# 『緝古算経』訳注[†]稿（2）

田　村　　　誠[††]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、田村　誠

馬場　理恵子、張替　俊夫

# Translation and Annotation of "Continuation of Ancient Mathematics （緝古算経）" Vol. 2

TAMURA Makoto

**Abstract**

"Continuation of Ancient Mathematics（緝古算経）" was written by early Tang dynasty calendarist and mathematician Wang Xiaotong some time after the year 626, and was listed as one of the Ten Computational Canons（算経十書）compiled during Tang dynasty. The aim of our studies is to provide a complete translation and annotation of the book based on a series of our researches on ancient Chinese mathematical books.

This is the second article, in which we treat with the problems 3 to 5.

『緝古算経』は初唐の暦学者であり数学者である王孝通によって626年の少し後に書かれたもので、唐代に編纂された算経十書中の一書である。我々の研究が目的とするのは、我々

---

[†] This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

[††] 大阪産業大学 全学教育機構 高等教育センター 教授

草 稿 提 出 日　3月1日
最終原稿提出日　3月7日

の一連の中国古算書研究を踏まえ、同書に完全な訳と注を与えることにある。

本論文はその第２号であり、算題［三］～［五］について扱う。

算題［三］もまた、３つの問題からなっている。そこで、問題および答、３つの問題の術文それぞれの４つの部分に分けて扱うことにする。また、３つ目の術文に付けられた自注もその術文の後に扱う。

［三］假令築隄、西頭上下廣差六丈八尺二寸、東頭上下廣差六尺二寸、東頭高少於西頭高三丈一尺、上廣多東頭高四尺九寸、正袤多於東頭高四百七十六尺九寸。甲縣六千七百二十四人、乙縣一萬六千六百七十七人、丙縣一萬九千四百四十八人、丁縣一萬二千七百八十一人。四縣每人一日穿土九石九斗二升。每人一日築常積一十一尺四寸十三分寸之六。穿方一尺得土八斗。古人負土二斗四升八合、平道行一百九十二步、一日六十二到。今隔山渡水取土。其平道只有一十一步、山斜高三十步、水寬一十二步。上山三當四、下山六當五、水行一當二。平道踟蹰十加一、載輸一十四步。減計一人作功爲均積、四縣共造、一日役畢。今從東頭與甲、其次與乙・丙・丁。問給斜・正袤與及下廣、并每人一日自穿・運・築程功、及隄上下高・廣各幾何。

荅曰、一人一日自穿・運・築程功四尺九寸(二)〈六〉[一]分。

西頭高三丈四尺一寸、上廣八尺、下廣七丈六尺二寸。

東頭高三尺一寸、上廣八尺、下廣一丈四尺二寸、正袤四十八丈、斜袤四十八丈一尺。

甲縣正袤一十九丈二尺、斜袤一十九丈二尺四寸、下廣三丈九尺、高一丈五尺五寸。

乙縣正袤一十四丈四尺、斜袤一十四丈四尺三寸、下廣五丈七尺六寸、高二丈四尺八寸。

丙縣正袤九丈六尺、斜袤九丈六尺二寸、下廣七尺、高三丈一尺。

丁縣正袤四丈八尺、斜袤四丈八尺一寸、下廣七丈六尺二寸、高三丈四尺一寸。

**校訂**：［一］「二」は「六」の誤り。李潢に従い改める。

**訓読**：仮令に隄を築くに、西頭の上下の広の差は六丈八尺二寸、東頭の上下の広の差は六尺二寸、東頭の高は西頭の高より三丈一尺少なく、上広は東頭の高より四尺九寸多く、正袤は東頭の高より四百七十六尺九寸多し(89)。甲県は六千七百二十四人、乙県は一万六千六百七十七人、丙県は一万九千四百四十八人、丁県は一万二千七百八十一

人。四県は人毎に一日土九石九斗二升を穿つ。人毎に一日常積一十一尺四寸十三分寸の六を築く[90]。方一尺を穿てば土八斗を得[91]。古より人土二斗四升八合を負い、平道一百九十二歩を行き、一日にして六十二到す[92]。今山を隔て水を渡り土を取る。其の平道は只だ一十一歩有り、山の斜高は三十歩、水の寛きは一十二歩なり。山を上ぼるに三は四に当り、山を下るに六は五に当り、水を行くに一は二に当る。平道に踟蹰(ちちゅ)するに十に一を加え、載輸は一十四歩[93]。一人の作す功を減計して均積と為し[94]、四県共に造り、一日にして役畢(お)う。今東頭従り甲に与え、其の次に乙・丙・丁に与う。問う、給せる斜・正袤と高及び下広、併びに人毎に一日自ら穿ち・運び・築く程功、及び隄艇の上下の高・広は各おの幾何ぞ[95]。

答に曰う、一人一日自ら穿ち・運び・築く程功は四尺九寸六分。

西頭の高三丈四尺一寸、上広八尺、下広七丈六尺二寸。

東頭の高三尺一寸、上広八尺、下広一丈四尺二寸、正袤四十八丈、斜袤四十八丈一尺。

甲県の正袤一十九丈二尺、斜袤一十九丈二尺四寸、下広三丈九尺、高一丈五尺五寸。

乙県の正袤一十四丈四尺、斜袤一十四丈四尺三寸、下広五丈七尺六寸、高二丈四尺八寸。

丙県の正袤九丈六尺、斜袤九丈六尺二寸、下広七尺、高三丈一尺。

丁県の正袤四丈八尺、斜袤四丈八尺一寸、下広七丈六尺二寸、高三丈四尺一寸。

**注**：(89) 両端が形の異なる等脚台形であるような堤防を作る（図3－1参照）。後の自注［5］で述べられるように、この堤の上部は水平に置かれた等脚台形柱である。鉛直方向の断面が台形で、柱の高の方向が東西である。その下には壍堵（三角柱）が鉛直方向の断面が三角形で、柱の高の方向を南北に変えて置かれ、さらに壍堵の南北の両側に鼈臑（四面体）が付いている形となっている。したがって堤の上面は水平で、その形状は長方形である。東頭端の面の上広を $a$ 寸、下広を $b_1$ 寸、高を $h_1$ 寸とし、西頭端の面の上広を $a$ 寸、下広を $b_2$ 寸、高を $h_2$ 寸とする。上面の東西の長さ（袤）を $l$ 寸とする。ここで挙げられている形状の条件は、寸を単位として

$$b_2-a=682,\quad b_1-a=62,\quad h_2-h_1=310,\quad a-h_1=49,\quad l-h_1=4769$$

となる。

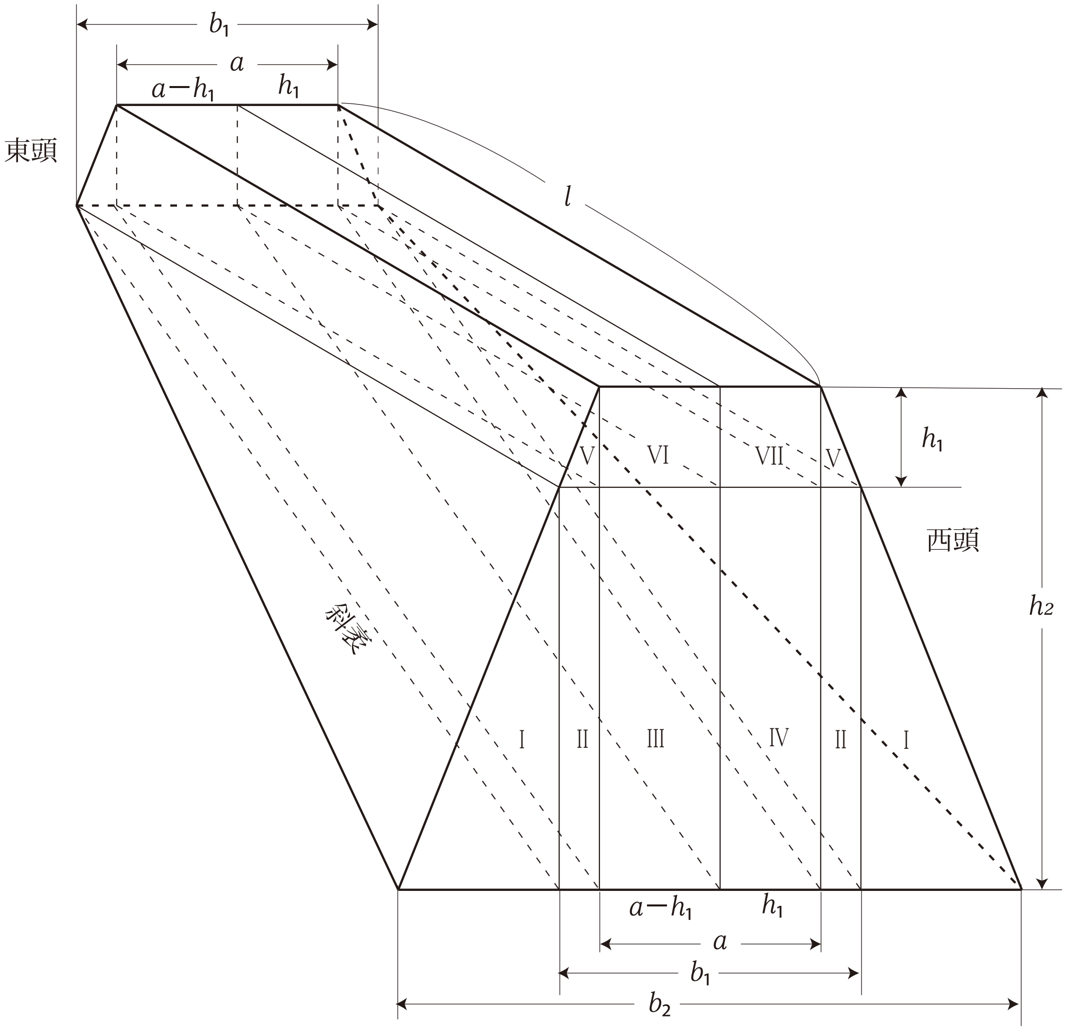


**図３－１**

(90)「常積」は県によらず人ごとに課された定数の体積のこと。ここの「尺」は立方尺の意であるが、「寸」は立方寸ではない。ここでは１尺四方の正方形の上に立つ直方体の高さで体積を表している。したがって「四寸」は0.4立方尺＝400立方寸であり、「十三分寸の六」は $\frac{6}{130}$ 立方尺、よって「一十一尺四寸十三分寸の六」は $11+\frac{4}{10}+\frac{6}{130}=\frac{1488}{130}$ 立方尺のことである。

(91)「方一尺」は一辺１尺の立方体。これを掘った土石は体積が増して８斗になるということである。『孫子算経』中巻［一〇］題では、粟の体積10斗を1.62立方尺としている。『九章算術』商功章［一］題では「穿地四、爲壤五」とあり（文献10）参照)、これらに従えば、地を１立方尺、すなわち $\frac{10}{1.62}$ 斗掘って「壤土」にするとき

$\frac{10}{1.62}\times\frac{5}{4}=7.716$ 斗となり、本題の８斗はこれに近い値である。

(92)「古」とは古来よりの先例のこと。１人は248合の土を背負い、192歩の平地の道を、１日で62往復できるということである。

(93) 上り下りや悪路の補正によって、今の行程を平道に換算している。平道11歩に加え、上り $30\times\frac{4}{3}=40$ 歩、下り $30\times\frac{5}{6}=25$ 歩、水路 $12\times2=24$ 歩、これらの和が100歩になる。「踟躕」は歩を進めることをためらい、もたもたする義のオノマトペ、ここではそれが10歩に１歩の割合で加わるということである。文献14)注(106)(107)参照。さらに車への上げ下ろし（載輸）が14歩相当なので、一回の行程は平道換算で $100\times\frac{11}{10}+14=124$ 歩である。

(94) 注 (92) より行程192歩を62往復は、今の124歩相当の行程では $\frac{192\times62}{124}=96$ 往復になる。１人が248合の土を背負って、１日で96往復するだけの土は $248\times96=23808$ 合であり、これは運搬に専念したとき、１人が１日で今の行程を運ぶことのできる土の量である。掘ることに専念したとき、１人が１日で992升掘るのだから、これを１日で掘るためには $\frac{23808}{992\times10}=\frac{24}{10}$ 人が必要である。また、１立方尺＝1000 立方寸を掘ると土８斗＝800 合が得られるのだから、常積 11尺 $4\frac{6}{13}$ 寸は $\frac{1488}{130}\times\frac{800}{1000}$ 合であり、上述の土23808合全てを１日で堤防を築くのに使い切るには $\frac{23808}{\frac{1488}{130}\times\frac{800}{1000}}=\frac{23808}{\frac{1488}{13}\times\frac{8}{10}}=\frac{26}{10}$ 人が必要である。したがって、土23808合は程功で $\frac{23808}{800}=\frac{2976}{100}$ 立方尺であり、これを掘って運んで築くのに $\frac{24}{10}+1+\frac{26}{10}=6$ 人が要るので、「均積」は労働量を均して運ぶ土の量で表したものであり、ここでは $\frac{2976}{100\times6}=\frac{496}{100}$ 立方尺となる。

(95) この算題で問われている問題は、各県の寄与、１人の程功、堤防の寸法の３つである。ただし計算の都合から、後に続く解答や術文では程功、寸法、寄与の順になっている。

**訳**：仮に堤を築くのに、西頭の上下の広の差は６丈８尺２寸、東頭の上下の広の差は６尺２寸、東頭の高は西頭の高より３丈１尺少なく、上広は東頭の高より４尺９寸多く、正袤は東頭の高より476尺９寸多い。甲県は6724人、乙県は16677人、丙県は19448人、丁県は12781人を出す。４県では人ごとに１日に土９石９斗２升を掘る。人ごとに１日で築く常積は11尺 $4\frac{6}{13}$ 寸である。１辺１尺の立方体を掘れば土８斗が得られる。古から人が土２斗４升８合を負って、平道192歩を行くと、１日で62往復できる。今、山を越え川を渡り土を取る。その平らな道は11歩であり、山の斜面の長さは30歩であ

り、渡る水の幅は12歩である。山を上がる３は平らな道の４に当り、山を下る６は５に当り､水を渡る１は２に当る。平道の分にゆっくり進む分として10に対し１を加え、車に載せる分は14歩とする。１人が行う仕事量を増減してならして均積とし、４県で共に造り、１日で作業を終える。今、東頭より甲県に割り当て、次いで乙・丙・丁の３県に割り当てる。問う、各県の供給する斜袤、正袤、高と下広、並びに人ごとに１日で掘って運んで築く規程の仕事量、および堤防の上下の高・広はそれぞれどれほどか。

答に曰う、１人１日の自ら掘って運んで築く仕事量は４尺９寸６分。

西頭の高３丈４尺１寸、上広８尺、下広７丈６尺２寸。

東頭の高３尺１寸、上広８尺、下広１丈４尺２寸、正袤48丈、斜袤48丈１尺。

甲県の正袤19丈２尺、斜袤19丈２尺４寸、下広３丈９尺、高１丈５尺５寸。

乙県の正袤14丈４尺、斜袤14丈４尺３寸、下広５丈７尺６寸、高２丈４尺８寸。

丙県の正袤９丈６尺、斜袤９丈６尺２寸、下広７尺、高３丈１尺。

丁県の正袤４丈８尺、斜袤４丈８尺１寸、下広７丈６尺２寸、高３丈４尺１寸。

（［三］術文①）

求人到程功運築積尺術曰、置上山四十歩、下山二十五歩、渡水二十四歩、平道一十一歩、踟蹰之間十加一、載輸一十四歩、一返計一百二十四歩。以古人負土二斗四升八合､平道行一百九十二歩､以乗一日六十二到､爲實。却以一返歩爲法。除、得自運土到數也。又以一到負土數乗之、却以穿方一尺土數除之、得一人一日運功積。又以一人穿土九石九斗二升、以穿方一尺土數除之、爲法。除之、得穿用人數。復置運功積、以毎人一日常積除之、得築用人數。併之得六人、共成二十九尺七寸六分。以六人除之、即一人程功也。

**訓読**：人の程功を到し運び築く積尺を求むるの術に曰う、山を上がる四十歩、山を下る二十五歩、水を渡る二十四歩、平道一十一歩を置き、踟蹰の間は十にして一を加え、載輸は一十四歩、一返もて計れば一百二十四歩(96)。古より人の負う土二斗四升八合、平道の行一百九十二歩を以て、以て一日六十二到に乗じ、実と為す。却って一返の歩を以て法と為す。除せば、自ら土を運び到すの数を得る也(97)。又た一到の負える土の数を以て之に乗じ、却って方一尺を穿ちし土の数を以て之を除せば、一人一日の運功の積を得(98)。又た一人を以て穿ちし土九石九斗二升は、穿ちし方一尺の土の数を以て之を除し、法と為す。之を除せば、穿つの用う人の数を得(99)。復た運功の積を

置き、人毎の一日の常積を以て之を除せば、築くの用う人の数を得[100]。之を併すれば六人を得､共に二十九尺七寸六分を成す｡六人を以て之を除せば､即ち一人の程功也｡

**注**：(96)「一返」は１往復することで、124歩である。その内訳は注 (93) 参照。

(97) 前例で192歩を62往復するのは、問題の平道124歩相当では $\frac{192\times62}{124}=96$ 往復することになる。注 (94) 参照。

(98)「運功積」は１人が運搬に専念したときの１日の仕事量。１回に２斗４升８合を運び、800合が掘る前の土１立方尺に相当するのだから、$\frac{248\times96}{800}=\frac{23808}{800}=\frac{2976}{100}$ 立方尺である。注 (94) 参照。

(99) １人が１日に運ぶことができる量の土を掘るのに必要な人数を求めている。ただし、注 (94) と違って、運功積が掘る前の土の量で表されているので、１人が１日に掘る土の量もそれに合わせて換算している。合の単位で計算して $\frac{23808}{9920}=\frac{24}{10}$ 人となる。

(100) １人が１日に運ぶことができる量の土を、堤防を築くことで使いきる人数を求めている。注 (94) 参照。

**訳**：人が掘って程功を行ない運んで築く積尺を求める術にいう、山を上がる40歩、山を下る25歩、水を渡る24歩、平道の11歩を置いて、ゆっくり進む分は10毎に１を加える。車に載せる14歩を、１往復ごとに合計すると124歩。昔から人が土２斗４升８合を負うて平道を行く192歩を、１日の64往復に掛けて、実とする。一方で１往復の歩数を法とする。実を法で割れば、土を運んで往復する数が得られる。また１回に背負う土の数をこれに掛け､一方で１辺１尺の立方体を掘って得られる土の数でこれを割れば､１人１日の運功の体積が得られる。さらに１人が掘った土９石９斗２升は、掘った１辺１尺の立方体の土の数で割り、法とする。これ (運功の体積) を割ると、掘るのに必要な人の数が得られる。また運功の体積を置いて、人ごとの１日の常積でこれを割ると、築くのに必要な人の数が得られる。これらを併せると６人が得られ、一緒にすると29尺７寸６分を成しとげる。６人でこれを割れば、それが１人の規程の仕事量である。

（［三］術文②）

求隄上下廣及高袤術曰、一人一日程功乘總人爲隄積。以高差乘下廣差、六而一、爲鼈羃。又以高差〈乘〉［二］小頭廣差、二而一、爲大臥塹頭羃。又半高差乘上廣多東頭高之數、爲小臥塹頭羃。幷三羃、爲大小塹鼈率。乘正袤多小高之數、以減隄積、餘爲實。又置半高差及半小頭廣差與上廣多小頭高之數、幷三差、以乘正袤多小頭高之數。以加率爲方法。又幷正袤多小高、幷上廣多小高及半高差（而增之）［三］、兼半小頭廣差、加之爲廉法、從。開立方除之、即小高。加差即各得廣・袤・高。又正袤自乘、高差自乘、幷而開方除之、即斜袤。

**校訂**：［二］「乘」字を脱す。李潢に従い補う。
［三］「而增之」は衍字。文脈より削る。

**訓読**：隄の上下の広及び高袤を求むるの術に曰う、一人一日の程功は総人に乗じ隄積と為す(101)。高の差を以て下広の差に乗じ、六にして一とし、鼈羃と為す(102)。又た高の差を以て小頭の広の差に乗じ、二にして一とし、大臥塹頭羃と為す(103)。又た高の差を半にし、上広の東頭の高より多きの数に乗じ、小臥塹頭羃と為す(104)。三羃を併せ、大小塹鼈率と為す(105)。正袤の小高より多きの数に乗じ、以て隄積より減じ、余を実と為す(106)。又た高の差を半にする及び小頭の広の差を半にするを置き上広の小頭の高より多きの数に与え、三差を併せ、以て正袤の小頭の高より多きの数に乗ず。率を加うるを以て方法と為す(107)。又た正袤の小高より多きに併するに、上広の小高より多き及び半高の差を併せて、兼ねて小頭の広の差を半にし、之を加えて廉法と為し(108)、従える。開立方して之を除けば、即ち小高なり(109)。差を加うれば即ち各おの広・袤・高(110)。又た正袤は自乗し、高の差は自乗し、併せて開方して之を除けば、即ち斜袤なり(111)。

**注**：(101) 術の前段で求めているが、１人の程功は均積 $\frac{496}{100}$ 立方尺＝4960 立方寸である。注 (94) 参照。したがって隄積は、$4960\times(6724+16677+19448+12781)=4960\times55630=275924800$ 立方寸である。

(102) 図３－２は、図３－１の立体を分割したものを、西頭の面に示したローマ数字で分類したものである。下広の差は $b_2-b_1=(b_2-a)-(b_1-a)=682-62=620$ 寸であるから、２つの鼈臑を合わせた立体は図３－２のⅠにあたる部分で、その体積は $\frac{1}{2}(b_2-b_1)(h_2-h_1)\times\frac{1}{3}l=\frac{620\times310}{6}l=\frac{96100}{3}l=32033\frac{1}{3}l$ 立方寸である。この係数$32033\frac{1}{3}$

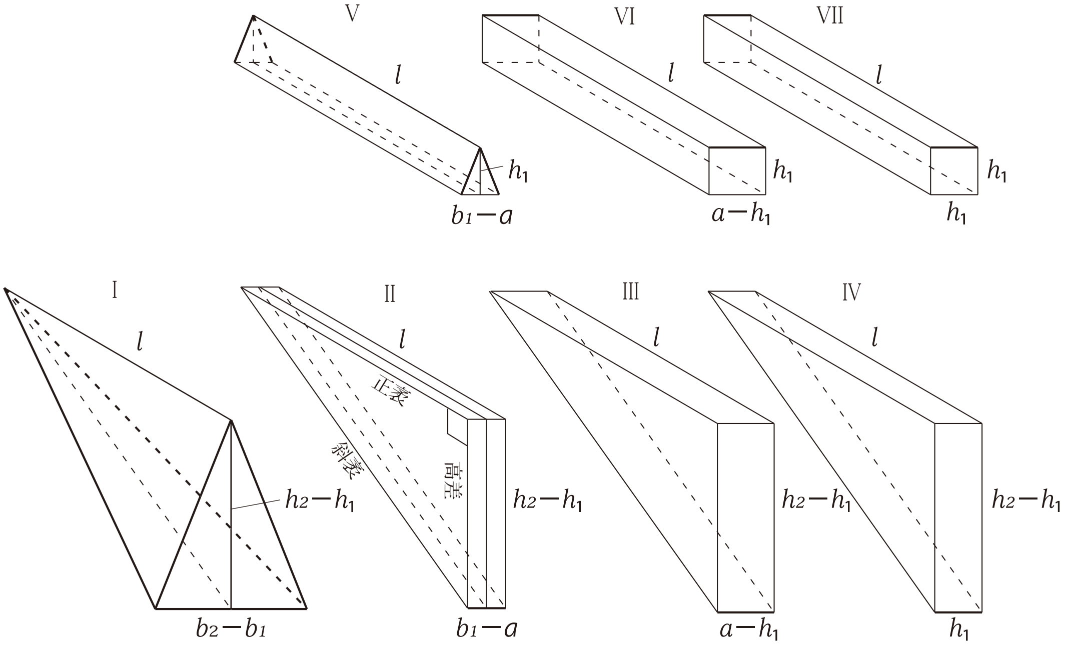


**図３－２**

平方寸を「鼈冪」としている。

(103)「小頭」は小さい方の端の意で、ここでは東頭端の面である台形を指す。したがって「小頭廣差」は $b_1-a$ のことである。その下部の「塹堵」の内、図３－２のⅡにあたる部分の体積は、$\frac{1}{2}(h_2-h_1)l\times(b_1-a)=\frac{310\times62}{2}l=9610l$ 立方寸である。この係数9610平方寸を「大臥塹頭冪」としている。

(104)「上廣多東頭高之數」とは $a-h_1=49$ 寸のこと。図３－２のⅢにあたる部分の体積は $\frac{1}{2}(h_2-h_1)l\times(a-h_1)=\frac{310\times49}{2}l=7595l$ 立方寸である。この係数7595平方寸を「小臥塹頭冪」としている。

(105) 上記の３冪を合わせた $32033\frac{1}{3}+9610+7595=49238\frac{1}{3}$ 平方寸を「大小塹鼈率」としている。

(106)「正袤多小高之數」とは $l-h_1=4769$ 寸のこと。図３－２のⅠ～Ⅲにあたる部分の体積の和は $49238\frac{1}{3}l=49238\frac{1}{3}(h_1+4769)=49238\frac{1}{3}h_1+234817611\frac{2}{3}$ 立方寸となるが、この定数部分を定積から引いた $275924800-234817611\frac{2}{3}=41107188\frac{1}{3}$ 立方寸が $h_1$ によらない体積で、「実」となる。

(107) 図３－２のⅣにあたる部分の体積は $\frac{1}{2}(h_2-h_1)l\ h_1=\frac{1}{2}(h_2-h_1)(h_1+l-h_1)h_1=$

$\frac{1}{2}(h_2-h_1)h_1^2+\frac{1}{2}(h_2-h_1)(l-h_1)h_1=\frac{310}{2}h_1^2+\frac{310\times4769}{2}h_1$ であり、$h_1$の１次の項の係数として $\frac{1}{2}(h_2-h_1)(l-h_1)=\frac{310\times4769}{2}$ がとれる。同様に、図３－２のⅤにあたる部分の体積は $\frac{1}{2}(b_1-a)l\ h_1=\frac{1}{2}(b_1-a)h_1^2+\frac{1}{2}(b_1-a)(l-h_1)h_1=\frac{62}{2}h_1^2+\frac{62\times4769}{2}h_1$ であり、$h_1$の１次の項の係数として $\frac{1}{2}(b_1-a)(l-h_1)=\frac{62\times4769}{2}$ がとれる。図３－２のⅥにあたる部分の体積は $(a-h_1)l\ h_1=(a-h_1)h_1^2+(a-h_1)(l-h_1)h_1=49h_1^2+49\times4769h_1$ であり、$h_1$の１次の係数として $(a-h_1)(l-h_1)=49\times4769$ がとれる。したがって図３－２のⅣ～Ⅵにあたる部分の体積で$h_1$の１次の係数となるのは $\left\{\frac{1}{2}(h_2-h_1)+\frac{1}{2}(b_1-a)+(a-h_1)\right\}(l-h_1)=\left\{\frac{310}{2}+\frac{62}{2}+49\right\}\times4769=235\times4769=1120715$ であり、図３－２のⅠ～Ⅲでは大小塹鼈率 $49238\frac{1}{3}$ であったから、$h_1$の１次の係数はこれらの和 $49238\frac{1}{3}+1120715=1169953\frac{1}{3}$ であり、これが「方法」である。

(108) 前注より、$h_1$の２次の係数は、図３－２のⅣの部分で「半高差」$\frac{1}{2}(h_2-h_1)=\frac{310}{2}$、Ⅴの部分で「半小頭廣差」 $\frac{1}{2}(b_1-a)=\frac{62}{2}$、Ⅵの部分で「上廣多小高」$a-h_1=49$ となる。さらにⅦの部分の体積は $h_1^2\,l=h_1^3+(l-h_1)h_1^2=h_1^3+4769h_1^2$ であるので、$h_1$の２次の係数には「正袤多小高」$l-h_1=4769$ があり、これらで全てである。したがってこれらの和 $\frac{1}{2}(h_2-h_1)+\frac{1}{2}(b_1-a)+(a-h_1)+(l-h_1)=\frac{310}{2}+\frac{62}{2}+49+4769=5004$ が$h_1$の２次の係数であり、これが「廉法」である。

(109) 以上より、$h_1$の３次方程式 $h_1^3+5004h_1^2+1169953\frac{1}{3}h_1=41107188\frac{1}{3}$ を解けばよい。実際には $t=3h_1$ として得られる方程式 $t^3+15012t^2+10529580t=1109894085$を解く。注 (121) 参照。これを解けば $t=93$ となり、$h_1=31$ 寸が求まる。

(110) $a=h_1+49=80$ 寸、$b_1=a+62=142$ 寸、$b_2=a+682=762$ 寸、$h_2=h_1+310=341$ 寸、$l=h_1+4769=4800$ 寸である。

(111)図３－２のⅡの部分の側面は直角三角形であるので、「斜袤」は三平方の定理より、$\sqrt{(h_2-h_1)^2+l^2}=\sqrt{310^2+4800^2}=\sqrt{23136100}=4810$ 寸である。

**訳**：堤の上下の広および高・袤を求める術にいう、１人１日の程功を総人数に掛けて堤の体積とする。高の差を下広の差に掛けて、6 で割り、鼈冪とする。また高の差を小頭(上部の等脚台形柱) の広の差に掛けて、２で割って、大臥塹頭冪とする。また高の差を半分にし、上広の東頭の高より多い数に掛けて、小臥塹頭冪とする。３つの冪を併せ、大小塹鼈率とする。これを正袤の小高の数より多い数に掛けて、それで堤の体積から

引いて、残りを実とする。さらに高の差の半分、および小頭の広の差を半分にしたものと、上広が小頭の高の数より多い数を置いて、３つの差を併せ、正袤が小頭の高の数より多い数に掛ける。大小塹鼈率を加えて方法とする。また正袤の小高より多い分に併せること、上広の小高より多い数、および半高の差を併せて、同時に小頭の広の差を半分にして、これを加えて、廉法とし、従える。開立方してこれを除けば、すなわち小高である。差を加えればすなわちそれぞれの広・袤・高となる。また正袤は自乗し、高の差も自乗し、併せて、これを開平方すれば、それが斜袤である。

（［三］術文③）

求甲縣高・廣・正・斜袤術曰、以程功乘甲縣人、以六因取積。又乘袤羃、以下廣差乘高差、以法、除之、爲實。又幷小頭上下廣、以乘小高、三因之、爲垣頭羃。又乘袤羃、如法而一、爲垣方。又三因小頭下廣、以乘正袤、以廣差除之、爲都廉、從。開立方除之、得小頭即甲袤。又以下廣差乘之、所得、以正袤除之。所得、加東頭下廣、即甲廣。又以兩頭高差乘甲袤、以正袤除之、以加東頭高、即甲高。又以甲袤自乘、以隄東頭高減甲高、餘自乘、幷二位、以開方除之、即得斜袤。（求高廣以本袤及高廣差求之。）[四]若求乙・丙・丁、各以本縣人功積尺、毎以前大高・廣爲後小高・廣。凡廉母自（來）〈乘〉[五]爲方母、廉母乘方母爲實母[5]。

**校訂**：［四］「求高廣以本袤及高廣差求之」は衍文。李潢に従い削る。
［五］「來」字は「乘」字の誤り。

**訓読**：甲県の高・広・正・斜袤を求むるの術に曰う(112)、程功を以て甲県の人に乗じ、六を以て取りし積に因す。又た袤羃に乗じ、下広の差を以て高の差に乗じ、以て法とし、之を除し、実と為す(113)。又た小頭の上下の広を併せ、以て小高に乗じ、三もて之に因し、垣頭羃と為す。又た袤羃に乗じ、法の如くして一とし、垣の方と為す(114)。又た三もて小頭の下広に因し、以て正袤に乗じ、広の差を以て之を除し、都廉と為し(115)、従える。開立方して之を除けば、小頭即ち甲の袤を得(116)。又た下広の差を以て之に乗じ、得る所は、正袤を以て之を除す。得る所は、東頭の下広を加うれば、即ち甲の広なり(117)。又た両頭の高の差を以て甲袤に乗じ、正袤を以て之を除し、以て東頭の高に加うれば、即ち甲の高なり(118)。又た甲袤を以て自乗し、隄の東頭の高を以て甲高より減じ、余は自乗し、二位を併せ、以て開方して之を除けば、即ち斜袤を得(119)。乙・丙・丁を求むるが若きは、各おの本の県の人功の積尺を以てし、毎（つね）に前の大高・広を以て後の

小高・広と為す(120)。凡そ廉母は自乗して方母と為し、廉母もて方母に乗ずるを実母と為す(121)。

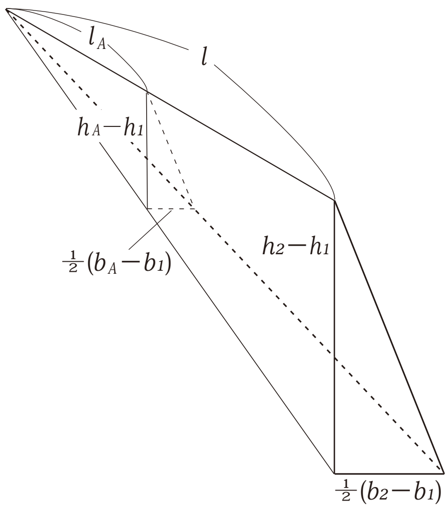


**図 3 − 3**

**注**：(112) この術では、甲県の担当する体積 $V_A$ について、上部の平隄（等脚台形柱）の体積 $V_{A,1}$、下部中央の壍堵（三角柱）の体積 $V_{A,2}$、下部両側の鼈腝の体積 $V_{A,3}$ に分けて考え、「甲袤」$l_A$ についての 3 次方程式を、$V_A=V_{A,1}+V_{A,2}+V_{A,3}$ の関係から構成する。全体の体積 $V$ についても、同様に立体を平隄、壍堵、鼈腝に分割し、それぞれの体積を $V_1,\ V_2,\ V_3$ としておく。また、甲の西端の下広と高を、それぞれ $b_A,\ h_A$ とおく。図 3 − 3 は、図 3 − 2 の I の部分の片方（鼈腝）に甲の西端の断面を描き入れたものである。全体と甲担当部分の 4 面体は相似であるから

$$l : l_A=\frac{b_2-b_1}{2} : \frac{b_A-b_1}{2}=h_2-h_1 : h_A-h_1$$

が成り立つ。したがって $V_3=\frac{1}{6}(b_2-b_1)(h_2-h_1)l$ などより、

$$V_3 : V_{A,3}=\frac{1}{6}(b_2-b_1)(h_2-h_1)l : \frac{1}{6}(b_A-b_1)(h_A-h_1)l_A=l^3 : {l_A}^3$$

が成り立つ。これより ${l_A}^3=\dfrac{l^3V_{A,3}}{V_3}=\dfrac{l^3V_{A,3}}{\frac{1}{6}(b_2-b_1)(h_2-h_1)l}=\dfrac{6l^2V_{A,3}}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}$ であり、以下では体積の $\dfrac{6l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}$ 倍を考えていく。

(113) 程功4960立方寸を甲県の人数6724人に掛けると、甲県の担当する体積 $V_A=33351040$ 立方寸が得られる。これを 6 倍して「袤冪」$l^2$ をかけ、下広の差と高の差の積 $(b_2-b_1)(h_2-h_1)$ で割ると $\dfrac{6l^2V_A}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}=\dfrac{4960\times6724\times6\times4800^2}{620\times310}=\dfrac{743620608000}{31}=23987761548\frac{12}{31}$ となり、これが「実」である。

(114)「垣」は仕切り、境界。「垣頭冪」は、甲乙担当分の境界面の面積の意で、$(a+b_1)h_1\times3=(80+142)\times31\times3=20646$ 平方寸である。平隄部分について考えると $V_1=\frac{1}{2}(a+b_1)h_1l$ などより、

$$V_1 : V_{A,1}=\frac{1}{2}(a+b_1)h_1l : \frac{1}{2}(a+b_1)h_1l_A=l : l_A$$

が成り立つ。これより $\dfrac{6l^2V_{A,1}}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}=\dfrac{6l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}\dfrac{l_A}{l}V_1=\dfrac{6l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}\dfrac{l_A}{l}$

$\frac{1}{2}(a+b_1)h_1 l = 3(a+b_1)h_1 \times \frac{l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)} l_A$ となる。この$l_A$の係数が「垣方」であり、その値は $3(a+b_1)h_1 \times \frac{l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)} = 20646 \times \frac{4800^2}{192200} = 2474941\frac{29}{31}$ である。

(115) 塹堵部分について考える。$V_2 = \frac{1}{2}(h_2-h_1)b_1 l$ などより、

$$V_2 : V_{A,2} = \frac{1}{2}(h_2-h_1)b_1 l : \frac{1}{2}(h_A-h_1)b_1 l_A = l^2 : l_A{}^2$$

が成り立つ。これより $\frac{6l^2 V_{A,2}}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)} = \frac{6l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)} \frac{l_A{}^2}{l^2} V_2 = \frac{6l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)} \frac{l_A{}^2}{l^2}$ $\frac{1}{2}(h_2-h_1)b_1 l = \frac{3b_1 l}{b_2-b_1} l_A{}^2$ となる。この$l_A{}^2$の係数が「都廉」であり、その値は $\frac{3b_1 l}{b_2-b_1} = \frac{3\times142\times4800}{620} = \frac{102240}{31} = 3298\frac{2}{31}$ である。

(116)「小頭」は小さい方の端の意で、ここでは東寄りにある甲の担当部分を指す。注 (112)～(115) より、$V_A = V_{A,1} + V_{A,2} + V_{A,3}$ の各項を $\frac{6l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}$ 倍して $l_A{}^3 + 3298\frac{2}{31}\ l_A{}^2 + 2474941\frac{29}{31}\ l_A = 23987761548\frac{12}{31}$ を解く。実際には $t = 31l_A$ として得られる方程式 $t^3 + 102240\ t^2 + 2378419200\ t = 714619404288000$ を解く。後注 (121) 参照。これを解けば $t = 59520$ となり、答は $l_A = 1920$ 寸と求まる。

(117) 注 (112) の相似により $b_A - b_1 = (b_2-b_1)\frac{l_A}{l}$ である。したがって $b_A = (b_2-b_1)\frac{l_A}{l} + b_1 = 620 \times \frac{1920}{4800} + 142 = 390$ 寸である。

(118) 前注と同じく、注 (112) の相似により $h_A - h_1 = (h_2-h_1)\frac{l_A}{l}$ である。したがって $h_A = (h_2-h_1)\frac{l_A}{l} + h_1 = 310 \times \frac{1920}{4800} + 31 = 155$ 寸である。

(119) 三平方の定理より、甲の斜袤は $\sqrt{l_A{}^2 + (h_A-h_1)^2} = \sqrt{1920^2 + 124^2} = \sqrt{3701776} = 1924$ 寸である。

(120) 甲の西頭端が乙の東頭端となっていることなどをいう。

(121) 有理数に解をもつ有理数係数の３次方程式について、２次の係数の分母を $m$ として、１次の係数の分母を $m^2$、定数項の分母を $m^3$ にするということである。これによって、解を $m$ 倍すれば、整数解をもつ整数係数の方程式となる。本題の方程式でこれを述べれば、

$$l_A{}^3 + 3298\frac{2}{31}\ l_A{}^2 + 2474941\frac{29}{31}\ l_A = 23987761548\frac{12}{31}$$

は、$m = 31$として

$$l_A{}^3 + \frac{102240}{31}\ l_A{}^2 + \frac{2378419200}{31^2}\ l_A = \frac{714619404288000}{31^3}$$

と表せるということである。ここで、注 (112)～(115) で考えた立体の各辺を31倍すると、各項は体積に相当するので$31^3$倍され、

$$(31l_A)^3 + 102240\ (31l_A)^2 + 2378419200\ (31l_A) = 714619404288000$$

となる。求める甲の袤も31倍されて $31l_A$ となるので、これを $t$ とおけば

$$t^3+102240t^2+2378419200t=714619404288000$$

が得られる。これを解いて、31で割れば甲の袤$l_A$が求まる。注（116）参照。

**訳**：甲県の高・広・正・斜袤を求める術にいう。程功を甲県の人数に掛け、6を取った積に掛ける。さらに袤の2乗に掛け、下広の差を高の差に掛けて法とし、これを割って、実とする。また小頭の上下の広を併せ、小高に掛け、3をこれに掛け、垣頭冪とする。また袤の2乗に掛けて、法で割って、垣の方法とする。また3を小頭の下広に掛け、正袤に掛けて、広の差で割って、都廉（全ての廉）として、従える。開立方してこれを除けば、小頭すなわち甲の担当部分の袤が得られる。また下広の差をこれに掛け、得られたものは、正袤で割る。得られたものに、東頭端の下広を加えると、すなわち甲の広となる。また両頭端の高の差を甲袤に掛け、これを正袤で割り、東頭端の高に加えると、すなわち甲の高である。また甲袤を自乗し、堤の東頭端の高を甲高より引いて、その残りを自乗し、2つの数を併せ、開方してこれを除けば、斜袤が得られる。乙・丙・丁の寸法を求めるときでも、それぞれ元々の県の人功から求まる体積を用いて、つねに大きい方の高・広を、後ろの小高・広とするのである。およそ廉法の分母は自乗して方法の分母とし、廉法の分母を方法の分母に掛けたものを実の分母とするのである。

[5] 此平隄在上、羨除在下。兩高之差即除高。其（餘）〈除〉[一] 兩邊各一鼈腝、中一壍堵。今以袤再乘積、廣差乘（袤）〈高〉[二]差而一、得截鼈腝袤再乘爲立方一。又壍堵袤自乘爲冪（三）〈一〉[三]。又三因小頭下廣、大袤乘之、廣差而一、與冪爲高、故爲廉法。又幷小頭上・下廣、又三之、〈以乘小頭高、爲頭高〉[四]、意同六除。然此頭冪本乘截袤。又袤〈再〉[五] 乘之、差相乘而一。今還依數乘除（一）[六] 頭冪、爲從。〈開立方除之〉[七]、得截袤、爲廣。

**校訂**：［一］「餘」は「除」の誤り。李潢に従い改める。

［二］「袤」は「高」の誤り。銭宝琮に従い改める。

［三］「三」は「一」の誤り。銭宝琮に従い改める。

［四］「以乘小頭高、爲頭高」の8字を脱す。李潢に従い補う。

［五］「再」字を脱す。銭宝琮に従い補う。

［六］「一」は衍字。銭宝琮に従い削る。

［七］「開立方除之」を脱す。体例に従い補う。

**訓読**：此れ平隄は上に在り、羡除は下に在り。両高の差は即ち除の高なり。其の除は両辺

に各おの一鼈臑、中に一塹堵なり[122]。今袤を以て積に再乗し、広の差の高の差に乗ずるをもて一とすれば、截鼈臑の袤の再乗して立方の一と為すを得[123]。又た塹堵の袤は自乗して冪一と為す。又た三もて小頭の下広に因し、大袤もて之に乗じ、広の差にして一とすれば、冪に与う高を為し、故に廉法と為す[124]。又た小頭の上・下広を併せ、又た之を三し、以て小頭の高に乗じ、頭高と為し、意は六もて除すに同じ。然ども此の頭の冪は本の截袤に乗ず。又た袤は之に再乗し、差相い乗じて一とす。今還に数に依り頭冪を乗除し、従と為す[125]。開立方して之を除けば、截袤を得、広と為す。

**注**：(122)「平隄」は、等脚台形柱でその上底と下底が水平に置かれているもの。「鼈臑」は三角錐、「塹堵」は三角柱。図 3－1 参照。

(123)「再乗」は 2 回掛けること。掛ける対象が述べられなければ自分自身に掛けること、すなわち 3 乗の意となる。「截鼈臑」は鼈臑の部分について、甲の担当する部分を切り取ったもの。「積」は注 (113) でその体積を 6 倍したもの 6 $V_{A,3}$ を指す。ここは $l_A{}^3 = \dfrac{6\,l^2 V_{A,3}}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}$ であることを述べている。注 (112) 参照。

(124) $\dfrac{3b_1\,l}{b_2-b_1}$ が $l_A{}^2$ の係数であることを述べている。注 (115) 参照。

(125) $3(a+b_1)h_1\times\dfrac{l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}$ が$l_A$の係数であることを述べている。注 (114) 参照。

**訳**：これは平らな堤が上に在って、羨除が下に在るのである。両高の差は、したがって羨除の高さである。その羨除は両側にそれぞれ 1 つの鼈臑があり、中は 1 つの塹堵となっている。今、袤を積に 2 回掛け、広の差を高の差に掛けたもので割ると、截鼈臑の袤を 3 乗して 1 つの立方体としたものが得られる。また塹堵の袤は自乗すると 1 つの面積となる。さらに小頭の下広を 3 倍して、大袤をこれに掛け、広の差で割れば、面積に与える高となり、故にこれを廉法とする。さらに小頭の上・下広を併せ、さらにこれを 3 倍し、小頭の高に掛け、頭の高とすると 6 で割るのと同じになる。しかしながらこの頭の面積は元は截袤に掛けたものである。また袤はこれに 2 回掛け、差を掛け合わせたもので割る。今さらに数によって頭の面積を乗除したものを、従法とする。開立方してこれを除けば、截袤を得て広とする。

（［三］術文④）

求隄都積術曰、置西頭高、倍之、加東頭高、又幷西頭上下廣、半而乘之。又置東頭高、倍之、加西頭高、又幷東頭上下廣、半而乘之。幷二位積、以正袤乘之、六

而一、得隄積也。

**訓読**：隄の都積を求むるの術に曰う、西頭の高を置き、之を倍し、東頭の高を加え、又た西頭の上下の広を併せ、半にして之に乗ず。又た東頭の高を置き、之を倍し、西頭の高を加え、又た東頭の上下の広を併せ、半にして之に乗ず。二位の積を併せ、正袤を以て之に乗じ、六にして一とすれば、隄積を得る也(126)。

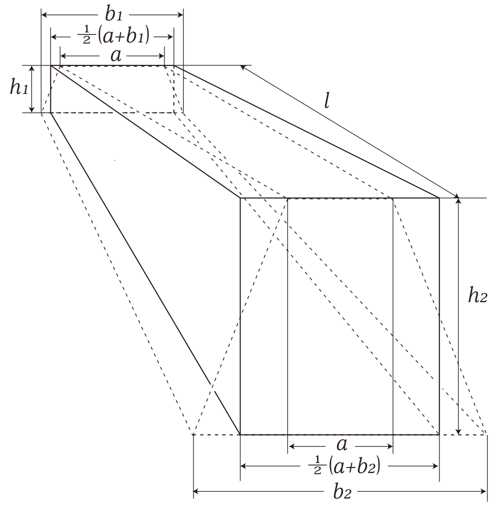


**図3－4**

**注**：(126) この術では堤全体の体積を求める公式を与えている。その公式は $V=\left\{(2h_2+h_1)\frac{a+b_2}{2}+(2h_2+h_1)\frac{a+b_1}{2}\right\}\frac{l}{6}$ というものであるが、これは注 (112) で述べた分割では求めることができない。沈康身は論文「王孝通開河築堤題分析」(『杭州大学学報』自然科学版 1964年 第1巻第4期) で、これがカヴァリエリの原理を用いて得られたとの説を挙げているという。ここではそれに従った銭宝琮の文献12) によってこれを考える。カヴァリエリの原理は中国では祖暅公理と呼ばれ、王孝通も『緝古算経』の表の中で祖暅の名を挙げていることから、この原理を知っていたと考えられる。題意の立体を、東頭から西頭まで断面積を変えないように、東頭が上面で西頭が下面に対応する四角錐台に変形する (図3－4参照)。このとき上面の長方形の2辺は $\frac{a+b_1}{2}$ と$h_1$であり、下面の長方形の2辺は $\frac{a+b_2}{2}$ と$h_2$であるとしてよい。ここで『九章算術』商功章の芻童の体積公式 (文献13) 注 (96) 参照) によって四角錐台の体積を求めれば上の公式が得られる。具体的な計算は
$V=\left\{(2\times341+31)\times\frac{80+762}{2}+(2\times31+341)\times\frac{80+142}{2}\right\}\times\frac{4800}{6}=275924800$ (立方寸) となる。

**訳**：堤全体の体積を求める術にいう、西頭端の高を置いて、これを2倍し、東頭端の高を加え、さらに西頭端の上下の広を併せたものを半分にして、これに掛ける。また東頭端の高を置き、これを2倍し、西頭端の高を加え、さらに東頭端の上下の広を併せたものを半分にして、これに掛ける。2つの面積を併せ、正袤をこれに掛けて、6で割れば、堤の体積が得られるのである。

算題［四］は、龍尾堤について全体の大きさと各県の分担について問うている算題である。これを、問題および答、2つの術文それぞれの、3つの部分に分けて扱うことにする。また、2つ目の術文に付けられた自注はその術文の後に扱う。

［四］假令築龍尾隄、其隄從頭高上闊、以次低狹至尾。上廣多、下廣少。隄頭上下廣差六尺、下廣少高一丈二尺、少袤四丈八尺。甲縣二千三百七十五人、乙縣二千三百七十八人、丙縣五千二百四十七人。各人程功常積一尺九寸八分、一日役畢。三縣共築、今從隄尾與甲縣、以次與乙・丙。問龍尾隄從頭至尾高・袤・廣、及各縣別給高・袤・廣各多少。
荅曰、高三丈、上廣二丈四尺、下廣一丈八尺、袤六丈六尺。
甲縣高一丈五尺、袤三丈三尺、上廣二丈一尺。
乙縣高二丈一尺、袤一丈三尺二寸、上廣二丈二尺二寸。
丙縣高三丈、袤一丈九尺八寸、上廣二丈四尺。

**訓読**：仮令に龍尾隄を築くに、其の隄は頭高く上闊き従り、次を以て低く狭くして尾に至る。上広は多く、下広は少し。堤頭の上下の広の差は六尺、下広は高より一丈二尺少く、袤より四丈八尺少し(127)。甲県は二千三百七十五人、乙県は二千三百七十八人、丙県は五千二百四十七人。各人の程功は常積一尺九寸八分(128)、一日にして役畢う。三県共に築き、今隄尾従り甲県に与え、次を以て乙・丙に与う。問う、龍尾隄の頭従り尾に至る高・袤・広、及び各県の別に給する高・袤・広の各おの多少（いくばく）ぞ(129)。

答に曰う、高三丈、上広二丈四尺、下広一丈八尺、袤六丈六尺。
甲県の高一丈五尺、袤三丈三尺、上広二丈一尺。
乙県の高二丈一尺、袤一丈三尺二寸、上広二丈二尺二寸。
丙県の高三丈、袤一丈九尺八寸、上広二丈四尺。

**注**：(127) 本題の立体は堤の端の部分と考えられる、図4のような立体である。下面は水平面に置かれた長方形で、その2辺が下広 $a$ 尺と袤 $l$ 尺とし、頭（本側）の面の上広を $b$ 尺、また、高を $h$ 尺とする。上広 $b$，高 $h$，袤 $l$ と下広 $a$ との差をそれぞれ $\Delta b$, $\Delta h$, $\Delta l$ とすると、尺を単位として $\Delta b=b-a=6$, $\Delta h=h-a=12$, $\Delta l=l-a=48$ である。

(128)「程功」は定められた仕事量、「常積」は県によらず人ごとに課された仕事量を

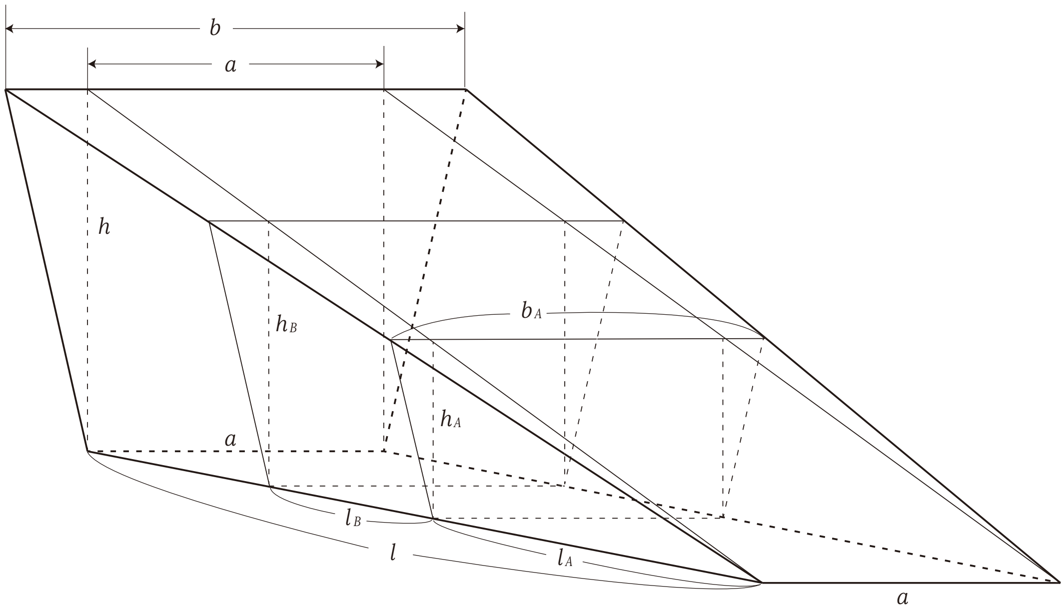


**図 4**

表す体積（注 (90) 参照）。甲県の程功は $\frac{198}{100}\times 2375=\frac{470250}{100}$ 尺、乙県は $\frac{198}{100}\times 2378=\frac{470844}{100}$ 尺、丙県は $\frac{198}{100}\times 5247=\frac{1038906}{100}$ 尺である。ただし、1 平方尺の面を底面とする直方体の高さで体積を表している。

(129) 本題は、図 4 の立体について、高・袤・広の寸法と各県の担当分の寸法を求める算題である。

**訳**：仮に龍尾堤を築くのに、その堤の頭は高く、上は広いのから、次第に低く、狭くなっていって尾に至る。上広は大きく、下広は小さい。堤の頭の上下の広の差は 6 尺、下広は高より 1 丈 2 尺少なく、袤より 4 丈 8 尺少ない。甲県は2375人、乙県は2378人、丙県は5247人。各人の程功は常積で 1 尺 9 寸 8 分で、1 日で作業を終える。3 県が共に築くのに、今先に堤尾より甲県に割り当て、順番に乙県・丙県へと割り当てる。問う、龍尾堤の頭より尾に至る高・袤・広の長さと、各県ごとに供給する高・袤・広は各おのどれほどか。

答にいう、高は 3 丈、上広は 2 丈 4 尺、下広は 1 丈 8 尺、袤は 6 丈 6 尺。

甲県の高は 1 丈 5 尺、袤は 3 丈 3 尺、上広は 2 丈 1 尺。

乙県の高は 2 丈 1 尺、袤は 1 丈 3 尺 2 寸、上広は 2 丈 2 尺 2 寸。

丙県の高は３丈、袤は１丈９尺８寸、上広は２丈４尺。

（［四］術文①）

求龍尾隄廣・袤・高術曰、以程功乘總人爲隄積、又六因之、爲虚積。以少高乘少袤爲隅冪、以少上廣乘之、爲鼈隅(冪)〈積〉[一]。以減虚積、餘、三約之、所得爲實。幷少高・袤、以少上廣乘之、爲鼈従横廉冪。三而一、加隅冪、爲方法。又三除少上廣、以少袤･少高加之、爲廉法、從。開立方除之、得下廣。加差、即高･廣･袤。

**校訂**：［一］「冪」は文脈から「積」が正しい。李潢に従い改める。

**訓読**：龍尾隄の広・袤・高を求むるの術に曰う、程功を以て総人に乗じ隄積と為し、又た六もて之に因し、虚積と為す(130)。高より少きを以て袤より少きに乗じ隅冪と為し、上広より少きを以て之に乗じ、鼈隅積と為す。以て虚積より減じ、余は、三もて之を約し、得る所は実と為す(131)。高・袤より少きを併せ、上広より少きを以て之に乗じ、鼈従横廉冪と為す。三にして一とし、隅冪に加え、方法と為す(132)。又た三もて上広より少きを除し、袤より少き・高より少きを以て之に加え、廉法と為し、従える(133)。開立方して之を除けば、下広を得。差を加うれば、即ち高・広・袤なり(134)。

**注**：(130) 立体の体積$V$とすると、$V=\dfrac{ahl}{2}+\dfrac{(b-a)\,hl}{6}$ である。注 (127) の条件から

$$6V=(2a+b)hl=(3a+\Delta b)(a+\Delta h)(a+\Delta l)=$$
$$3\left(a^3+\left(\frac{\Delta b}{3}+\Delta h+\Delta l\right)a^2+\left(\frac{\Delta b}{3}\Delta h+\Delta h\ \Delta l+\frac{\Delta b}{3}\Delta l\right)a+\frac{\Delta b}{3}\Delta h\Delta l\right)$$

であり、この注より以下では $a$ についての３次方程式

$$a^3+\left(\frac{\Delta b}{3}+\Delta h+\Delta l\right)a^2+\left(\frac{\Delta b}{3}\ (\Delta h+\Delta l)\ +\Delta h\ \Delta l\right)a=\frac{6V-\Delta b\ \Delta h\ \Delta l}{3}$$

を作る。常積 $\dfrac{198}{100}$ 尺なので、「隄積」は $V=\dfrac{198}{100}(2375+2378+5247)=19800$ であり、「虚積」はその６倍の $6V=118800$ である。

(131)「隅冪」は$\Delta h\ \Delta l=12\times48=576$ であり、「鼈隅積」は$\Delta b\ \Delta h\ \Delta l=6\times12\times48=3456$ となる。したがって上注 (130) の３次方程式の右辺は $\dfrac{6V-\Delta b\ \Delta h\ \Delta l}{3}=\dfrac{118800-3456}{3}=38448$ であり、これが「実」である。

(132)「鼈従横廉冪」は $(\Delta h+\Delta l)\ \Delta b=(12+48)\times6=360$ であるので、３次方程式の１次の係数は $\dfrac{\Delta b}{3}(\Delta h+\Delta l)+\Delta h\ \Delta l=\dfrac{360}{3}+576=696$ であり、これが「方法」である。

(133) ３次方程式の２次の係数は $\dfrac{\Delta b}{3}+\Delta h+\Delta l=\dfrac{6}{3}+12+48=62$ であり、これが「廉

法」である。

(134) 以上より、3次方程式 $a^3+62a^2+696a=38448$ を解けば、下広 $a=18$尺が得られる。また、上広 $b=a+\Delta b=18+6=24$ 尺、高 $h=a+\Delta h=18+12=30$ 尺、袤 $l=a+\Delta l=18+48=66$ 尺である。

**訳**：龍尾隄の広・袤・高を求める術にいう、程功を総人数に掛けて堤の体積とし、さらにこれを6倍して、「虚積」とする。（下広の）高より少ない分を袤より少ない分に掛けて「隅冪」とし、上広より少ない分をこれに掛けて、「鼈隅積」とする。それを「虚積」より引いて、残りは3で割って、得られたものを実とする。高・袤より少ない分を併せて、上広より少ない分をこれに掛けて、「鼈従横廉冪」とする。3で割って、「隅冪」に加え、方法とする。また3で上広より少ない分を割って、袤より少ない分と高より少ない分をこれに加え、廉法とし、従える。開立方してこれを除けば、下広を得る。（それぞれの）差を加えると、高・広・袤となる。

（[四] 術文②）

求逐縣均給積尺受廣・袤術曰、以程功乘當縣人爲積尺。各六因積尺、又乘袤冪、廣差乘高爲法、除之、爲實。又三因末廣、以袤乘之、廣差而一、爲都廉、從。開立方除之、即甲袤。以本高乘之、以本袤除之、即甲高。又以廣差乘甲袤、以本袤除之、所得加末廣、即甲上廣。其甲上廣即乙末廣、其甲高即垣高。求〈實與〉[二]都廉如前。又并甲上下廣、三之、乘甲高、以乘袤冪、以法除之、得垣方、從。開立方除之、即乙袤。餘放此[6]。

**校訂**：[二]「實與」の2字を脱す。銭宝琮に従い補う。

**訓読**：県を逐いて均しく給する積尺を求め広・袤を受くるの術に曰う、程功を以て当県の人に乗じて積尺と為す。各おの六もて積尺を因し、又た袤冪に乗じ、広の差を高に乗じて法と為し、之を除して、実と為す(135)。又た三もて末の広に因し、袤を以て之に乗じ、広の差にして一とし、都廉と為し、従える(136)。開立方して之を除けば、即ち甲の袤なり(137)。本の高を以て之に乗じ、本の袤を以て之を除せば、即ち甲の高なり。又た広の差を以て甲の袤に乗じ、本の袤を以て之を除し、得る所は末の広に加うれば、即ち甲の上広なり(138)。其の甲の上広は即ち乙の末の広にして、其の甲の高は即ち垣の高なり(139)。実と都廉を求むるは前の如くす(140)。又た甲の上下の広を併せ、之を三し、

甲の高に乗じ、以て袤冪に乗じ、法を以て之を除せば、垣の方を得、従える(141)。開立方して之を除けば、即ち乙の袤なり(142)。余は此れに放（なら）う。

**注**：(135) 甲県の担当部分について、上広を$b_A$尺、下広を$a$尺、高を$h_A$尺、袤を$l_A$尺とし、体積を$V_A$とする。立体の鼈臑（4面体）の部分について、その全体と甲県が担当する部分は相似であるから $\frac{h_A}{h}=\frac{l_A}{l}=\frac{b_A-a}{b-a}$ が成り立つ。よって $V_A=\frac{ah_A l_A}{2}+\frac{(b_A-a)\,h_A\,l_A}{6}=\frac{ahl_A^2}{2l}+\frac{(b-a)\,h\,l_A^3}{6l^2}$ である。したがって、甲袤 $l_A$の3次方程式

$$l_A^3+\frac{3al}{b-a}l_A^2=\frac{6\,l^2V_A}{(b-a)h}$$

を解けばよい。注(128)で述べたように $V_A=\frac{470250}{100}$ であるから、「実」は $\frac{\frac{470250}{100}\times6\times66^2}{6\times30}=$ 682803である。

(136) 上注の3次方程式の2次の係数は $\frac{3al}{b-a}=\frac{3\times18\times66}{6}=594$ であり、これが「廉法」である。

(137) 以上より3次方程式 $l_A^3+594\,l_A^2=682803$ を解けば甲袤 $l_A=33$ 尺が求められる。

(138) 相似により $\frac{h_A}{h}=\frac{l_A}{l}=\frac{b_A-a}{b-a}$ であったから、甲高 $h_A=\frac{hl_A}{l}=\frac{30\times33}{66}=15$ 尺であり、甲の上広 $b_A=\frac{(b-a)\;l_A}{l}+a=\frac{6\times33}{66}+18=21$ 尺が求まる。

(139) 作業は末から本に向かって行い、甲県の次に乙県が担当するので、甲県の本の広は乙県の末の広である。

(140) 乙県の担当部分の形状は、前の算題［三］の図形を上下逆にしたものと同じであり、本題の乙県の袤 $l_B$を求めることは算題［三］の甲袤 $l_A$を求める術文③と同様にしてできる。すなわち算題［三］に付けた注(112)から(116)において、$V_A$を乙県の体積$V_B$に置き換え、$l$を甲袤の残りの袤 $l-l_A$ に置き換え、さらに $b_1=b_A$，$b_2=b$，$h_1=h_A$，$h_2=h$ とすればよい。「実」は注(113)より $\frac{6\,(l-l_A)^2\,V_B}{(b-b_A)\,(h-h_A)}=\frac{6\times(66-33)^2\times\frac{470844}{100}}{(24-21)\,(30-15)}=\frac{683665488}{1000}$ であり、「都廉」は注(115)より $\frac{3b_A\,(l-l_A)}{b-b_A}=\frac{3\times21\times(66-33)}{24-21}=693$ である。

(141) ここの「袤冪」は甲の後の部分の袤冪、すなわち全体の袤から甲袤を引いたものの2乗である。「方法」は、上注および注(114)より $3\,(a+b_A)\,h_A\times\frac{(l-l_A)^2}{(b-b_A)\,(h-h_A)}=3\,(18+21)\times15\times\frac{(66-33)^2}{(24-21)\,(30-15)}=42471$ である。

(142) 以上より、乙県の袤$l_B$に関する3次方程式

$$l_B^3+693\ l_B^2+42471\ l_B=\frac{683665488}{1000}$$

が得られる。実際には $t=10l_B$ として得られる方程式 $t^3+6930\ t^2+4247100\ t=683665488$ を解く。注（121）参照。これを解けば $t=132$ となり、$l_B=\frac{132}{10}$ 尺、すなわち1丈3尺2寸が得られる。

**訳**：県の順番ごとに均しく供給する積尺を求め広・袤を授ける術にいう、程功を当該の県の人数に掛け積尺とする。それぞれ積尺を6倍し、さらに袤の2乗に掛けて、広の差を高に掛けたものを法として、これを割って実とする。また末の広を3倍し、袤をこれに掛け、広の差で割って、都廉とし、従える。開立方してこれを除けば、甲の袤となる。本の高をこれに掛け、本の袤でこれを割れば、甲の高である。また広の差を甲の袤に掛け、本の袤でこれを割り、得られたものを末の広に加えれば、甲の上広となる。その甲の上広はすなわち乙の末の広であり、その甲の高はすなわち境界の高である。実と都廉を求めるには前の算題と同じようにする。また甲の上下の広を併せ、3倍し、甲の高に掛け、（残りの）袤の2乗に掛け、法でこれを割れば、境界の「方法」が得られ、従える。開立方してこれを除けば、乙の袤となる。他のものもこれに倣う。

［6］此龍尾猶羡除也。其塹堵一、鼈腝一、幷而相連。今以袤再乘積、〈以六因之〉、［一］廣差乘高〈差〉［二］而一。所得、截鼈腝袤再自乘、爲立方一。（又各一鼈腝截袤再自乘爲立方一）［三］又塹堵袤自乘爲冪（三）〈一〉［四］。又三因末廣、以袤乘之、廣差而一、與冪爲高、故爲廉法。

**校訂**：［一］「以六因之」を脱す。文脈より補う。後注（143）参照。

［二］「差」字を脱す。文脈より補う。後注（143）参照。

［三］ここの14字は衍文。李潢に従い削る。

［四］この「三」は「一」の誤り。銭宝琮に従い改める。

**訓読**：此の龍尾は猶ほ羡除のごとき也。其の塹堵は一、鼈腝は一、併せて相い連なる(143)。今袤を以て積に再乗し、六を以て之に因し、広の差の高の差に乗ずるをもて一とす。得る所は、截鼈腝の袤もて再自乗し、立方の一と為す(144)。又た塹堵の袤は自乗して冪一と為す(145)。又た三もて末の広に因し、袤を以て之に乗じ、広の差にして一とし、冪に与え高と為す、故に廉法と為す(146)。

**注**：（143）龍尾堤を1つの塹堵（三角柱）と1つの鼈腝（4面体）に分割している。図4では龍尾堤の断面を等脚台形となるように描いたが、それでは鼈腝が2つになってしまうので、ここでは簡単のためにカヴァリエリの原理で変形して、断面を直角台形とし鼈腝を1つにまとめている。

(144) 注 (112) の式を本題に合わせて書けば $l_B{}^3 = \dfrac{6\,(l - l_A)^2 V_{B3}}{(b-b_A)(h-h_A)}$ となるが、このことを述べている。ここで $V_{B3}$ は乙の担当部分の内、鼈臑にあたる部分の体積。校訂［一］の「以六因之」は分子の６倍を指し、校訂［二］の「差」字は分母の高の差 $h-h_A$ をいう。また「爲立方一」とは、求める乙袤 $l_B$ を１辺とする立方体の体積になるという意である。

(145)「壍堵袤」は求める乙袤 $l_B$ のこと。「爲冪一」とは、乙袤 $l_B$ の２乗を底面積とし、高さを「都廉」とする直方体の体積を考えるということである。

(146) 注 (140) で述べたように、「都廉」が $\dfrac{3b_A\,(l-l_A)}{b-b_A}$ となるということを述べている。

**訳**：この龍尾堤は羨除のようなものである。その壍堵一つ、鼈臑一つが、合わさって相い連なっている。今、袤を体積に２回掛け、６倍し、広の差を高の差に掛けたもので割る。得られるものは、乙の部分を截った鼈臑の袤（乙袤）を３乗したもので、（乙袤を１辺とする）１つの立方体となる。また壍堵の袤（乙袤）は自乗して１つの面積として考える。さらに末の広を３倍し、袤をこれに掛けて、広の差で割ると、この面積に与えて高とするので、そのために廉法とするのである。

算題［五］は、掘割を掘って、西岸にその土砂を積み固めて土手を造るとき、各郡の分担について問うている算題である。これを、問題および答、２つの術文それぞれの、３つの部分に分けて扱うことにする。また、１つ目の術文に付けられた自注はその術文の後に扱う。

［五］假令穿河、袤一里二百七十六步、下廣六步一尺二寸、北頭深一丈八尺六寸、上廣十二步二尺四寸、南頭深二百四十一尺八寸、上廣八十六步四尺八寸。運土於河西岸造漘、北頭高二百二十三尺二寸、南頭無高、下廣四百六尺七寸五氂、袤與河同。甲郡二萬二千三百二十人、乙郡六萬八千七十六人、丙郡五萬九千九百八十五人、丁郡三萬七千九百四十四人。自穿・負・築、各人程功常積三尺七寸二分。限九十六日役河・漘俱了。四郡分共造漘、其河自北頭先給甲郡、以次與乙・〈丙・丁〉［一］、合均賦積尺。問逐郡各給斜・正袤・上廣及深、并漘上廣各多少。

荅曰、漘上廣五丈八尺二寸一分。

甲郡正袤一百四十四丈、斜袤一百四十四丈三尺、上廣二十六丈四寸、深一十一丈一尺六寸。

乙郡正袤一百一十五丈二尺、斜袤一百一十五丈四尺四寸、上廣四十丈九尺二寸、深一十八丈六尺。
丙郡正袤五十七丈六尺、斜袤五十七丈七尺二寸、上廣四十八丈三尺六寸、深二十二丈三尺二寸。
丁郡正袤二十八丈八尺（六寸）[二]、斜袤二十八丈八尺六寸、上廣五十二丈八寸、深二十四丈一尺八寸。

**校訂**：［一］文脈から「丙・丁」を補う。
［二］計算により「六寸」を削る。

**訓読**：仮令に河を穿つに、袤は一里二百七十六歩、下広は六歩一尺二寸、北頭の深は一丈八尺六寸、上広は十二歩二尺四寸、南頭の深は二百四十一尺八寸、上広は八十六歩四尺八寸なり。土を河の西岸に運び漘を造るに、北頭の高は二百二十三尺二寸、南頭は高無く、下広は四百六尺七寸五氂、袤は河と同じ(147)。甲郡は二万二千三百二十人、乙郡は六万八千七十六人、丙郡は五万九千九百八十五人、丁郡は三万七千九百四十四人。自ら穿ち、負い、築くに、各人の程功は常積三尺七寸二分なり。九十六日に限り河・漘に役し倶に了わる(148)。四郡は分かちて共に漘を造り、其の河は北頭自り先に甲郡に給し、次を以て乙・丙・丁に与えて、均賦の積尺に合せしむ。問う、郡を逐いて各おの給する斜・正袤・上広及び深、並びに漘の上広は各おの多少ぞ(149)。
答に曰う、漘の上広は五丈八尺二寸一分。
甲郡の正袤は一百四十四丈、斜袤は一百四十四丈三尺、上広は二十六丈四寸、深は一十一丈一尺六寸。
乙郡の正袤は一百一十五丈二尺、斜袤は一百一十五丈四尺四寸、上広は四十丈九尺二寸、深は一十八丈六尺。
丙郡の正袤は五十七丈六尺、斜袤は五十七丈七尺二寸、上広は四十八丈三尺六寸、深は二十二丈三尺二寸。
丁郡の正袤は二十八丈八尺六寸、斜袤は二十八丈八尺六寸、上広は五十二丈八寸、深は二十四丈一尺八寸。

**注**：(147)「河」はここでは掘割のこと。掘割を掘り、掘った土砂で土手を造る。1里は300歩、1歩は6尺である。堀の形状は図5－1参照。上面は水平に置かれた台形で、台形の高さにあたる河の長さ $l$ は3456尺、下広 $a$ は一定で37尺2寸、北頭の深 $h_1$ は

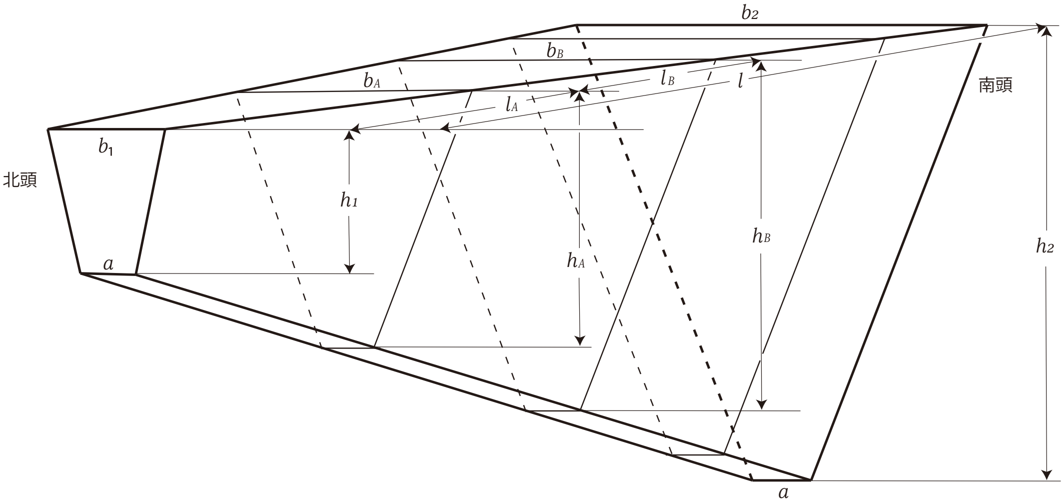


図５－１

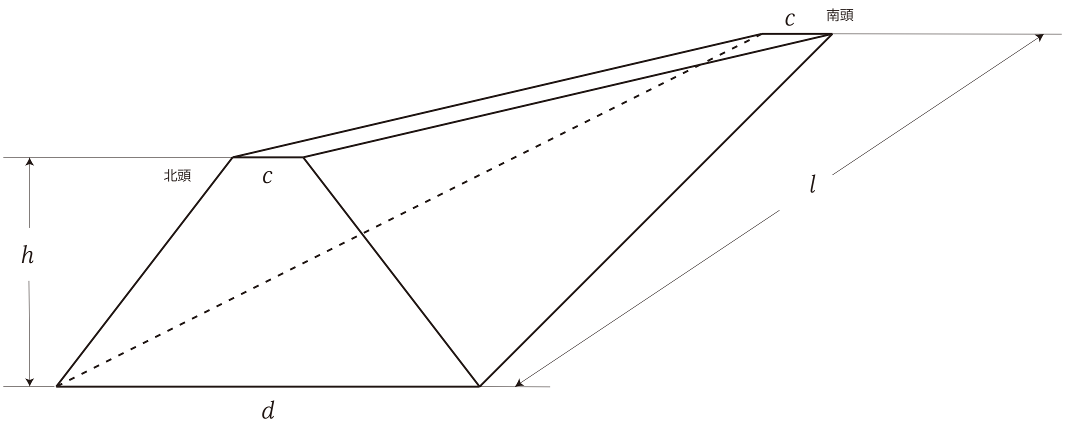


図５－２

18尺６寸、上広$b_1$は74尺４寸、南頭の深$h_2$は241尺８寸、上広$b_2$は520尺８寸である。また「滑」は水際、ここでは土手の義。その形状は図５－２参照。長さ$l$は河と同じ3456尺で、北頭の高$h$は223尺２寸、南頭は高が無く、下広$d$は406尺７寸５厘（406.705尺）である。

（148）『九章算術』商功章［一］題に「穿地四、爲壤五、爲堅三」とあり（文献10）参照）、堅土３は穿地４に相当する。ここでは「常積」を土手の体積で計っており、堀の体積としてはその$\frac{4}{3}$倍となる。したがって、各郡の堀の分担は人数に常積$\frac{372}{100}$

尺、期限96日、換算率$\frac{4}{3}$を掛けて

甲郡が　$22320\times\frac{372}{100}\times96\times\frac{4}{3}=10627891.2$ 尺、

乙郡が　$68076\times\frac{372}{100}\times96\times\frac{4}{3}=32415068.16$ 尺、

丙郡が　$59985\times\frac{372}{100}\times96\times\frac{4}{3}=28562457.6$ 尺、

丁郡が　$37944\times\frac{372}{100}\times96\times\frac{4}{3}=18067415.04$ 尺

であり、河の穿地の体積はこれらの和89672832尺である。

(149) 本題は、堀について各郡の担当する分の寸法と、土手の上広を求める問題である。

**訳**：仮に掘割を掘るのに、袤は１里276歩、下広は６歩１尺２寸、北頭の深は１丈８尺６寸、上広は12歩２尺４寸、南頭の深は241尺８寸、上広は86歩４尺８寸である。堀の西岸に土を運んで土手を造るのに、北頭の高は223尺２寸、南頭は高が無く、下広は406尺７寸５厘であり、土手の袤は堀の袤と同じである。甲郡は22320人、乙郡は68076人、丙郡は59985人、丁郡は37944人いる。各自が掘り、負って運び、土手を築くが、各人の程功は常積の３尺７寸２分である。96日を期限として堀と土手の労役を両方とも終了する。４郡は分担して共に土手を造るが、その堀の北頭から先ず甲郡に割り当て、その次に乙郡・丙郡・丁郡へと割り当て、均しく賦課された積尺に合致させる。問う、郡を順番にそれぞれ割り当てる斜袤・正袤・上広および深、ならびに土手の上広はそれぞれどれほどか。

答にいう、土手の上広は５丈８尺２寸１分。

甲郡の正袤は144丈、斜袤は144丈３尺、上広は26丈４寸、深は11丈１尺６寸。

乙郡の正袤は115丈２尺、斜袤は115丈４尺４寸、上広は40丈９尺２寸、深は18丈６尺。

丙郡の正袤は57丈６尺、斜袤は57丈７尺２寸、上広は48丈３尺６寸、深は22丈３尺２寸。

丁郡の正袤は28丈８尺６寸、斜袤は28丈８尺６寸、上広は52丈８寸、深は24丈１尺８寸である。

（［五］術文①）

術曰、如築隄術入之[7]。以程功乘甲郡人、又以(隄)〈限〉[三]日乘之、四之、三而

一、爲積。又六因、以乘袤冪、以上廣差乘深差爲法、除之、爲實。又幷小頭上下廣、以乘小頭深、三之、爲垣頭冪。又乘袤冪、以法除之、爲垣方。三因小頭上廣、以乘正袤、以廣差除之、爲都廉、從。開立方除之、即得小頭爲甲袤。求深・廣、以本袤及深･廣差求之。（爲法）[四]以兩頭上廣差乘甲袤、以本袤除之、所得加小頭上廣、即甲上廣。以小頭深減南頭深、餘、以乘甲袤、以本袤除之、所〈得〉[五]加小頭深、即甲深。又正袤自乘、深差自乘、幷、而開方除之、即斜袤。若求乙・丙・丁、每以前大深・廣爲後小深・廣、準甲求之、即得。

**校訂**：［三］文脈から「隄」は「限」の誤り。

［四］「爲法」は衍字。李潢に従い削る。

［五］「得」字を脱す。文脈より補う。

**訓読**：術に曰う、築隄術の如く之を入る(150)。程功を以て甲郡の人に乘じ、又た限日を以て之に乗じ、之を四し、三にして一とし、積と為す。又た六もて因し、以て袤冪に乗じ、上広の差を以て深の差に乗じ法と為し、之を除して、実と為す(151)。又た小頭の上下の広を併せ、以て小頭の深に乗じ、之を三し、垣頭冪と為す。又た袤冪に乗じ、法を以て之を除し、垣の方と為す(152)。三もて小頭の上広を因し、以て正袤に乗じ、広の差を以て之を除し、都廉と為し、従える(153)。開立方して之を除けば、即ち小頭を得て甲の袤と為す(154)。深・広を求むるは、本の袤及び深・広の差を以て之を求む。両頭の上広の差を以て甲袤に乗じ、本の袤を以て之を除し、得る所は小頭の上広に加うれば、即ち甲の上広なり(155)。小頭の深を以て南頭の深より減じ、余は、以て甲の袤に乗じ、本の袤を以て之を除し、得る所は小頭の深に加うれば、即ち甲の深なり(156)。又た正袤は自乗し、深の差は自乗し、併せて、開方して之を除けば、即ち斜袤なり(157)。乙・丙・丁を求むるが若きは、毎(つね)に前の大深・広を以て後の小深・広と為し、甲に準じて之を求むれば、即ち得(158)。

**注**：(150)「入」は入算、計算すること。「入」が計算するという義の用例としては『九章算術』方程章第［三］題の「以正負術入之」（文献15）参照）。本題の掘割は、カヴァリエリの原理を用いて図５−３のように下広 $a$ と袤 $l$ の面が水平となるように変形すれば、後の自注［７］で述べるように、堤形とは上下が逆なだけであり、したがって算題［三］の術文③の方法で甲袤 $l_A$ を求めることができる。

(151) 注 (148) で述べたように、$V_A = 22320 \times \frac{372}{100} \times 96 \times \frac{4}{3} = 10627891.2$ であった。「実」

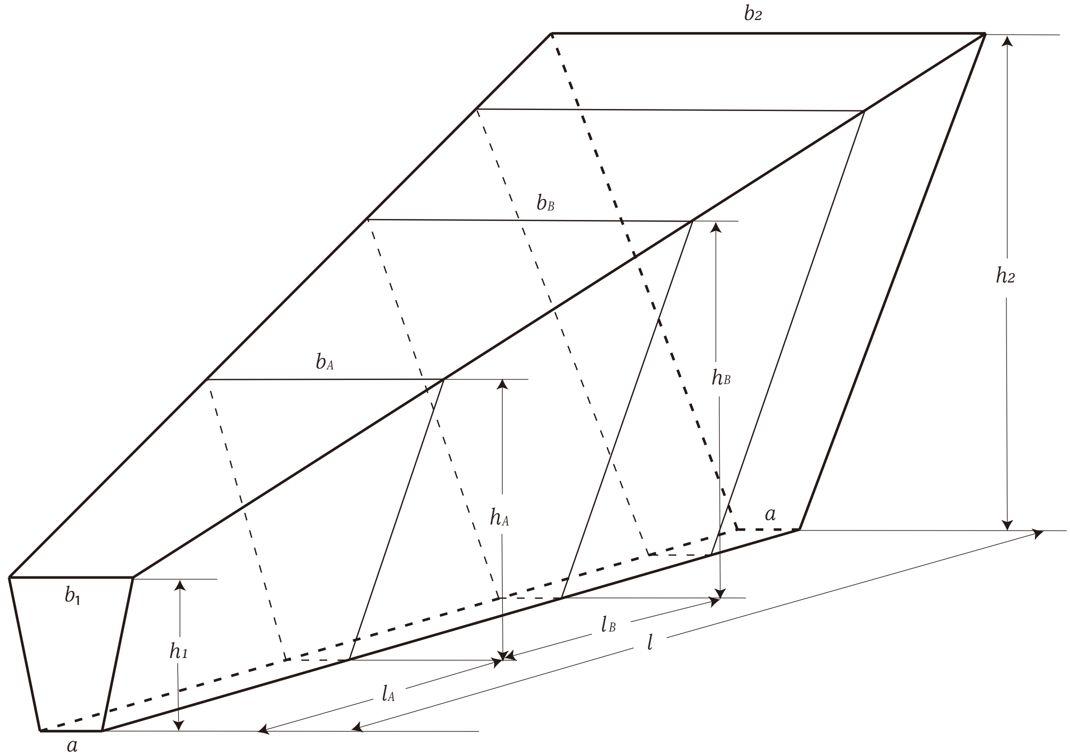


**図５－３**

は注（113）より

$$\frac{6\,l^2V_A}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)} = \frac{6\times3456^2\times\frac{1062789120}{100}}{\left(\frac{5208}{10}-\frac{744}{10}\right)\left(\frac{2418}{10}-\frac{186}{10}\right)}=7644119040$$

である。

（152）注（114）と同様にして、「垣頭冪」は $(a+b_1)h_1\times3=\left(\frac{372}{10}+\frac{744}{10}\right)\times\frac{186}{10}\times3=\frac{622728}{100}$ であり、「垣方」は

$$3(a+b_1)h_1\times\frac{l^2}{(b_2-b_1)(h_2-h_1)}=\frac{622728}{100}\times\frac{3456^2}{\left(\frac{5208}{10}-\frac{744}{10}\right)\left(\frac{2418}{10}-\frac{186}{10}\right)}=746496$$ である。

（153）注（115）と同様にして、「都廉」は $\frac{3b_1\,l}{b_2-b_1}=\frac{3\times\frac{744}{10}\times3456}{\frac{5208}{10}-\frac{744}{10}}=1728$ である。

（154）以上より、$l_A{}^3+1728l_A{}^2+746496l_A=7644119040$ を解けば、答は $l_A=1440$ 尺と求まる。

（155）甲の袤は、注（117）と同様にして $b_A=(b_2-b_1)\frac{l_A}{l}+b_1=\left(\frac{5208}{10}-\frac{744}{10}\right)\times\frac{1440}{3456}+$

$\frac{744}{10}=\frac{2604}{10}$ 尺である。

(156) 甲の深は、注 (118) と同様にして $h_A=(h_2-h_1)\frac{l_A}{l}+h_1=\left(\frac{2418}{10}-\frac{186}{10}\right)\times\frac{1440}{3456}+\frac{186}{10}=\frac{1116}{10}$ 尺である。

(157) 甲の斜袤は、三平方の定理より $\sqrt{{l_A}^2+(h_A-h_1)^2}=\sqrt{1440^2+\left(\frac{1116}{10}-\frac{186}{10}\right)^2}=1443$ 尺である。

(158)「大深・広」は、各郡の担当部分について大きい方の境界面の深と広のこと。甲乙丙丁の順で分担してゆくのだから、前の担当の大きい境界面は後の担当の小さい境界面になる。

**訳**：術にいう、築隄術のようにして計算すればよい。程功を甲郡の人数に掛け、さらに期限の日数を掛けて、4倍し、3で割って、体積とする。さらに6倍し、袤の2乗に掛けて、上広の差を深の差に掛けたものを法として、これを割って、実とする。また小頭の上下の広を併せ、小頭の深に掛け、これを3倍し、「垣頭冪」とする。さらに袤の2乗に掛け、法で割って、「垣方」とする。小頭の上広を3倍し、正袤に掛け、広の差でこれを割り、都廉とし、従える。開立方してこれを除けば、小頭が得られて、甲の袤となる。深と広を求めるには、本の袤および深・広の差によってこれらを求める。両頭の上広の差を甲の袤に掛けて、本の袤でこれを割り、得られたものは小頭の上広に加えると、それが甲の上広である。小頭の深を南頭の深から引いて、残りは、甲の袤に掛け、本の袤で割って、得られたものは小頭の深に加えれば、それが甲の深である。さらに正袤を自乗し、深の差を自乗し、併せて、開平方すれば、それが斜袤である。乙・丙・丁を求めるときでも、つねに前の大きい境界面の深と広が、後の小さい境界面の深と広となり、甲に準じてそれらの寸法を求めれば、得られるのである。

[7] 覆隄爲河、彼注(159) 甚明。高深稍殊、程功是同、意可知也。

**訓読**：隄を覆し河と為せば、彼の注甚だ明らかなり。高深は稍（やや）殊なるも、程功は是れ同じにして、意知る可き也。

**注**：(159) ここの「彼注」は、算題［三］に付けられた自注［５］を指す。

**訳**：堤の上下を逆にして掘割と考えると、彼の注は大変明解である。高さと深さは僅かに異なっているが、程功は同じであるので、その意は簡単にわかる。

（［五］術文②）

求潰上廣術曰、以程功乘總人、又以限日乘之、爲積。六因之、爲實。以正袤除之、又以高除之。所得、以下廣減之、餘、又半之、即潰上廣。

**訓読**：潰の上広を求むるの術に曰う、程功を以て総人に乗じ、又た限日を以て之に乗じ、積と為す。六もて之に因し、実と為す(160)。正袤を以て之を除し、又た高を以て之を除す。得る所は、下広を以て之より減じ、余は、又た之を半にすれば、即ち潰の上広なり(161)。

**注**：(160) 土手の体積 $V'$ は、$(22320+68076+59985+37944)\times\frac{372}{100}\times 96=67254624$ 尺であり、これを $\frac{4}{3}$ 倍すると注 (148) で求めた堀の体積と一致する。ここの「実」は $6V'=403527744$ となる。

(161) 土手の部分は図形的には羨除である。土手の上広 $c$ 尺とすると『九章算術』における羨除の体積算出式（文献13）注 (80) 参照）により $V'=(d+c+c)\times h\times l\times\frac{1}{6}$ であるから、

$$c=\left(\frac{6V'}{h_1}-d\right)\times\frac{1}{2}=\left(\frac{403527744}{\frac{2232}{10}\times 3456}-\frac{406705}{1000}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{5821}{100}$$ 尺と求まる。

**訳**：土手の上広を求める術にいう、程功を総人数に掛け、さらに期限の日数をこれに掛けて、体積とする。これを6倍し、実とする。これを正袤で割って、さらに高でこれを割る。得られたものは、下広を引いて、残りは、さらに半分にすれば、それが土手の上広である。

## 参考文献


1）天禄琳瑯叢書『緝古算経』、郭書春主編『中国科学技術典籍通彙　数学巻１』（河南教育出版社、1993年）所収

2）王孝通『緝古算経』、孔継涵編『算経十書』所収、東北大学デジタルコレクション、藤原集書９、m01101、615-650
https://www.i-repository.net/il/meta_pub/G0000398tuldc_4100009843

3）郭書春、劉鈍点校『算経十書』所収『緝古算経』（九章出版社、2001年）

4）李潢『緝古算経考注』、郭書春主編『中国科学技術典籍通彙　数学巻４』（河南教育出版社、1993年）所収

5）張敦仁『緝古算経細草』、知不足斎叢書（乾隆45年（1780年））所収、国立国会図書館蔵

６）陳傑『緝古算経図解』（成都竜万育変堂、道光3年（1821年））、東北大学デジタルコレクション、藤原集書3191、m01408、55まで
https://www.i-repository.net/il/meta_pub/G0000398tuldc_4100009839
７）陳傑『緝古算経音義』（成都竜万育変堂、道光３年（1821年））、東北大学デジタルコレクション、藤原集書3191、m01408、56以降
https://www.i-repository.net/il/meta_pub/G0000398tuldc_4100009839
８）Tina Su Lyn Lim, Donald B. Wagner "The Continuation of Ancient Mathematics: Wang Xiaotong's Jigu Suanjing, Algebra and Geometry in Seventh-Century China"（Nordic Inst of Asian Studies, 2017年８月）
９）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編39号、2020年６月）
10）小寺裕、武田時昌「『九章算術』訳注稿（13）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号、2012年２月）
11）田村誠、吉村昌之「『九章算術』訳注稿（11）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号、2011年６月）
12）銭宝琮「王孝通『緝古算経』第二題・第三題術文疏証」（科学史集刊　第九期、1966年４月）、銭宝琮点校『算経十書』（中華書局、2021年１月）所収
13）小寺裕、武田時昌、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（15）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号、2014年10月）
14）武田時昌、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（16）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号、2015年２月）
15）張替俊夫「『九章算術』訳注稿（25）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編29号、2017年３月）