x, y \in [w+a, w+b]。$$

リスクプレミアムと同様にポートフォリオによる特徴付けも同様に行うことができる。こ

これは Ross のリスク回避度と呼ばれている。 $a < 0 < b$ と $E[\tilde{x}|\tilde{w}] > 0$ として、意思決定者の最適ポートフォリオ問題を

$$\max_{\alpha} E[u(\tilde{w} + \alpha\tilde{x})]$$

で定式化する。Machina and Neilson (1987) で示されているように、ポートフォリオの比較によるリスク回避度の特徴付けは Ross のリスク回避度で行うことができる。

次節の前に、本論文で使う用語について述べておく。本論文ではリスク回避は効用関数の凹性、つまり、二階微分が負であることを意味する。一方、リスク回避度は効用関数の凹性の度合いで特徴付けられる。高次リスクと高次リスク回避度についても同様とする。高次リスク回避は効用関数の高次微分の符号を意味し、高次リスク回避度はその度合いを意味するものとして用いる。

3. 高次リスク回避と高次リスク回避度の必要性

近年、高次リスク回避と高次リスク回避度を分析した多くの研究がある。本節ではその背景について実証と理論の観点から説明するのが目的である。

3-1. 資産価格の実証研究

ファイナンス分野における初期の重要な研究として、Markowitz (1952) による最適ポートフォリオ理論がある。最適ポートフォリオ理論では、投資家の選好は平均と分散によって記述されると想定された。そのため、平均分散理論と呼ばれることも多い。Markowitz (1952) は、最適ポートフォリオを（ポートフォリオの収益率の）平均を制約式として、分散を最小化する最適化問題として定式化した。この種の問題は、数理計画法の分野では二次計画法として知られている。Sharpe (1964) は、この最適ポートフォリオ理論に基づいて、資本資産価格モデル（CAPM, Capital Asset Pricing Model）と呼ばれる資産市場の分析を行った。資本資産価格モデルにおいて、一定の仮定の下で、リスク資産の期待収益率が資産市場の均衡で以下の条件を満たす：

$$E[\tilde{r}_i] - r_f = \beta_i \left(E[\tilde{r}_m] - r_f \right).$$

ここで、 \tilde{r}_i , \tilde{r}_M そして r_f はそれぞれ、個別のリスク資産、市場ポートフォリオ、そして無

リスク資産の収益率を表している。⁶⁾ また、 $\beta_i = \text{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_M) / \text{var}(\tilde{r}_M)$ で与えられる。換言すれば、資本資産価格モデルは個別のリスク資産は資産市場全体との関係で評価されることを主張している。しかし、現在では素朴な意味での資本資産価格モデルは成立していないとする考え方が支配的になっている。また、その説明力も十分ではない。こうした背景から、Fama and French (1992) は、市場ポートフォリオに加えて、企業規模と簿価時価比率を加えたモデルを提案した。これは、現在の資産価格の実証分析の基準となるモデルである。しかし、Fama and French (1992) のモデルでは、どうして企業規模と簿価時価比率がリスク資産の評価に影響を与えるのかは明らかではない。Fama and French (1992) の背後にある理論を説明する試みは色々行われてきたが、その一つが歪度や尖度といった高次積率を説明変数と加える方法である。(例えば、Chung et al. (2006), Dittmar (2002), Harvey and Siddique (2000), など。) これらの高次積率によって、高次リスク回避や高次リスク回避度は特徴付けられる。これが、高次リスク回避や高次リスク回避度の分析の背景の一つである。

平均分散理論はリスク資産の収益率が平均と分散の二つの統計量で完全に記述されると仮定している。そのような理論分布として正規分布が知られているが、収益率が正規分布に従わないことがよく知られている。特に、歪度や尖度など分布の裾に関連した高次積率が正規分布と異なることが知られている。Taleb (2007) は、稀に起こる資産価格の急激な変化をブラックスワンに例えて、リーマンショックを念頭に置いてその重要性について明らかにした。これも高次リスク回避や高次リスク回避度の研究の背景にあると考えられる。

3-2. バックグラウンドリスクの理論研究

不確実性下での意思決定において、意思決定者が制御できない不確実性はバックグラウンドリスクと呼ばれる。本節では、説明を分かりやすくするために、無リスク資産とリスク資産の二種類の資産に対する最適ポートフォリオ問題に基づいて分析を行う。バックグラウンドリスクを確率変数 $\tilde{\varepsilon}$ で表すと、最適ポートフォリオ問題は以下となる：

$$\max_{\alpha} E[u(w + \tilde{\varepsilon} + \alpha \tilde{x})]$$

となる。任意の確率変数は期待値とノイズリスクに分けることができるので、ここでは一般性を失うことなく、バックグラウンドリスクはノイズリスクとする。Weil (1992) はバツ

6) 前節と同様にチルダ (\sim) は確率変数を表している。

クグラウンドリスクを資産市場で取引できない人的資本のリスクと解釈して、バックグラウンドリスクの存在がリスク資産の価格を下げる条件を導出した。⁷⁾ Mehra and Prescott (1985) によって最初に指摘されたように、消費に基づいた資産価格モデルによって推計されたリスクプレミアムは、実際に観察されるリスクプレミアムと比較して低すぎるということが知られている。リスク資産の価格が下がると、リスクプレミアムは上がるので、Weil (1992) の結果はバックグラウンドリスクの存在が Mehra and Prescott (1985) が指摘した実証結果の解決に寄与すると考えられる。

バックグラウンドリスクの存在により、意思決定者はリスク資産の購入額を減少させると考えるのが直観的である。しかし、バックグラウンドリスクの影響を分析してみると、この最適ポートフォリオも含めて、多くの意思決定問題で直観的な比較静学の結果を得られない。そのため、直観的な比較静学の結果を保証する選好の条件について様々な分析が行われてきた。分析の結果、それらは高次リスク回避や高次リスク回避度と関連していることが分かってきた。これも、高次リスク回避や高次リスク回避度を分析する一つの背景である。

4. 高次リスク回避

最初に高次リスクの特徴付けを行った Ekern (1980) を概観する。分布関数 $F^1(x) = F(x)$ として、

$$F^i(x) = \int_a^x F^{i-1}(t) dt, i=1, 2, \dots$$

と定義する。Ekern (1980) は N 次リスク増加を以下で定義した。

分布関数 G が F の N 次リスク増加であるとは、以下の二条件を満たすことである。

$$F^N(x) \leq G^N(x), \forall x \in [a, b]$$

$$F^i(b) = G^i(b), i=1, 2, \dots, N。$$

効用関数 u が $(-1)^{n+1} u^n \geq 0$ を満たす場合、分布関数 F を持つ確率変数は G よりも選好される、つまり、

7) 無リスク資産とリスク資産の二種類で成立している資産市場は、二基金分離定理が成立していることを暗に仮定している。そのため、リスク資産は市場ポートフォリオと見なすことができる。

$$\int_a^b u(w+x)dG(x) \leq \int_a^b u(w+x)dF(x)$$

となる。⁸⁾ この条件は Rothschild and Stiglitz (1970) のリスク増加, Menezes *et al.* (1980) の下方リスク増加の一般化と見ることができ。しかし, この条件から直観的に N 次リスク増加を想像することは難しい。特に, 近年の実験研究の重要性を考えると, 直観的な理解は重要である。

このような流れを受けて, Eeckhoudt and Schlesinger (2006) はより直観的な枠組みで高次リスク回避を特徴付けることに成功した。彼らは, 確実な損失とノイズリスクの二つを系統的に組み合わせることによる特徴付けを提案した。ここでは, 三次リスク回避 ($u''' \geq 0$) と四次リスク回避 ($u^4 \leq 0$) の特徴付けを取り上げる。効用関数は増加かつ凹であることから以下が成立することが分かる:

$$u(w-k) \leq u(w)$$

$$E[u(w+\tilde{\varepsilon})] \leq u(w),$$

ただし, $k \geq 0$, $E[\tilde{\varepsilon}] = 0$ とする。この設定で三次リスク回避は以下のように特徴付けられる。意思決定者は以下の状況に直面している: 損失 k が起きる, または, 損失が起きない。これらの状態が実現する確率は共に50%である。これを $[w, 0.5; w-k, 0.5]$ と表記する。どちらか一方の状態に対してノイズリスクを引き受けなければならないとしたら, どちらが好ましいだろうか。これは効用関数の三次微分で決まる。意思決定者が三次リスク回避の場合は, 損失が起きない状態でノイズリスクを引き受けることが好ましい。つまり, 以下が成立する:

$$u''' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}u(w) + \frac{1}{2}E[u(w-k+\tilde{\varepsilon})] \leq \frac{1}{2}u(w-k) + \frac{1}{2}E[u(w+\tilde{\varepsilon})].$$

これは Friedman and Savage (1948) が提案した効用プレミアムの考え方を使って証明された。ここでは, 証明の詳細に立ち入らずに, この組み合わせの直観的な理解を与える。損失が起きない状態は損失が起きる状態よりも意思決定者にとって好ましい。また, ノイズリスクは意思決定者にとって好ましくない。これを踏まえると, 意思決定者は, 好ましくないノイズリスクを好ましい状態と好ましくない状態のどちらに追加するのかという選

8) 上付きの数字は微分を表すとす。つまり, u^n は n 階微分を表す。

択に直面していると換言できる。三次リスク回避の場合は、好ましくないノイズリスクは好ましい状態に追加するほうが良い。Eeckhoudt and Schlesinger (2006) は、このような組み合わせを繰り返し適用することで、効用関数の全ての高次微分の符号が特徴付けられることを示した。四次リスク回避も同様の特徴付けが行われる。意思決定者が最初に直面する状況は $[w, 0.5; w + \tilde{\varepsilon}_1, 0.5]$ である。追加的なノイズリスク $\tilde{\varepsilon}_2$ はどちらの状態で引き受けるべきだろうか。四次リスク回避的な意思決定者はノイズリスク $\tilde{\varepsilon}_1$ が起きない好ましい状態で引き受けるほうが良い。つまり、

$$u^4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}u(w) + \frac{1}{2}E[u(w + \tilde{\varepsilon}_1 + \tilde{\varepsilon}_2)] \leq \frac{1}{2}E[u(w + \tilde{\varepsilon}_1)] + \frac{1}{2}E[u(w + \tilde{\varepsilon}_2)].$$

最後に Eeckhoudt and Schlesinger (2006) を含めて最近の高次リスク回避の議論に若干の補足をする。アレの反例やエルスバークのパラドックスなど古典的な観察からも分かるように、期待効用は記述的な意思決定理論としては問題があることはよく知られている。しかし、本論文も含めて多くの論文では期待効用の範囲で高次リスク回避を検討している。これについて二つのコメントをしておく。1. Eeckhoudt and Schlesinger (2006) では最初に高次リスクについて一般的に定義して、期待効用の範囲で分析することで高次リスク回避と関連付けている。そのため、高次リスクの定義自体は期待効用とは無関係である。2. ほとんどの高次リスク回避の特徴付けは期待効用の範囲で行われている。そのため、実験などでの含意も期待効用に限られるのが現状である。しかし、最近では非期待効用での高次リスク回避の特徴付けも進められており、今後の研究の一つの方向性と考えられる。（例えば、Baillon et al. (2013) など。）

Eeckhoudt and Schlesinger (2006) に基づいた高次リスク回避の実験について概観する。この枠組みでの最初の実験は、Deck and Schlesinger (2010) によって行われた。彼らは実験により三次リスク回避は満たしているが、四次リスク回避は満たされていないことを確認した。また、Tversky and Kahneman (1992) の累積プロスペクト理論が実験結果に対して当てはまりが良いことも確認した。同様の枠組みを用いた実験として、Ebert and Wiesen (2011) が挙げられる。その他にも、多くのワーキングペーパーが存在している。三次リスク回避については多くの実験で支持されているが、四次リスク回避については様々な実験結果が混在しているのが現状である。

5. 高次リスク回避度

高次リスク回避度は Ekern (1980) の提案した n 次リスク増加を用いて行われる。前節と同様に、分布関数 G が F の n 次リスク増加であるとする。高次リスク回避度を特徴付ける方法として、選択理論の特徴付けとしてはリスクプレミアムによる方法と行動的特徴付けとしては比較静学による方法がある。最初に、リスクプレミアムによる方法を考察する。効用関数 $(-1)^{n+1} u^n \geq 0$ を満たしている場合、

$$\int_a^b u(w+x) dG(x) \leq \int_a^b u(w+x) dF(x)$$

となる。ここで、上式を等号にする金額を n 次リスクプレミアム π_n として定義する。つまり、

$$\int_a^b u(w+\pi_n+x) dG(x) = \int_a^b u(w+x) dF(x)。$$

リスクプレミアムの場合と同様に効用関数 u に依存することを明示する場合、 $\pi_n(u)$ と表記する。この時、以下の関係が成立する：

$$\pi_n(u) \leq \pi_n(v) \Leftrightarrow -\frac{u^n(y)}{u'(x)} \leq -\frac{v^n(y)}{v'(x)}, \forall x, y \in [w+a, w+b]。$$

これは Ross のリスク回避度の一般化になっていることが分かる。これは、Li (2009) と Denuit and Eeckhoudt (2010) によって行われた。

意思決定者が以下の最適化問題に直面しているとしよう：

$$\max_{t \in [0,1]} \int_a^b u(w+x-c(t)) d(tF+(1-t)G)。$$

ただし、費用関数 c は増加凸関数で、 $\lim_{t \rightarrow 0} c'(0) \rightarrow 0$ と $\lim_{t \rightarrow 1} c'(t) \rightarrow \infty$ を満たしている。つまり、内点解を保証する。先ほどと同様に、効用関数 $(-1)^{n+1} u^n \geq 0$ を満たし、分布関数 G が F の n 次リスク増加とする。この定式化から、 t の増加は相異なる二つの役割を果たすことが分かる。一つは費用の増加、もう一つはより好ましい分布へのシフトである。意思決定者は限界費用と限界便益の等しくなるよう t を決めるのが最適となる。ここで、効用関数 u に依存することを明示する場合は $t(u)$ と表記する。Jindapon and Neilson (2007) は最適な t を比較することで、高次リスク回避度が特徴付けられることを示した。つまり、

$$t(u) \leq t(v) \Leftrightarrow -\frac{u^n(y)}{u'(x)} \leq -\frac{v^n(y)}{v'(x)}, \forall x, y \in [w+a, w+b]$$

高次リスク回避度について二つの補足しておく。一つ目は、二つの特徴付けが共に Ross のリスク回避度の一般化になっていることである。Ross のリスク回避度は、定数 $\lambda > 0$ と減少凸関数 g を用いて、 $v = \lambda u + g$ と特徴付けられることができる。このことから、Ross のリスク回避度が凹変数で特徴付けられる Arrow-Pratt のリスク回避度よりも一般化に適していることが窺える。Denuit and Eeckhoudt (2010) と Jindapon and Neilson (2007) では Arrow-Pratt のリスク回避度を一般化した高次リスク回避度も議論しているが、どちらの特徴付けにも欠点がある。その意味で Arrow-Pratt のリスク回避度の一般化は今後の課題の一つと言える。二つ目は、高次リスク回避度が経済学やファイナンスで登場する意思決定問題に与える含意についてである。Jindapon and Neilson (2007) の最適化問題は、自己防衛として知られる意思決定問題と関係がある。しかし、最適ポートフォリオ問題など多くの実際の意思決定問題において、高次リスク回避度がどのように影響を与えるのかについての十分な分析はされていない。これも今後の研究課題の一つとして考えられる。

現状では、高次リスク回避度の実験はほとんど行なわれていないのが現状である。この理由として二つ挙げる。一つ目は、高次リスク回避と比べると高次リスク回避度がより最近の研究であるという時間的な問題である。高次リスク回避の実験で一定の成果を挙げたこともあり、今後は高次リスク回避度の実験も増えてくると予想される。二つ目は、高次リスク回避度が実際の意思決定問題においてどのような役割を果たすのかについて十分な含意を得られていないことがある。例外として、Ebert and Wiesen (2013) が挙げられる。彼らは Eeckhoudt and Schlesinger (2006) の枠組みに基づき、リスクプレミアムの方法を採用して実験を行った。この実験において、リスクプレミアムを比較してみると、三次リスク回避度がリスク回避度よりも大きいことが観察された。この観察は三次リスク回避度の重要性という点で興味深いだが、理論的な裏付けが弱いという欠点もある。今後は、理論と実験が互いに影響し合いながら発展していくことが望まれる。

6. まとめ

本論文では、高次リスク回避と高次リスク回避度の最近の研究成果について、その背景も含めて概観してきた。本論文で明らかにしたように高次リスク回避については理論、応

用、そして実験のバランスを取って発展してきている。しかし、高次リスク回避度は基礎理論色の濃い研究が発展する一方、応用や実験の研究が手薄になっているのが現状である。そのため、今後はこれらの研究がより進展していくことが必要である。

参考文献

- Arrow, K. J. *Essays in the theory of risk bearing*, Chicago: Markham Publishing, 1971.
- Baillon, A. Prudence (and more) with respect to ambiguity, Working paper, 2013.
Available at <http://www.aurelienbaillon.com/research/>
- Chung, Y. P., H. Johnson, and M. J. Schill. Asset pricing when returns are nonnormal: Fama-French factors versus higher-order systematic comoments, *Journal of Business* 79, 923-940, 2006.
- Deck, C. and H. Schlesinger. Exploring higher order risk effects, *Review of Economic Studies* 77, 1403-1420, 2010.
- Denuit, M. M. and L. Eeckhoudt. Stronger measures of higher-order risk attitudes. *Journal of Economic Theory* 145, 2027-2036, 2010.
- Dittmar, R. F. Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns. *Journal of Finance* 57, 369-403 2002.
- Ebert, S. and D. Wiesen. Testing for prudence and skewness seeking. *Management Science* 57, 1334-1349, 2011.
- Ebert, S. and D. Wiesen. Joint Measurement of Risk Aversion, Prudence, and Temperance. Forthcoming in *Journal of Risk and Uncertainty*, 2013.
- Eeckhoudt, L. and H. Schlesinger. Putting risk in its proper place, *American Economic Review* 96, 280-289, 2006.
- Eeckhoudt, L. and H. Schlesinger. Higher-order risk attitudes. Working Paper, University of Alabama, 2012.
Available at <http://old.cba.ua.edu/~hschlesi/working-papers>
- Ekern, S. Increasing N-th degree risk. *Economics Letters* 6, 329-333, 1980.
- Fama, E. F. and K. R. French. The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance* 47, 427-465, 1992.
- Friedman, M. and L. J. Savage, The utility analysis of choices involving risk, *Journal of Political Economy* 56, 279-304, 1948.
- Harvey, C. R. and A. Siddique. Conditional skewness in asset pricing tests. *Journal of Finance* 55, 1263-1295, 2000.
- Jindapon, P. and W. S. Neilson. Higher-order generalizations of Arrow-Pratt and Ross risk aversion: A comparative statics approach, *Journal of Economic Theory* 136 719-728, 2007.
- Li, J. Comparative higher-degree Ross risk aversion. *Insurance: Mathematics and Economics*

45, 333-336, 2009.

- Machina, M. J. and W. S. Neilson, The Ross characterization of risk aversion: Strengthening and extension, *Econometrica* 55, 1139-1149, 1987.
- Markowitz, H. Portfolio selection, *Journal of Finance* 7, 77-91, 1952.
- Mehra, R. and E. C. Prescott. The equity premium: A puzzle. *Journal of monetary Economics* 15, 145-161, 1985.
- Menezes, C., C. Geiss, and J. Tressler. Increasing downside risk. *American Economic Review* 70, 921-932, 1980.
- Pratt, J. Risk aversion in the small in the large, *Econometrica* 32, 122-136, 1964.
- Ross S, Some stronger measures of risk aversion in the small and in the large with applications, *Econometrica* 49, 621-638, 1981.
- Rothschild, M. and J. E. Stiglitz. Increasing risk: I. A definition. *Journal of Economic Theory* 2, 225-243, 1970.
- Sharpe, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk, *Journal of Finance* 19, 425-442, 1964.
- Taleb, N. N. *The black swan: The impact of the highly improbable*, New York, Random House, 2007.
- Tversky, A. and D. Kahneman. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty, *Journal of Risk and uncertainty* 5, 297-323, 1992.
- Weil, P. Equilibrium asset prices with undiversifiable labor income risk, *Journal of Economic Dynamics and Control* 16, 769-790, 1992.

Higher-order Risk Aversion and its Intensities

OGAWA Kazuhito

OSAKI Yusuke

GOTO Tatsuya

Abstract

This paper surveys recent developments of higher-order risk aversion and its intensities, and examines a direction of their future research. First, we provide a brief review of risk aversion and its intensities. Then, we clarify why explorations of higher-order risk aversion and its intensities, are important and necessary from both theoretical and empirical viewpoints. Finally, current research of them is reviewed, and we give some comments on a direction of future research.

JEL Classification Numbers : C91, D81, G11

Key Words : Expected utility, Higher-order risk aversion,
Intensity of higher-order risk aversion, Experiment