『張丘建算経』訳注[†]稿（7）

田　村　　　誠[†]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、田村　誠

馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of "The Mathematical Classic of Zhang Qiujian（張丘建算経）" Vol. 7

TAMURA Makoto

Abstract

"The Mathematical Classic of Zhang Qiujian" was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons（算経十書）during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on "The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）."

This is the seventh article based on our research and results in which we studied the problems 26 to 38 of the third volume.

『張丘建算経』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算経十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『張丘建算経』の訳注を完成させる

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

† 大阪産業大学 全学教育機構 教授

草 稿 提 出 日　10月29日

最終原稿提出日　11月15日

ことを目的としている。本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『張丘建算経』巻下の算題［二六］～［三八］に対する訳注を与える。

[二六]今有客(嵗)〈歳〉[一]作[5]、要與粟一百五十斛。巳[二]與之粟、先五十八日歸。問折粟·與粟各幾何。

荅曰、折粟二十四斛五斗五十九分斗之四十五。與粟一百二十五斛四斗五十九分斗之十四。

術曰、置歸·作日數、以與粟乘之、各自爲實、以一歳三百五十四日爲法。實如法得一。

草曰、置歸(作)[三]日五十八日、以粟一百五十斛乘之、得八千七百。又以歳三百五十四除、得二十四(石)〈斛〉[四]五斗。餘與法皆六除之、得五十九分斗之四十五。求與粟數、以作日二百九十六、以一百五十斛乘之、得四萬四千四百。以歳三百五十四除之、得一百二十五斛四斗五十九分斗之十四。合前問。

校訂：［一］「嵗」は「歳」の俗字、以後断りなく改める。

［二］「巳」は「已」。古書では、「己」「已」「巳」は区別せず往々にして「巳」に作られる。文献9）p. 2校訂［一］参照。

［三］文脈から「作」は衍字。

［四］「石」は「斛」、単位として通用する。ここでは他の表現に合わせて「斛」に改める。

訓読：今客の歳作し、粟一百五十斛を与えんとする有り。已に之に粟を与え、先んずること五十八日にして帰る。問う、折る粟・与うる粟は各おの幾何ぞ(79)。

答えに曰う、折る粟は二十四斛五斗五十九分斗の四十五。与うる粟は一百二十五斛四斗五十九分斗の十四。

術に曰う、帰・作の日数を置き、与えし粟を以て之に乗じ、各自を実と為す。一歳三百五十四日を以て法と為す。実、法の如くして一を得。

草に曰う、帰日の五十八日を置き、粟一百五十斛を以て之に乗じ、八千七百を得。又た歳三百五十四を以て除き、二十四斛五斗を得。余と法は皆な六もて之を除し、五十九分斗の四十五を得。与うる粟の数を求むるに、作日を以て二百九十六は、一百五十斛を以て之に乗じ、四万四千四百を得。歳三百五十四を以て之を除き、一百二十五斛四斗五十九分斗の十四を得(80)。前問に合す。

注：(79)「歳作」は年契約で雇われて小作すること。「折」は差し引く、減るの義。文献８）

注（111）参照。本題は、１年354日として客の耕作の報酬150斛について、客が早く帰った58日分を減らすと、減額と残額はどれだけになるか、というもので比例配分の算題である。太陰太陽暦で１年を354日としたことは、文献20）注（57）参照。

（80）計算は以下の通り。

折粟：$\frac{58\times150\times10}{354}=\frac{8700\times10}{354}=245\frac{270}{354}=245\frac{45}{59}$（斗）、

与粟：$\frac{(354-58)\times150\times10}{354}=\frac{296\times150\times10}{354}=\frac{44400\times10}{354}=1254\frac{45}{354}=1254\frac{14}{59}$（斗）。

訳：今、客が１年耕作し、粟150斛を与えようとすることが有る。既に客に粟を与え、58日先んじて帰った。問う、減らす粟・与える粟はそれぞれどれほどか。

答えにいう、減らす粟は24斛5$\frac{45}{59}$斗である。与える粟は125斛4$\frac{14}{59}$斗である。

術にいう、帰・作の日数を置き、与えた粟をこれにかけて、それぞれを実とする。１年354日を法とする。実を法で割る。

草にいう、帰日の58日を置き、粟150斛をこれにかけて、8700を得る。さらに１年354日で割ると、24斛５斗が得られる。余りと法はどちらも６で約すと、$\frac{45}{59}$斗を得る。与える粟の数を求めるには、耕作した日数296に、150斛をかけると、44400を得る。１年354日で割ると、125斛4$\frac{14}{59}$斗が得られる。題意を満たす。

［5］臣淳風等謹按、問意、三百五十四日。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、問う意は、三百五十四日。

訳：臣淳風等謹んで案じますに、問う意において、（１年は）354日である。

［二七］今有（廩）〈稟〉［一］人、人日食米六升。今三十五日、食米七千四百九十二斛八斗。問人幾何。

荅曰、三千五百六十八人。

術曰、置米數爲實。以六升乘三十五日爲法。實如法得一。

草曰、置米七千四百九十二斛八斗。以六乘三十五日、得二斛一斗、爲法。以除積數、得三千五百六十八人。合前問。

校訂：［一］「廩」字は宋版では「亩」部を「面」に作るが俗字である。「廩」は「稟」に通ず。ここでは「稟」に改める。

訓読：今人に稟(あた)えて、人ごとに日に米六升を食する有り。今三十五日にして、米七千四百九十二斛八斗を食す。問う、人は幾何ぞ(81)。

答に曰う、三千五百六十八人。

術に曰う、米数を置きて実と為す。六升を以て三十五日に乗じて法と為す。実、法の如くして一を得。

草に曰う、米七千四百九十二斛八斗を置く。六を以て三十五日に乗じ、二斛一斗を得、法と為す。以て積数を除し、三千五百六十八人を得(82)。前問に合す。

注：(81) 本題は、1人1日6升食べるとき、35日で749280升食べたとすると何人いるか、というもので、単純な複比例の問題である。

(82) 1人が35日に食べる量は$35\times6=210$（升）であるから、人数は$\frac{749280}{210}=3568$（人）である。

訳：今、人に支給するに、1人1日米6升を食べることがある。今、35日で米7492斛8斗を食べる。問う、人数はどれほどか。

答にいう、3568人。

術にいう、米の数を置いて実とする。6升を35日にかけて法とする。実を法で割ると答が得られる。

草にいう、米7492斛8斗を置く。6（升）を35日にかけて、2斛1斗が得られ、法とする。これで米の総数を割り、3568人を得る。題意を満たす。

[二八]今有五十八人、二十九日食麪九十五斛三斗一升少半升。問人〈日〉[一]食幾何。
荅曰、五升太半升。
術曰、置麪斛斗升數爲實。以人·(日食)〈食日〉[二]相乘、爲法。實如法得一。
草曰、置麪數、以三因之、内子一、得二萬八千五百九十四。置人數五十八、以二十九乘之、得一千六百八十二。又以三因之、得五千四十六、爲法。除得五升。餘皆三約之、得三分之二、爲太半升。合前問。

校訂：［一］南宋本は「日」字を脱す。今、補う。

［二］文脈より「日食」は「食日」の誤り。

訓読：今五十八人の、二十九日にして麺九十五斛三斗一升少半升を食する有り。問う、人

ごとに日に食すること幾何ぞ(83)。

答に曰う、五升太半升。

術に曰う、麺の斛斗の升数を置き実と為す。人･食する日を以て相乗じ、法と為す。実、法の如くして一を得。

草に曰う、麺の数を置き、三を以て之に因し、子一に納れ、二万八千五百九十四を得。人数五十八を置き、二十九を以て之に乗じ、一千六百八十二を得。又た三を以て之に因し、五千四十六を得、法と為す。除せば五升を得。余は皆な三たび之を約し、三分の二を得、太半升と為す(84)。前問に合す。

注：(83)「麪」は「麺」と同字。本題は、58人が29日で$9531\frac{1}{3}$升食べるとき、１人１日で食べる量はどれだけか、というもので、これもまた単純な複比例の問題であるが、実が分数であり、途中で29で約分するなど、計算は煩雑になっている。次注参照。

(84) 計算は$\dfrac{9531\frac{1}{3}}{58\times 29}=\dfrac{\frac{28594}{3}\times 3}{1682\times 3}=\dfrac{28594}{5046}=5\dfrac{3364}{5046}=5\dfrac{2}{3}$（升／人・日）となる。ここで、最後の計算では、$2\times 29^2=1682$で約分をしている。「三たび之を約し」とは２と29と29により３回約分するという意である。これをもし互除法によって等数1682を求めて約分するなら、因数29は現れないし、そもそも約分は１回で済む。因数29は法58×29から得たものであろう。

訳：今、58人が29日で麺95斛３斗$1\frac{1}{3}$升を食べることがあった。問う、人ごとに１日ごとに食べるのはどれほどか。

答にいう、$5\frac{2}{3}$升。

術にいう、麺の斛斗の升数を置いて実とする。人数と食べた日数をかけ合わせ、法とする。実を法で割ると答が得られる。

草にいう、麺の数を置き、３倍して、分子の１に入れると、28594を得る。人数58を置き、29をこれにかけ、1682を得る。さらに３倍して、5046を得て、法とする。これで割ると５升が得られる。(法と) 余りはどれも３回約分すると、$\frac{2}{3}$を得て、これを太半升とする。題意を満たす。

[二九]今有二人三日錮銅、得一斤九兩五銖。今一月日錮銅、得九千八百七十六斤五兩四銖少半銖。問人功幾何。

荅曰、一千二百五十三人三百六十三分人之二百六十二。

術曰、置二人三日所得錮銅斤·兩·銖、通之作銖。以二人·三日相乘、除之、爲一人一日之銖。二十四而一。還以一人一日所得兩銖通分内子。復以一月三〈十〉[一]日乘一人積分、所得、復以銖分母三通之、爲法。又以今錮銅斤·兩通爲銖。以少半銖者三分之一、以三通、内一、以六乘之爲實。實如法而一、得人數。不盡、約之爲分。

草曰、置二人三日所得銅一斤九兩、以十六通斤、得二十五兩。又以銖數二十四乘之、入五銖、得六百五。以二人乘三日、得六、爲法。除、得一百銖六分之五。是一日所得之數。以二十四除之、一人所得四兩四銖六分銖之五。却通分内子、得六百五。以一月三十日乘之、得一萬八千一百五十。又以通分母、三因之、得五萬四千四百五十、爲法。置今錮銅、以十六兩乘之、内五兩、得一十五萬八千二十一兩。又以二十四銖乘之、内四銖、得(二)〈三〉[二]百七十九萬二千五百八銖。又以通分母、三因之、内子一、得一千一百三十七萬七千五百二十五。又以法分母六因之、得六千八百(一)〈二〉[三]十六萬五千一百五十、爲實。以法除之、得一千二百五十三人。法與餘皆一百五十約之、法得三百六十三、餘得二百六十二。合前問。

校訂：[一]「十」を脱す。一月は30日。
　　[二] 計算により「二」は「三」の誤り。
　　[三] 計算により「一」は「二」の誤り。

訓読：今二人の三日にして銅を錮（かた）め(85)、一斤九両五銖を得る有り。今一月の日に銅を錮め、九千八百七十六斤五両四銖少半銖を得。問う、人の功は幾何ぞ(86)。

　答に曰う、一千二百五十三人三百六十三分人の二百六十二。

　術に曰う、二人三日にして錮め得る所の銅の斤・両・銖を置き、之を通じて銖と作す。二人·三日を以て相乗じ、之を除し、一人一日の銖と為す。二十四にして一とす。還りて一人一日の得る所の両・銖を以て分を通じて子に納る。復た一月三十日を以て一人の積分に乗じ、得る所は、復た銖の分母の三を以て之に通じ、法と為す。又た今錮めし銅の斤・両を以て通じて銖と為す。少半銖は三分の一なるを以て、三を以て通じ、一に納れ、六を以て之に乗じ実と為す。実、法の如くして一とすれば、人の数を得。尽きざるは、之を約し分と為す(87)。

　草に曰う、二人三日の得る所の銅一斤九両を置き、十六を以て斤を通じ、二十五両を得。又た銖数二十四を以て之に乗じ、五銖に入れ、六百五を得。二人を以て三日に乗じ、六を得、法と為す。除せば、一百銖六分の五を得。是れ一日の得る所の数たり。

二十四を以て之を除せば、一人の得る所は四両四銖六分銖の五。却って分に通じて子に納れ、六百五を得。一月三十日を以て之に乗じ、一万八千一百五十を得。又た以て分母に通じ、三もて之を因し、五万四千四百五十を得、法と為す。今錮めし銅を置き、十六両を以て之に乗じ、五両に納れ、一十五万八千二十一両を得。又た二十四銖を以て之に乗じ、四銖に納れ、三百七十九万二千五百八銖を得。又以て分母に通じ、三もて之を因し、子一に納れ、一千一百三十七万七千五百二十五を得。又た法の分母の六を以て之を因し、六千八百一十六万五千一百五十を得、実と為す。法を以て之を除し、一千二百五十三人を得。法と余は皆な一百五十もて之を約し、法は三百六十三を得、余は二百六十二を得。前問に合す。

注：(85)「錮銅」は熔解した銅を固めること。

(86)「功」は規程の仕事量。文献21) 注 (14) 参照。本題の「人功」は仕事量を人数と日数の積で表している。本題は、一ヶ月の精銅の仕事量が、１日では何人分であるかを求めるもので、単位換算と複比例の問題である。

(87) １斤=16両、１両=24銖であるから、１斤９両５銖＝25両５銖＝605銖であり、これが２人３日の仕事量なのだから、１人１日では$\frac{605}{2\times3}$銖となる。また9876斤５両$4\frac{1}{3}$銖は、158021両$4\frac{1}{3}$銖、すなわち$3792508\frac{1}{3}$銖であるので、求める仕事量は

$\dfrac{3792508\frac{1}{3}}{\frac{605}{2\times3}\times30}$人となる。術に従えば、計算は $\dfrac{3792508\frac{1}{3}}{\frac{605}{2\times3}\times30}=\dfrac{\frac{11377525}{3}}{\frac{605\times30}{6}}=\dfrac{11377525\times6}{605\times30\times3}$

$=\dfrac{68265150}{54450}=1253\dfrac{39300}{54450}=1253\dfrac{262}{363}$ となり、これは草の計算過程の数値と合致する。

訳：今２人が３日で銅を固めて、１斤９両５銖を得る。今一月30日の間に銅を、9876斤５両$4\frac{1}{3}$銖精錬した。問う、人数としての仕事量はどれほどか。

答にいう、$1253\frac{262}{363}$人分である。

術にいう、２人が３日で得た銅の、斤・両・銖の数を置き、単位を通じて銖にする。２人と３日をかけたものでこれを割り、１人１日あたりの銖とする。24で割れば両の数が得られる。戻って１人１日の得る所の両・銖を、通分して分子に入れる。さらに一月の30日を１人分の分子に掛けて、得られたものは、また銖の分母の３をかけて、法とする。さらに今一月で得られた銅の斤・両を換算して銖にする。少半銖は３分の１なので、３をかけて、分子の１に入れて、これを６倍して実とする。実を法で割れば、人の数が得られる。割り切れないものは、約分して分数にする。

草にいう、２人が３日で得る銅１斤９両を置いて、16倍して斤を換算すれば、25を得る。さらに銖数24をこれに掛けて、５銖に入れると、605を得る。２人を３日に掛けて、６が得られ、法とする。法で割れば、$100\frac{5}{6}$銖を得る。これが１日で得られる数である。24でこれを割れば、１人の得る所は４両$4\frac{5}{6}$銖。逆に整数を分母で倍して分子に入れると、605が得られる。一月の30日をこれに掛けて、18150を得る。さらに分母で通分するので、３倍して、54450を得て、法とする。今固めた銅の量を置いて、16両をこれに掛けて、５両に入れると、158021両が得られる。さらに24銖をこれに掛けて、４銖に入れると、3792508銖が得られる。さらに分母で通分するので、３倍して、分子の１に入れると、11377525が得られる。さらに法の分母の６をこれに掛けると、68265150が得られ、実とする。法でこれを割ると、1253を得る。法と余りはどれも150で約分して、法は363を得、余りは262を得る。題意を満たす。

[三〇]今有立方九十六尺。欲爲立圓。問徑幾何。
荅曰、一百一十六尺四萬三百六十九分尺之一萬一千九百六十八。
術曰、立方再自乘、又以十六乘之、九而一。所得、開立方除之、徑得丸徑。
草曰、置九十六、再自乘、得八十八萬四千七百三十六。又以十六乘之、得一千四百一十五萬五千七百七十六。以九除之、得一百五十七萬二千八百六十四。以〈開〉[一]立方法除。借一筭子於下、常超二位、步至百而〈止〉[二]。上商置一百。(下)[三]置一百萬於〈下〉[三]法之上、名曰方法。以〈方〉[四]法命上(方)〈商〉[四]一百、除實一百萬。方法三因之、得三百萬。又置一百萬於方法之下、名曰廉法。三因之、方法一退、廉法再退、下法三退。又置一十於上商一百之下。又置一千於下法之上、名曰隅法。以方･廉･〈隅〉[五]三法皆命上商一十、除(十)〈實〉[六]。畢、又倍廉法、三因之隅法、皆從方法。又置一百一十於方法之下。三因之、名曰廉法。方法一退、廉法再退、(隅)〈下〉[七]法三退。又置六於上商之下。又置六於下法之上、名曰隅法。乃自乘得三十六。又以六乘廉法、得一千九百八十(五)[八]。〈以〉[九]方･廉･隅三法皆命上商六、(除之)[十]除實。畢、倍廉法、三因隅法、皆從方〈法〉[十一]。得一百一十六尺四萬三百六十九分尺之一萬一千九百六十八。合前問。

校訂：[一] 文脈より「開」字を補う。
[二] 文脈よりここは「止」字を補う。
[三] 文脈より「下」字は「法」字の前に移す。
[四] 文脈より、下文に倣って「以法命上方一百」を「以方法命上商一百」に改める。

［五］三法には「隅」が足りない。今これを補う。

［六］「十」は「實」の誤り。

［七］文脈より「隅法」は「下法」の誤り。

［八］計算により「五」は衍字。

［九］上文に倣って「以」を補う。

［十］「除之」は衍文。

［十一］上文に倣って「法」を補う。

訓読：今立方九十六尺有り。立円と為さんと欲す。問う、径は幾何ぞ(88)。

答に曰う、一百一十六尺四万三百六十九分尺の一万一千九百六十八。

術に曰う、立方は再自乗し、又た十六を以て之に乗じ、九にして一とす。得る所は、開立方して之を除せば、径（ただ）ちに丸径を得(89)。

草に曰う、九十六を置き、再自乗し、八十八万四千七百三十六を得。又た十六を以て之に乗じ、一千四百一十五万五千七百七十六を得。九を以て之を除し、一百五十七万二千八百六十四を得(90)。開立方を以て法除す。一算子を下に借り、常に二位を超え、歩みて百に至りて止む(91)。上商は一百を置く。一百万を下法の上に置き、名づけて方法と曰う。方法を以て上商の一百に命じ、実より一百万を除く(92)。方法は三もて之を因し、三百万を得。又た一百万を方法の下に置き、名づけて廉法と曰う。三もて之を因し、方法は一退し、廉法は再退し、下法は三退す(93)。又た一十を上商の一百の下に置く。又た一千を下法の上に置き、名づけて隅法と曰う(94)。方・廉・隅の三法を以て皆な上商一十に命じ、実より除く(95)。畢れば、又た廉法を倍し、三もて之を隅法に因し、皆な方法に従う(96)。又た一百一十を方法の下に置く。三もて之を因し、名づけて廉法と曰う(97)。方法は一退し、廉法は再退し、下法は三退す(98)。又た六を上商の下に置く。又た六を下法の上に置き、名づけて隅法と曰う。乃ち自乗して三十六を得。又た六を以て廉法に乗じ、一千九百八十を得(99)。方・廉・隅の三法を以て皆な上商の六に命じ、実より除く(100)。畢れば、廉法を倍し、三もて隅法を因し、皆な方法に従え(101)、一百一十六尺四万三百六十九分尺の一万一千九百六十八を得(102)。前問に合す。

注：(88)「立方」は立方体、「立円」は球のこと。本題は１辺96尺の立方体と同体積の球体の直径を求める算題である。

(89)「再自乗」は３乗すること。開立円術では、円周率３とすると球の体積の近似値

として、外接立方体の$\frac{9}{16}$倍を挙げる。これは合蓋（軸が直交する、同径の２円柱の共通部分）の体積として与えられるものであった。文献22）注（126）および劉注［42］参照。球の直径R、体積Vとすると$V=\frac{9}{16}R^3$より、$R^3=\frac{16}{9}V$であり、これを開立方してRを求めている。「径ちに」とは、開立方した値が他の計算をすることなく、そのまま答になるということ。

(90) $R^3=\frac{16}{9}V=\frac{16}{9}\times 96^3=\frac{16}{9}\times 884736=\frac{14155776}{9}=1572864$である。

(91) これより先、草では1572864の開立方の計算を説明する。その方法は、用語に多少の違いはあるが、『九章算術』開立方術と同じものである。文献23）参照。

「借一筭子於下、常超二位、歩至百而止」

（上商）							
実	1	5	7	2	8	6	4
（方法）							
（廉法）							
（隅法）							
下法	1	←	←	・	←	←	・

実に1572864を置算し、借算の１を下方に置き、２つ飛ばしで進める。

(92)「上商置一百。置一百萬於下法之上、名曰方法。以方法命上商一百、除實一百萬」

上商					1		
実		5	7	2	8	6	4
方法	1						
（廉法）							
（隅法）							
下法	1						

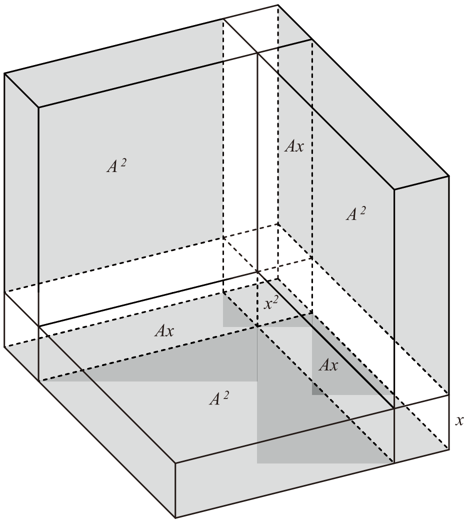
初商１（百）を見積り、方法にその１（の自乗）を置く。方法の１を上商の１と掛けて、その上の実の１（百万）から引く。これで、体積が実（1572864）に等しい立方体から、１辺が初商の立方体（体積1000000）を除いたことになる。

(93)「方法三因之、得三百萬。又置一百萬於方法之下、名曰廉法。三因之、方法一退、廉法再退、下法三退」

上商					1		
実		5	7	2	8	6	4
方法	・	3					
廉法	・	→	3				
（隅法）							
下法	・	→	→	1			

方法を３倍する。その下に初商の１を置いて廉法とする。廉法は３倍し、方法は１つ位を下げ、廉法は２つ位を下げ、下法は３つ位を下げる。

初商をAとし、次商をxとすると、次商を与えることで増加する分の立体は右図のようになる。これを図のように直方体に分解すると、初商の立方体と面積A^2の面で接する直方体は3つあり、その面積の和がここで定めた方法である。また、初商の立方体と長さAの辺だけを共有する直方体も3つあり、その長さの和がここで定めた廉法である。



$(A+x)^3 - A^3$

(94)「又置一十於上商一百之下。又置一千於下法之上、名曰隅法」

上商				1	1	
実	5	7	2	8	6	4
方法	3					
廉法		3				
隅法			1			
下法			1			

次商1（十）を見積り、初商の後に置く。次商の1（の自乗）を下法の上に置いて隅法とする。次商が1なので略されているが、廉法に次商の1を掛け、あらためて廉法とする。

ここに至って、方法・廉法・隅法の3つで上図の網掛けの部分の面積を表していることになる。

(95)「以方・廉・隅三法皆命上商一十、除實」

上商				1	1	
実	2	4	1	8	6	4
方法	3					
廉法		3				
隅法			1			
下法			1			

方法・廉法・隅法を次商と掛けて、その上の実から引く。

(96)「又倍廉法、三因之隅法、皆従方法」

上商				1	1	
実	2	4	1	8	6	4
方法	3	6	3			
(廉法)		↑				
(隅法)			↑			
下法			1			

廉法は2倍し、隅法は3倍して、方法に加える。

これによって、1辺が(初商＋次商)の立方体の3面の面積を方法が表すことになる。この後は、注(93)で方法を3倍した後から本注までを繰り返すことになる。

(97)「又置一百一十於方法之下。三因之、名曰廉法」

上商				1	1	
実	2	4	1	8	6	4
方法	3	6	3			
廉法		3	3			
(隅法)						
下法			1			

(初商＋次商)の立方体の1辺の長さを3倍したものを廉法とする。

(98)「方法一退、廉法再退、下法三退」

上商				1	1	
実	2	4	1	8	6	4
方法	・	3	6	3		
廉法		・	→	3	3	
(隅法)						
下法			・	→	→	1

方法は1つ位を下げ、廉法は2つ位を下げ、下法は3つ位を下げる。

(99)「又置六於上商之下。又置六於下法之上、名曰隅法。乃自乗得三十六。又以六乗廉法、得一千九百八十」

上商				1	1	6
実	2	4	1	8	6	4
方法		3	6	3		
廉法			1	9	8	
隅法					3	6
下法						1

三商6を見積り、次商の後に置く。三商6の自乗を下法の上に置いて隅法とする。また、廉法に三商の6を掛け、あらためて廉法とする。

（100）「以方・廉・隅三法皆命上商六、除實」

上商			1	1	6
実	1	1	9	6	8
方法	3	6	3		
廉法		1	9	8	
隅法				3	6
下法					1

方法・廉法・隅法を三商と掛けて、その上の実から引く。

（101）「倍廉法、三因隅法、皆從方法」

上商			1	1	6
実	1	1	9	6	8
方法	4	0	3	6	8
（廉法）				↑	
（隅法）					↑
下法					1

廉法は２倍し、隅法は３倍して、方法に加える。

（102）ここまでの計算で、次の方法40368が表すものは、１辺が（初商＋次商＋三商）である立方体の３面の面積である。実の残りをこれで割った$\frac{11968}{40368}$では、廉法や隅法に対応する体積を考えていない分、明らかに真の値より大きくなる。そこで開平方に倣い分母（方法）に１を加えた$\frac{11968}{40369}$を与え、近似をやや良くしている。しかしながら、仮に四商で開立方が完了するとすると、そのときの廉法（(初商＋次商＋三商)×四商）と隅法（$(\text{四商})^2$）の和が１より小さいときも大きいときもあるので、この近似値は真値より大きいときも小さいときもあるものである。

訳：今、１辺が96尺の立方体がある。これと同体積の球にしたい。問う、直径はどれほどか。

答にいう、$116\frac{11968}{40369}$尺。

術にいう、立方体の１辺を３乗し、さらに16倍して、９で割る。得られたものを、開立方すると、直ちに球の直径が得られる。

草にいう、96を置いて、３乗すると、884736を得る。さらに16をこれに掛けて、14155776を得る。９でこれを割ると、1572864を得る。開立方術でこれを開く。算木１本を下に借りて、２桁飛ばしで進め、100まで行って止める。上商に百の位の１を置く。百万の位の１を下法の上に置き、名付けて方法という。方法を上商の１に掛けて、実から１（百万）を引く。方法は３倍し、３（百万）を得る。さらに１（百万）を方法の下に置き、名付けて廉法という。これを３倍し、方法は位を１つ下げ、廉法は

位を２つ下げ、下法は位を３つ下げる。さらに１（十）を上商の１（百）の下に置く。さらに１（千）を下法の上に置き、名付けて隅法という。方・廉・隅の三法はどれも上商１（十）に掛けて、実より引く。終われば、また廉法を２倍し、隅法を３倍して、すべて方法に加える。さらに１（百）１（十）を方法の下に置く。これを３倍し、名付けて廉法という。方法は位を１つ下げ、廉法は位を２つ下げ、下法は位を３つ下げる。さらに６を上商の下に置く。さらに６を下法の上に置き、名付けて隅法という。直ちに自乗して36を得る。さらに６を廉法に掛けて、1980を得る。方・廉・隅の三法はどれも上商の６を掛け、実から引く。終われば、廉法を２倍し、隅法を３倍し、すべて方法に加えると、$\frac{11968}{40369}$尺を得る。題意を満たす。

[三一]今有立圓徑一百三十二尺。問爲立方幾何。
荅曰、（二）〈一〉[一]百八尺三萬四千九百九十三分尺之三萬四千二十。
術曰、令徑再自乘、九之、十六而一。開立方除之、得立方。
草曰、置徑一百三十二尺、再自乘、得二百二十九萬九千九百六十八。又以九因之、得二千六十九萬九千七百一十二。又以十六除之、得一百二十九萬三千七百三十二。以開立方法除之。得合前問。

校訂：[一] 計算により、「二」は「一」の誤り。

訓読：今立円の径一百三十二尺有り。問う、立方を為すこと幾何ぞ(103)。
答に曰う、一百八尺三万四千九百九十三分尺の三万四千二十。
術に曰う、径をして再自乗せしめ、之を九し、十六にして一とす。開立方して之を除せば、立方を得(104)。
草に曰う、径一百三十二尺を置き、再自乗し、二百二十九万九千九百六十八を得。又た九を以て之を因し、二千六十九万九千七百一十二を得。又た十六を以て之を除し、一百二十九万三千七百三十二を得。開立方を以て之を法除す(105)。前問に合するを得。

注：(103) 本題は直径132尺の球体と同体積の立方体の１辺を求める問題で、算題［三〇］の逆問題である。
(104) 上注 (89) で述べたように、開立円術により直径Rの球の体積Vは、円周率３として$V=\frac{9}{16}R^3$と近似される。したがって、これを開立方すれば同体積の立方体の１辺が求められる。

（105）前注のように$V=\frac{9}{16}R^3=\frac{9\times132^3}{16}=\frac{9\times2299968}{16}=\frac{20699712}{16}=1293732$を開立方する。その計算は下記①～⑥のようになるが、本題でも近似値は分母（最後の方法）に1を加えて、$108\frac{34020}{34993}$と与えている。

①							
（上商）							
実	1	2	9	3	7	3	2
（方法）							
（廉法）							
（隅法）							
下法	1	←	←	・	←	←	・

②							
上商					1		
実		2	9	3	7	3	2
方法	1						
（廉法）							
（隅法）							
下法	1						

③							
上商					1	0	
実		2	9	3	7	3	2
方法	・	→	3				
廉法	・	→	・	→	3		
（隅法）							
下法	・	→	→	・	→	→	1

④							
上商					1	0	8
実		2	9	3	7	3	2
方法			3				
廉法				2	4		
隅法						6	4
下法							1

⑤							
上商					1	0	8
実			3	4	0	2	0
方法			3				
廉法				2	4		
隅法						6	4
下法							1

⑥							
上商					1	0	8
実			3	4	0	2	0
方法			3	4	9	9	2
（廉法）					↑		
（隅法）							↑
下法							1

訳：今、直径132尺の球がある。問う、同体積の立方体にすると1辺はどれほどか。

答にいう、$108\frac{34020}{34993}$尺。

術にいう、直径を3乗させて、9倍して、16で割る。開立方してこれを開けば、立方体の1辺が得られる。

草にいう、直径132尺を置いて、3乗して、2299968を得る。さらにこれを9倍して、20699712を得る。さらに16でこれを割ると、1293732を得る。開立方してこれを開く。題意を満たす。

［三二］今有立方材三尺。鋸爲方枕一百二十五枚。問一枚爲立方幾何。

荅曰、一枚方六寸。

術曰、以材方寸數再自乘、以枚數而一。所得、開立方除之、得枕方。

草曰、以三十寸再自相乘、得二萬七千寸。以枕一百二十五枚除之、得二百一十六。以開〈立〉[一]方除之。置上商六於上、借一筭子於下。置六於下法之上、以自乘得三十六、名曰方法。以方法命上商、除之、得六寸。乃合前問。

校訂：［一］「立」字を脱す。今補う。

訓読：今立方の材三尺有り。鋸いて方枕一百二十五枚と為す。問う、一枚は立方を為すこと幾何ぞ(106)。

答に曰う、一枚の方は六寸。

術に曰う、材の方の寸数を以て再自乗し、枚数を以て一とす。得る所は、開立方して之を除せば、枕の方を得(107)。

草に曰う、三十寸を以て再び自ら相乗じ、二万七千寸を得。枕一百二十五枚を以て之を除し、二百一十六を得。開立方を以て之を除す。上商の六を上に置き、一算子を下に借る。六を下法の上に置き、以て自乗し三十六を得、名づけて方法と曰う。方法を以て上商に命じ、之より除けば、六寸を得(108)。乃ち前問に合す。

注：(106) 本題は、立方体を125個の小立方体に分割するとき、小立方体の１辺を求めるもので、『孫子算経』巻中の［一五］題の逆問題である。文献13）参照。

(107) 術文では、立方体の１辺30寸を125の３乗根である５で割るのではなく、立方体の体積を小立方体の個数で割って小立方体の体積を求め、それを開立方して小立方体の１辺を求めている。

(108) 枕の体積は$\frac{30^3}{125}=\frac{27000}{125}=216$（立法寸）であり、その開立方は初商６のみで終了し、廉法や隅法は現れない。

訳：今、１辺３尺の立方体の材がある。鋸で引いて立方体の枕125個ができた。問う、１つの枕の立方体の１辺はどれほどか。

答にいう、１個の１辺は６寸。

術にいう、材の１辺の寸数を３乗し、個数で割る。得られたものを、開立方してこれを開くと、枕の１辺が得られる。

草にいう、30寸を３乗し、27000寸を得る。枕125個でこれを割り、216を得る。開

立方してこれを開く。上商の６を上に置き、算木１本を下に借りる。６を下法の上に置いて、自乗して36を得て、名付けて方法という。方法は上商に掛けて、実より引けば（０となり、答えとして）６寸を得る。結果、題意を満たす。

[三三]今有亭一區、五十人七日築訖。今有三十人。問幾何日築訖。
荅曰、十一日三分日之二。
術曰、以本人數乘築訖日數、爲實。以今有人數爲法。實如法得一。
草曰、置七、以五十人乘之、得三百五十。以三十人爲法。除、得十一日三分〈日〉[一]之二。合〈問〉[二]。

校訂：[一] 体例により「日」字を補う。
[二] 体例により「問」字を補う。

訓読：今亭一区有り、五十人七日にして築き訖（おわ）る。今三十人有り。問う、幾何日にして築き訖るや(109)。
答に曰う、十一日三分日の二。
術に曰う、本との人数を以て築き訖る日数に乗じ、実と為す。今有る人数を以て法と為す。実、法の如くして一を得(110)。
草に曰う、七を置き、五十人を以て之に乗じ、三百五十を得。三十人を以て法と為す。除せば、十一日三分日の二を得。問いに合す。

注：(109)「亭」は四角錐台の建造物。本題は50人が７日かかる仕事を30人では何日かかるかというもので、簡単な比例問題である。
(110) 計算は$\frac{50\times 7}{30}=\frac{35}{3}=11\frac{2}{3}$（日）である。

訳：今、亭一区があり、50人が７日で築き終える。今30人がいる。問う、どれほどの日数で築き終えるか。
答にいう、$11\frac{2}{3}$日。
術にいう、元の人数を築き終えた日数に掛けて、実とする。今いる人数を法とする。実を法で割れば答が得られる。
草にいう、７を置き、50人をこれに掛けて、350を得る。30人を法とする。割れば、$11\frac{2}{3}$日を得る。題意を満たす。

[三四]今有負他錢、轉利償之。初去轉利得二倍、還錢一百。第二轉利得三倍、還錢二百。第三轉利得四倍、還錢三百。第四轉利得五倍、還錢四百。得畢。凡轉利倍數皆通本錢。今除初本、有錢五千九百五十。問初本幾何。

荅曰、本錢一百五十。

術曰、置初利還錢、以三乘之、併第二還錢。又以四乘之、併第三還錢。又以五乘之、併第四還錢。訖、併餘錢爲實。以四轉得利倍數相乘、得一百二十。減一、餘爲法。實如法得一。

草曰、置初還錢一百、以三乘之、得三百。又併第二還錢、得五百。以四乘之、得二千。又併第三還錢、得二千三百。以五乘之、得一萬一千五百。又併第四還錢、并今有錢(得)[一]五千九百五十、共得一萬七千八百五十。以四轉利二･三･四･五相乘、得一百二十。除一、餘一百一十九、爲法。除實、得一百五十。本〈錢〉[二]、合前問。

校訂：［一］「得」は衍字。

［二］文脈により「銭」字を補う。

訓読：今他銭を負いて、利に転(うつ)して[111]之を償(つぐな)う有り。初去[112]に利に転して二倍を得、銭一百を還す。第二に利に転して三倍を得、銭二百を還す。第三に利に転して四倍を得、銭三百を還す。第四に利に転して五倍を得、銭四百を還す。畢るを得。凡そ利に転すの倍数は皆な本との銭に通ず。今初本を除けば、銭五千九百五十有り。問う、初本は幾何ぞ[113]。

答に曰う、本銭は一百五十。

術に曰う、初めの利の還しし銭を置き、三を以て之に乗じ、第二に還しし銭に併す。又た四を以て之に乗じ、第三に還しし銭に併す。又た五を以て之に乗じ、第四に還しし銭に併す。訖れば､余の銭を併せて実と為す。四転して得し利の倍数を以て相乗じ、一百二十を得。一を減じ、余は法と為す。実、法の如くして一を得[114]。

草に曰う、初めに還しし銭一百を置き、三を以て之に乗じ、三百を得。又た第二に還しし銭を併せ、五百を得。四を以て之に乗じ、二千を得。又た第三に還しし銭に併せ、二千三百を得。五を以て之に乗じ、一万一千五百を得。又た第四に還しし銭に併せ、今有る銭五千九百五十を併せ、共にすれば一万七千八百五十を得。四転せし利二･三・四・五を以て相乗じ、一百二十を得。一を除き、余は一百一十九、法と為す。実を除し、一百五十を得。本銭、前問に合す。

注：(111)「轉利」は運用して利を得ること。

(112)「初去」は最初の意か。「第二」、「第三」、「第四」に対応した語として用いられており、「去」が衍字の可能性もある。

(113) 本題は、借りた銭を元にして、利益を上げるとともにその一部を償還していくとき、利益率と償還額および残金から借入金を求める問題である。『張丘建算経』中巻［一七］題には複利計算において元金を求める問題があるが、この算題では利益率が変動する点で複雑化している。文献11）参照。

(114) 本題の解法は以下の通り。利益から償還しなければ、元金は$2\times3\times4\times5=120$倍になったはずであり、それから元金を除いて、得られたはずの利益は元金の119倍とわかり、この倍数が法である。一方、償還によって失った利益は$((100\times3+200)\times4+300)\times5+400=11900$銭であり、残金5950銭と合わせた17850銭が得られたはずの利益であって、これが実である。法を実で割り$\frac{17850}{119}=150$銭が元金である。

訳：今、人に銭を借りて、運用して利益を得ながら、これを償還することが有った。最初に、運用して利益として２倍を得、銭100を還した。第二に運用して利益として３倍を得、銭200を還した。第３に運用して利益として４倍を得、銭300を還す。第四に運用して利益として５倍を得、銭400を還した。そこで（元金を還して）終わることが出来た。運用して利益として得た倍数というのは、どれも運用した元手の銭に対しての倍数である。今、初めの元金を除くと、銭は5950であった。問う、初めの元金はどれほどか。

答にいう、元金の銭は150。

術にいう、初めの利益から還した銭を置いて、３をこれに掛け、第二に還した銭に併せる。さらに４をこれに掛け、第三に還した銭に併せる。さらに５をこれに掛けて、第四に還した銭に併せる。終われば、残った銭を併せて実とする。４回の運用で得られた利益の倍数を掛け合わせ、120を得る。（元金の）１を引き、残りは法とする。実を法で割ると答が得られる。

草にいう、初めに還した銭100を置き、３をこれに掛け、300を得る。さらに第二に還した銭を併せ、500を得る。４をこれに掛け、2000を得る。さらに第三に還した銭に併せ、2300を得る。５をこれに掛け、11500を得る。さらに第四に還した銭に併せ、今有る銭5950を併せて、一緒にすれば17850を得る。４回運用した利益の倍率２・３・４・５を掛け合わせ、120を得る。（元金分の）１を引くと、残りは119で、法とする。実で割り、150を得る。元の銭は、題意を満たす。

[三五]今有三人、四日客作、得麥五斛。今有七人、一月日客作。問得麥幾何。
荅曰、八十七斛五斗。
術曰、以七人乘一月三十日、又以五斛乘之、爲實。以三人乘四日、爲法。實如法而得一。
草曰、以七人乘三十日、得二百一十。又五斛乘之、得一千五十、爲實。以三人乘四日、得一十二、爲法。除實、得八十七斛五斗。即合前問。

訓読：今三人の、四日客作し、麦五斛を得る有り。今七人有りて、一月の日客作す。問う、麦を得ること幾何ぞ(115)。

答に曰う、八十七斛五斗。

術に曰う、七人を以て一月三十日に乗じ、又た五斛を以て之に乗じて、実と為す。三人を以て四日に乗じ、法と為す。実、法の如くして一を得(116)。

草に曰う、七人を以て三十日に乗じ、二百一十を得。又た五斛を之に乗じ、一千五十を得、実と為す。三人を以て四日に乗じ、一十二を得、法と為す。実を除し、八十七斛五斗を得。即ち前問に合す。

注：(115)「客作」は雇われて仕事をすること。『高士傳』巻下夏馥に「乃自翦鬚、變服易形、入林慮山中、為冶工客作」とある。本題は、3人が4日仕事をして麦5斛が与えられるとき、7人が一月ではどれほどの麦が与えられるか、という複比例の算題である。

(116) 計算は$\frac{7\times30\times5}{3\times4}=\frac{1050}{12}=87\frac{1}{2}$（斛）である。

訳：今3人が、4日間雇われて仕事をしたら、麦5斛を得ることが有った。今7人が、1か月雇われて耕作する。問う、得られる麦はどれほどか。

答にいう、87斛5斗。

術にいう、7人を一月の30日に掛けて、さらに5斛をこれに掛けて、実とする。3人を4日に掛けて、法とする。実を法で割ると答が得られる。

草にいう、7人を30日に掛けて、210を得る。さらに5斛をこれに掛けて、1050を得て、実とする。3人を4日に掛けて、12を得て、法とする。実を割り、87斛5斗を得る。即ち題意を満たす。

[三六]今有人舉取他絹、重作券。要過限一日息絹一尺、二日息二尺、如是息絹日多一尺。今過限一百日。 問息絹幾何。
荅曰、一百二十六匹一丈。
術曰、併一百・一日息、以乘百日、而半之。即得。
草曰、置一百一尺、以一百日乘之、得一萬一百尺。半之、得五千五十尺。以匹法四十尺除之、得一百二十六匹一丈。合前問。

訓読：今人の他絹を挙取し、重ねて券を作る有り。限を一日過ぎるの息は絹一尺、二日の息は二尺、是くの如く息の絹は日ごとに一尺多きを要(もと)む。今限を一百日過ぐ。問う、息の絹は幾何ぞ(117)。

答に曰う、一百二十六匹一丈。

術に曰う、一百・一日の息を併せ、以て百日を乗じて、之を半にす。即ち得(118)。

草に曰う、一百一尺は、一百日を以て之に乗じ、一万一百尺を得。之を半にし、五千五十尺を得。匹法四十尺を以て之を除し(119)、一百二十六匹一丈を得。前問に合す。

注：(117) 本題は、期限を1日過ぎるごとに、その日の利息が1尺ずつ増えるという契約において、100日過ぎたときの利息の合計はどれほどか、という算題で、等差数列の和の問題である。「券」は契約書、「重ねて券を作る」とは同じ内容を割符にして双方で持つことをいう。

(118) 計算は$1+2+3+\cdots+100=\frac{(1+100)\times 100}{2}=\frac{10100}{2}=5050$である。

(119)「匹法」は1匹＝4丈＝40尺であることによる。よって5050尺は126匹1丈である。

訳：今、人が借手の絹を取りあげるのに、双方で契約の券を作ることがあった。期限を1日過ぎた利息は絹1尺、2日過ぎた利息は2尺、このようにして利息は絹を1日ごとに1尺ずつ多くなることとなった。今、期限を100日過ぎた。問う、利息の絹はどれほどか。

答にいう、126匹1丈。

術にいう、100日目と1日目の利息を併せ、100日間を掛けて、半分にする。直ちに得られる。

草にいう、101尺に、100日を掛けて、10100尺を得る。これを半分にして、5050尺を得る。匹法40尺でこれを割り、126匹1丈を得る。題意を満たす。

[三七]今有婦人於河上蕩杯。津吏問曰、「杯何以多」。婦人荅曰、「家中有客、不知其數。但二人共醬、三人共羹、四人共飯、凡用杯六十五」。問人幾何。
荅曰、六十人。
術曰、列置共杯人數於右方、又置共杯數於左方。以人數互乘杯數、併、以爲法。令人數相乘、以乘杯數、爲實。實如法得一。
草曰、置人數二·三·四、列於右行。置一·一·一·杯數左行。以右中三乘左上一、得三、又以右下四乘之、得一十二。又以右上二乘左中一、得二、又以右下四乘之、得八。以右上二乘左下一、得二。又以右中三乘左下二、得六。三位併之、得二十六、爲法。又以二·三·四相乘、得二十四。以乘六十五杯、得一千五百六十。以二十六除之、得六十人。數、合前問。

訓読：今婦人の河上で杯を蕩(あら)う有り。津吏問うて曰う、「杯何を以て多きや」。婦人答えて曰う、「家中に客有り。其の数を知らず。但だ二人は醤を共にし、三人は羹(あつもの)を共にし、四人は飯を共にし、凡そ杯を用うること六十五」と。問う、人は幾何ぞ(120)。

答に曰う、六十人。

術に曰う、杯を共にするの人数を右方に列置し、又た杯を共にするの杯数を左方に置く。人数を以て杯数に互乗し、併せて、以て法と為す。人数をして相乗ぜしめ、以て杯数に乗じ、実と為す。実、法の如くして一を得(121)。

草に曰う、人数二・三・四を置き、右行に列す。一・一・一・杯数を左行に置く。右中の三を以て左上の一に乗じ、三を得、又た右下の四を以て之に乗じ、一十二を得。又た右上の二を以て左中の一に乗じ、二を得、又た右下の四を以て之に乗じ、八を得。右上の二を以て左下の一に乗じ、二を得。又た右中の三を以て左下の二に乗じ、六を得。三位は之を併せ、二十六を得、法と為す。又た二・三・四を以て相乗じ、二十四を得。以て六十五杯に乗じ、一千五百六十を得。二十六を以て之を除し、六十人を得(122)。数、前問に合す。

注：(120) 本題は、設定に多少の違いはあるが『孫子算経』巻下の算題［一七］と同じ算題である。問題は、３種の料理で２人、３人、４人ごとに杯を使い、全部で65杯を使ったとき、人数はどれほどであるかというもので、これと全く同じ数値を用いている算題が『算法統宗』巻十四「河辺洗碗歌」と和算書の『算法童子問』巻一に見られる。文献24) 注 (30) 参照。

(121)『孫子算経』では、客の人数が杯を使用する人数の２, ３, ４の最小公倍数であ

る12人ごとに、杯は醤に6，羹に4，飯に3の計13杯必要であることから、$\frac{65\times 12}{13}=60$人と求める。序文ではこの解法を「未だ其の妙を得ず」と批判している。文献7）の注（11）参照。本題の術文では、これを方程式を解くように求めている。つまり客の人数をx人とすると、使用する杯数は$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=65$であり、分母を順次掛けて$3\times 4x+2\times 4x+2\times 3x=65\times 2\times 3\times 4$すなわち$26x=1560$を解いて、客の人数は60人となる。具体的な表記は後注参照。

（122）草に示された計算は以下の通り。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 65 & \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{右行を互乗}} \begin{pmatrix} 1\times 3\times 4 & 2 \\ 1\times 2\times 4 & 3 \\ 1\times 2\times 3 & 4 \\ 65 & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & 2 \\ 8 & 3 \\ 6 & 4 \\ 65 & \end{pmatrix}$$

したがって、法は$12+8+6=26$とし、実は$2\times 3\times 4\times 65=1560$として、人数は$\frac{1560}{26}=60$人。

訳：今婦人が川のほとりで杯を洗うことがあった。渡し場の役人が問うていう、「杯はなぜこんなに多いのか」。婦人が答えていう、「家に客がいます。その人数はわかりません。しかし2人は醤の杯を共にし、3人は羹の杯を共にし、4人は飯の杯を共にし、全部で杯を用いること65でした」と。問う、人はどれほどか。

答にいう、60人。

術にいう、杯を共にする人数を右側に列置し、また共に用いる杯の数を左側に置く。人数を杯の数に互乗し、掛けて得られたものを併せて、法とする。人数を掛け合わせて、全杯数に掛けて、実とする。実を法で割ると答が得られる。

草にいう、人数2，3，4を置き、右行に並べる。1，1，1，全杯数を左行に置く。右中の3を左上の1に掛けて3を得、さらに右下の4をこれに掛けて12を得る。さらに右上の2を左中の1に掛けて2を得、さらに右下の4をこれに掛けて8を得る。右上の2を左下の1に掛けて2を得る。さらに右中の3を左下の2に掛けて6を得る。3つの数を併せて26を得て、法とする。また2，3，4を掛け合わせて24を得る。それを65杯に掛けて、1560を得る。26でこれを割ると、60人が得られる。数は題意を満たす。

[三八]今有雞翁一直錢五、雞母一直錢三、雞雛三直錢一。凡百錢買雞百隻。問雞翁･母･雛各幾何。

荅曰、雞翁四直錢二十、雞母十八直錢五十四、雞雛七十八直錢二十六。

又荅、雞翁八直錢四十、雞母十一直錢三十三、雞雛八十一直錢二十七。

又荅、雞翁十二直錢六十、雞母四直錢十二、雞雛八十四直錢二十八。

術曰、雞翁每增四、雞母每減七、雞雛每益三、即得[6]。

此問若依上術推筭、難以通曉。然較之諸本竝同、疑其從來脱漏闕文。蓋流傳既久、無可考證。自漢・唐以來、雖甄鸞・李淳風注釋、未見詳辨。今將筭學教授(并)[一]謝察微擬立術・草、刱新添入。

其術曰、置錢一百在地、以九爲法、除之[7]、得雞母之數。不盡者返減下法、爲雞翁之數。別列雞都數一百隻在地、減去雞翁・母數、餘即雞雛。得合前問。若雞翁每增四、雞母每減七、雞雛每益三。或雞翁每減四、雞母每增七、雞雛每損三。即各得「又荅」之數。

草曰、置錢一百文在地、爲實。又置雞翁一、雞母一、各以雞雛三因之、雞翁得三、雞母得三。并雞雛三、併之、共得九、爲法。除實、得一十一、爲雞母數。不盡一、返減下法九、餘八、爲雞翁數。別列雞都數一百隻在地、減去雞翁八、雞母一十一、餘八十一、爲雞雛數。置翁八、以五因之、得四十。即雞翁直錢。又置雞母一十一、以三因之、得三十三。即雞母直。又置雞雛八十一、以三除之、得二十七。即雞雛直。合前問。

又草曰、置雞翁八、增四、得一十二、雞母一十一、減七、得四。雞雛八十一、益三、得八十四、得百雞之數。如前求之、得百錢之數。亦合前問。

又草曰、置雞翁八、減四、得四、雞母一十一增七、得一十八、雞雛八十一損三、得七十八。如前求之、各得百雞百錢之數。亦合前問。

校訂：[一]「并」は衍字。

訓読：今、雞翁一の値は銭五、雞母一の値は銭三、雞雛三の値は銭一なる有り。凡そ百銭もて雞百隻を買う。問う、雞翁・母・雛は各おの幾何ぞ(123)。

答に曰う、雞翁四にして値銭二十、雞母十八にして値銭五十四、雞雛七十八にして値は銭二十六。

又答に、雞翁八にして値銭四十、雞母十一にして値銭三十三、雞雛八十一にして値は銭二十七。

又答に、雞翁十二にして値銭六十、雞母四にして値銭十二、雞雛八十四にして値銭二十八(124)。

術に曰う、雞翁は每(つね)に四を増し、雞母は毎に七を減じ、雞雛は毎に三を益せば、即

ち得[125]。

此の問は、若し上術に依りて推算すれば、以て通暁し難し。然れども之を諸本に較ぶるに並びに同じ、疑うらくは其れ従来に脱漏・闕文あるか。蓋し流伝既に久しく、考証すべき無し。漢・唐自り以来、甄鸞・李淳風注釈すと雖も、未だ詳らかに弁ずるを見ず。今算学教授謝察微、擬（なぞ）らえて立つる術・草を将（もっ）て、新を創り添入す[126]。

其の術に曰う、銭一百を在地に置き、九を以て法と為し、之を除せば、雞母の数を得。尽きざる者は返って下法より減じ、雞翁の数と為す[127]。別に雞の都数一百隻を在地に列し、雞翁・母の数を減去すれば、余は即ち雞雛なり。前問に合するを得。若し雞翁毎に四を増せば、雞母毎に七を減じ、雞雛毎に三を益す。或いは雞翁毎に四を減ずれば、雞母毎に七を増し、雞雛毎に三を損す。即ち各おの「又答」の数を得[128]。

草に曰う、銭一百文を在地に置き、実と為す。又た雞翁一、雞母一を置き、各おの雞雛の三を以て之を因し、雞翁は三を得、雞母は三を得。雞雛の三を併せて、之に併せ、共にすれば九を得、法と為す。実を除せば、一十一を得、雞母の数と為す。尽きざる一は、返って下法の九より減じ、余は八、雞翁の数と為す[129]。別に雞の都数一百隻を在地に列し、雞翁八、雞母一十一を減去すれば、余は八十一、雞雛の数と為す。翁八を置き、五を以て之に因し、四十を得。即ち雞翁の値の銭なり。又た雞母一十一を置き、三を以て之に因し、三十三を得。即ち雞母の値なり。又た雞雛八十一を置き、三を以て之を除し、二十七を得。即ち雞雛の値也。前問に合す。

又た草に曰う、雞翁八を置き、四を増せば、一十二を得、雞母一十一は、七を減じ、四を得。雞雛八十一は、三を益し、八十四を得、百雞の数を得。前の如く之を求め、百銭の数を得。亦た前問に合す。

又た草に曰う、雞翁八を置き、四を減ずれば、四を得、雞母一十一は七を増し、一十八を得、雞雛八十一は三を損し、七十八を得。前の如く之を求め、各おの百雞百銭の数を得。亦た前問に合す。

注：(123) 本題は「百鶏算」として有名な算題で、鶏翁１羽５銭、鶏母１羽３銭、鶏雛１羽$\frac{1}{3}$銭であるとき、100羽で100銭にせよという問題である。鶏翁x羽、鶏母y羽、鶏雛z羽とするとき

$$x+y+z=100\cdots① \quad および \quad 5x+3y+\frac{1}{3}z=100\cdots②$$

は３個の未知数に対して、２個の方程式であるから、不定方程式になる。本題は、これらを満たす正の整数解を求める問題で、正の整数解という条件のため、本題の

解の組合せは有限個になる。

(124) 上注で②×３－①として$14x+8y=200$すなわち

$$7x+4y=100\cdots③$$

が得られる。したがってyを７減らすとき、xを４増やせばよいことがわかる。また、$7x-100-4y=4(25-y)$であり、７と４は互いに素であるので、$25-y$は７の倍数である。よって正の整数解という条件から、解は$y=4, 11, 18$のいずれかの場合に限られ、ここで挙げられた３通りの組合せで全てである。

(125) 不定方程式を解くには、特定の解１つと上注のような増減の関係が得られれば良いが、術文では、特定の解の導出については言及がなく、増減の関係についても結果のみしか書かれていない。この増減の関係は『張丘建算経』内で用いている方程術によって求められる。すなわち

$$\begin{pmatrix} 15 & 1 \\ 9 & 1 \\ 1 & 1 \\ 300 & 100 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 14 & 1 \\ 8 & 1 \\ 0 & 1 \\ 200 & 100 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 1 \\ 0 & 1 \\ 100 & 100 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 4 & 7 \\ 0 & 7 \\ 100 & 700 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 4 & 3 \\ 0 & 7 \\ 100 & 600 \end{pmatrix}$$

のように計算できる。ここで左行に現れたものが③式に相当する。この結果より、yを７減らすとき、xを４、zを３増やせばよいことがわかる。

(126)「此問」以下「添入」までの一段は、前段の張丘建の術文を不満とし、次段に謝察微の術文と２つの草を入れるために付けた注である。謝察微は北宋の人で『謝察微算経』を著したとされる。したがってこの段以降は謝察微の術・草であるが、この注および［6］と［7］の注は誰によるものか不明。

(127) この段では不定方程式を解く際の、特定の解の導出について説明を試みているようではある。また「在地」とあるように、宋代には算木を地に置いて計算していたことがうかがえる。

　銭数を９で割った商が鶏母の数になり、その余りを除数９から引いたものが鶏翁の数であると説くが、数字を合わせただけで、その計算は不合理で誤りである。仮に鶏翁・鶏母・鶏雛が同数であるとすれば、鶏１羽ずつの値の和$5+3+\frac{1}{3}=8\frac{1}{3}$は９よりやや小さいので､鶏の総額は全て鶏母として計算したものよりやや少ない。したがって９で割った商は、鶏母の数の一応の見積になる可能性はある。しかし鶏翁の数を除数９から余り１を引いたものと考えるのは全く不合理である。

(128)（鶏翁, 鶏母, 鶏雛）の数の組が（8, 11, 81）で１つの解となっているとき, 上注(125) で述べたように（+4, −7, +3）をそれぞれ加えて（12, 4, 84）も解となってい

る。また、逆に（＋4, －7, ＋3）を引いて（4, 18, 78）も解である。

（129）この草は謝察微の術文に従うものであるので、鶏母と鶏翁を求めるところまでは謝察微の術文と同じように誤っている。

訳： 今、雞翁１羽の値は５銭、雞母１羽の値は３銭、雞雛３羽の値は１銭であった。全部で100銭で雞100羽を買う。問う、雞翁・母・雛はそれぞれどれほどか。

答にいう、雞翁４羽で値は20銭、雞母18羽で値は54銭、雞雛78羽で値は26銭。

また答に、雞翁８羽で値は40銭、雞母11羽で値は33銭、雞雛81羽で値は27銭。

また答に、雞翁12羽で値は60銭、雞母４羽で値は12銭、雞雛84羽で値は28銭。

術にいう、雞翁はそれぞれ４羽を増し、雞母は７羽を減らし、雞雛は３羽を増やせば、直ちに（別の）答えが得られる。

此の問いで、もし上の術で計算を推し進めるのでは理解することが難しい。しかしながら、諸本を比べて見ても、すべて同じで、そもそも従来の本に脱漏や闕文のあったことが疑われる。そもそも今本が流伝してから既に久しく、考証できるところは無い。漢・唐よりこれまで、甄鸞・李淳風らが注釈したといっても、未だ詳らかに述べられているものを見たことがない。今、算学教授の謝察微が体例に倣って立てた術や草をもって、新たにここに増し加える。

其の術にいう、100銭を置き、９を法として、これを割れば、雞母の数が得られる。割りつくせないものは戻って下法から引き、雞翁の数とする。別に全部の雞の数100羽を置いて、雞翁と鶏母の数を差し引けば、残りは直ちに雞雛の数である。題意を満たす。もし雞翁を４羽増すならそれごとに、雞母は７羽を減らし、雞雛は３羽を増やせばよい。あるいは雞翁を４羽減らすなら、雞母は７羽を増し、雞雛は３羽を減らせばよい。直ちにそれぞれ別の答の数が得られる。

草にいう、銭100文を置き、実とする。また雞翁１羽、雞母１羽を置き、雞雛の３をこれらそれぞれに掛ければ、雞翁は３を得、雞母は３を得る。雞雛の３も併せて、これらに合わせて、一緒にすると９が得られて、法とする。実を割れば、11が得られ、雞母の数とする。割り切れなかった１は、戻って下の法の９から引いて、残りは８で、これを雞翁の数とする。別に全ての雞の数100羽を置いて、雞翁８、雞母11を引き去れば、残りは81で、雞雛の数とする。翁８を置き、５をこれに掛けて、40が得られるが、即ちこれが雞翁の値の銭である。また雞母11を置いて、３をこれに掛けて、33が得られるが、即ちこれが雞母の値である。また雞雛81を置いて、３でこれを割り、27が得られるが、即ちこれが雞雛の値である。題意を満たす。

また草にいう、雞翁８を置き、４を増せば、12を得る。雞母11は、７を引いて、４を得る。雞雛81は、３を増して、84を得る。100雞の数が得られる。前と同じように値を求めると、100銭の数が得られる。また題意を満たす。

また草にいう、雞翁８を置き、４を引けば４を得る。雞母11は７を増して、18を得る。雞雛81は３を引いて、78を得る。前と同じように値を求めると、100雞で100銭となる数が得られる。また題意を満たす。

［6］所以然者、其多少互相通融於同價、則無術可窮盡其理。

訓読：然る所以の者は、其の多少は互相（たが）いに同価に通融すれば、則ち其の理を窮尽すべき術無し。

訳：このようにする訳は、その数の多少が、互いに同じ価値に通じ合わせるためであるので、すなわちその理を尽くすことが出来る術はない。

［7］以九除之、既雛三直錢一、則是每雛直三分錢之一。宜以雞翁・母各三因、併之得九。

訓読：九を以て之を除けば、既に雛三の値は銭一なれば、則ち是れ雛毎に値三分銭の一。宜しく雞翁・母各三もて因し、之を併すれば九を得べし。

訳：９でこれを割れば、既に雛３の値は銭１であるので、すなわちこれは雛ごとに値は$\frac{1}{3}$銭ということである。雞翁と鶏母はそれぞれ３倍し、これらを合わせると９を得ることとなる。

参考文献

１）『宋刻算経六書』中の『張丘建算経』上中下三巻（文物出版社、1980年３月）
２）銭宝琮校勘『算経十書』所収『張丘建算経』上中下三巻（『李儼・銭宝琮科学史全集』第四巻）（遼寧教育出版社、1998年12月）
３）郭書春校点『算経十書』所収『張丘建算経』三巻（九章出版社、2001年４月）
４）呉文俊『中国数学史大系』第四巻「第二編、南北朝伝世算書第二章、『張丘建算経』」（北京師範大学出版社、1999年８月）
５）紀志剛『南北朝隋唐数学』第４章『張丘建算経』（河北科学技術出版社、2000年２月）
６）李海・段海龍『北朝科技史』第三章数学第三節『張丘建算経』（上海人民出版社、2019年11月）
７）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編39号、2020年６月）

8）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（2）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編40号、2020年10月）

9）大川俊隆「『孫子算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編36号、2019年6月）

10）馬場理恵子「『張丘建算経』訳注稿（3）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編41号、2021年2月）

11）馬場理恵子「『張丘建算経』訳注稿（4）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編42号、2021年6月）

12）角谷常子、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（7）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編8号、2010年2月）

13）馬場理恵子「『孫子算経』訳注稿（2）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編37号、2019年10月）

14）小寺裕、張替俊夫「岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（5）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編37号、2014年2月）

15）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）

16）田村誠、武田時昌「『九章算術』訳注稿（14）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号、2012年10月）

17）大川俊隆、田村誠「『九章算術』訳注稿（30）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編32号、2018年3月）

18）馬場理恵子「『九章算術』訳注稿（5）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編6号、2009年6月）

19）田村誠「『張丘建算経』訳注稿（5）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編42号、2021年6月）

20）角谷常子、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（8）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編9号、2010年6月）

21）小寺裕、武田時昌「『九章算術』訳注稿（13）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号、2012年2月）

22）田村誠、吉村昌之「『九章算術』訳注稿（12）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編13号、2011年10月）

23）田村誠、吉村昌之「『九章算術』訳注稿（11）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号、2011年6月）

24) 張替俊夫「『孫子算経』訳注稿 (3)」(大阪産業大学論集　人文・社会科学編38号、2020年３月)