# 軌条輪模型装置を用いた鉄道車両の蛇行動解析

大津山澄明节,浅田 晴香节,原田 愉平节节

A Hunting Analysis of Railway Vehicles Using the Roller Rig Model

OHTSUYAMA Sumiaki<sup>†</sup>, ASADA Haruka<sup>†</sup>, HARADA Yuhei<sup>††</sup>

## Abstract

The vibration of the bogie and the car body becomes remarkable with the speedup of the train, and there are effects, such as safety, riding comfort, rails or ground facilities. This is a very important problem. The problem of vibration in railway vehicles is a very important matter in terms of safety and riding comfort, and a detailed analysis is required. Our experiment was carried out using the roller rig model equipment in 4 kinds of wheel tread gradient (1/10 to 1/40).

The vibration of the railway vehicle is mainly caused by wheels and bogies running on the rail, and it is transmitted to the car body. Of great concern is the danger of derailment, when the hunting occurs at high speed and it has an adverse effect on riding comfort. In this paper, the hunting or phenomenon of railway vehicle generated at high running speed in comparison to low speed is verified using the roller rig model equipment. The purpose of this study is to clarify the relation with the natural vibration of the car body from the viewpoint of the bogie hunting phenomenon.

Key Words: Vibration analysis, Railway vehicle, Roller rig model equipment, Hunting, Wheel tread, Model rules, Natural vibration, Spectrum analysis

キーワード:振動解析,鉄道車両,軌条輪模型装置,蛇行動,踏面勾配,相似則,固有振動, スペクトル解析

+大阪産業大学 工学部 交通機械工学科 教授 + 大阪産業大学 工学部 交通機械工学科 非常勤講師 + 元大阪産業大学 工学研究科 交通機械工学専攻 草稿提出日 2020年10月22日 最終原稿提出日 2021年1月14日

# 1. 緒言

乗物の起源は古く,車輪が発明されたのは1万年以上も前であり,古代ギリシャ時代(紀元 前600~紀元600年)には,二輪や四輪の馬車が道に掘られた溝(轍)を走っていた.1804年に は英国人のリチャード・トレビシックが蒸気機関車を発明しているが,この発明が現代におけ る鉄道の原型である.このように,鉄道は過去の発明の積み重ねにより今日に至っている<sup>1)</sup>.

現在では300km/hを超える高速鉄道がさまざまな国で営業されているが、車体と台車・輪軸 という基本構造に大きな変化はない.しかしながら、列車の高速化に従い台車と車体の振動は 顕著となり安全上、乗り心地上、レールなどの地上設備への影響などもあり、非常に重要な課 題となっている.また、車輪の踏面には曲線を滑らかに走行できるように勾配が付けられてお り、その踏面勾配を原因として蛇行動という一種の自励振動が発生する<sup>2)</sup>.このように、鉄道 車両における蛇行動による振動は安全・乗り心地上も非常に重要な課題であり、詳細な解析が 求められている.

鉄道車両や台車特性を把握するには、実際車両を用いて試験を行うことが理想であるが、コ ストや準備に多くの手間がかかる。そのため軌条輪と呼ばれる回転円盤上に車両を設置し、室 内で疑似的に車両の走行状態を模擬する車両試験台やその模型装置を用いた実験や研究が行わ れている<sup>3)</sup>.

しかしながら,蛇行動に関するさまざまな条件を考慮した詳細で実験的な研究は,本軌条輪 模型装置を用いたもの以外には見当たらない.筆者らは前報で低速・中速域での蛇行動現象を 解析している<sup>4)</sup>.本研究では高速域までの蛇行動を解析し,輪軸蛇行動から台車蛇行動への遷 移と固有振動についても検証したので報告する.

#### 2. 研究目的

車両の振動は主にレール上を走行する車輪と台車を原因として生じ、車体へと伝わる.特に 高速走行時に蛇行動が生じると脱線の危険があり、乗り心地に悪影響を与える.またトンネル 内を高速で走行する際の空力振動や分岐器通過時、地震時のように車体や台車を直接振動させ る外力も働く.

本論では軌条輪模型装置を用いて,低速から高速走行時において横力等に伴って発生する鉄 道車両の蛇行動現象を検証する.特に台車蛇行動現象に着目して,固有振動との関連を解明す ることを研究目的とする.

# 3. 実験装置

#### 3.1 模型実験における相似則

高速で様々な条件の実験を実際の鉄道車両(以下、実車)で行うことは経済上、安全上さら

48

に実務的にも難しいことから、模型車両を用いて実験をすることが一般的である.しかし、模 型車両を用いて実験を行う場合の条件は相似則に基づいて検討する必要があり、まず幾何学的 相似に基づいた相似則の式を導出する.模型と実車を比較する際は軌間(左右レール間隔)を 基準とする.実車の軌間は新幹線や大手私鉄等で採用されている標準軌(1435mm)を基準と した.模型の軌間は143.5mmであるので、相似比λは式(1)に示すように実車軌間長さを模 型軌間長さで除すことにより算出する.同様に質量相似則は(2)となる.次に模型と実車は 同じ重力場にあることから加速度の比を1とすることで、力学的関係とλより式(3),(4) の速度、振動数の相似則が導ける<sup>5)</sup>.

$$\lambda = l/l', \ l = \lambda l' \tag{1}$$

$$M = \lambda^3 M' \tag{2}$$

$$v = \sqrt{\lambda} v' \tag{3}$$

$$f = f' / \sqrt{\lambda} \tag{4}$$

 $\lambda$ : model ratio, l: real gauge, l': model gauge, M: real mass, M': model mass v: real velocity, v': model velocity, f: real frequency, f': model frequency

## 3.2 軌条輪模型装置

実験は標準軌の鉄道車両を1/10スケールで模擬し、レールの代わりに軌条輪を用いた軌条輪 模型装置(以下,軌条輪模型)を使用する.すなわち模型軌間143.5mmの台車とレールに相当 する軌条輪を用いて実験を行う.軌条輪模型の諸元を表1に示す.軌条輪模型は図1のように 1台車のみを有する半車体を模擬したものである.軌条輪模型台車は輪軸,軸箱,軸バネ,台 車枠などで構成されている.図中に軸箱と軸バネを黄丸,まくらバネを青丸で示す.また,赤 丸で示す打撃装置を設置している.車体に関しては床板のみ再現し,床板と台車枠間はまくら バネに相当するゴム素材を設置している.なお,床板に金属重りを載せることで,乗客の質量 を模擬することができる.

床板は中心ピンで固定されている.ただし中心ピンによって前後方向は拘束されるが、中心 ピン周りのヨーイング方向の自由度を持っている.振動加速度の計測は無線式の鉄道模型用振 動計測装置(以下,スマート動揺計)と有線の携帯式動揺計測装置(以下,TG-10)を用いた. また、モータは台車枠に取り付けており、歯車を介して模型輪軸を回転させる.その時の車輪 回転数を読み取ることによって模型の速度を算出する.

Item	Roller rig model (1/10scale)	Real conversion
Gauge	143.5mm	1435mm
Wheel revolutions a minute	0~6000rpm	0~6000rpm
Velocity	0~27m/s	0~307km/h
Half-size car body mass	18.4kg	18.4t
Wheel diameter	86mm	860mm
Axle distance	250mm	2500mm
Bogie center-center pin distance	500mm	5000mm

# Table 1 Principal specifications for the roller rig model and real conversion



Fig. 1 The roller rig model, 1/10 scale model of the real bogie and half-size underframe (Impacting device: Red circle)

# 4. 実験方法

# 4.1 振動加速度

軌条輪模型の振動挙動を確かめるべく実験をおこなった.今回は蛇行動解析を行うため左 右方向の振動加速度に着目した.速度の条件は車輪回転数を500rpm (2.3m/s)から6000rpm (27m/s)の間で設定した.相似則に基づく実車換算速度は式(3)より26km/hから307km/h となる.また蛇行動現象を詳細に解析するため、車輪の踏面は円錐踏面で踏面勾配はそれぞれ 1/10,1/20,1/30,1/40の4パターンの車輪を用いた.なお、振動加速度の計測はスマート動 揺計を台車枠の中梁中央に固定して行う.

軌条輪装置に設置した打撃装置(図1赤丸)を用いて走行中の台車前方側面に横方向の加振 力を与え,強制的な振動を促している。そして,横方向からの外力と通常時の振動の違いを調 べるため,打撃ありとなしの計測を行った。その際の打撃は速度が安定した後30秒間に約30回 打撃装置を使用した. さらに,重りを床板上に左右3つずつ均等に設置し,乗客の増減を再現 する. 1個0.38kgの重りを6個使用し,合計2.28kgとなる. この重りの質量は式(2)を用い て実車換算すると2.28t(60kgの乗客38人分に相当)となり,1両定員の約半分に相当している.

なお, 軌条輪側の条件は直線相当とし, カントは設定しない. 計測した振動加速度データを 元に解析をおこない, パワースペクトル密度(以下, PSD)の卓越周波数から支配的な振動を 特定し, 解析・評価した<sup>6)</sup>.

#### 4.2 固有振動

台車単体と床板設置状態での固有振動数*f*<sub>n</sub>を求める.まず,加えた力とその際の変位量によりバネ定数kを求め,質量mとの関係より固有角振動数ω<sub>n</sub>の値を求め,*f*<sub>n</sub>を導く.

また,ハンマにより静止状態の台車と床板それぞれを加振して,中央に設置したTG-10により,固有振動数を求める.その振動加速度のデータをPSD解析した.本実験では台車単体と床板を加振し,上下に加振して上下方向の結果,左右に加振して左右方向の結果,前後に加振して前後方向の結果をそれぞれ計測した.その場合,加振直後の振動は除き,約2秒後から計測した.

#### 4.3 蛇行動理論

蛇行動実験をおこなう前提として理論値の算出をした. 蛇行動の理論値は幾何学的に決定される. また蛇行動には輪軸単体で振動する輪軸蛇行動と2つの輪軸を有する台車が振動する台 車蛇行動が存在する. 輪軸蛇行動の理論波長は車輪半径をr, 踏面勾配をy, 軌間を2aとする と式(5)となる. また, 台車蛇行動の理論波長は剛体台車モデルとし, 1台車の前軸と後軸 の距離である軸距を2bとすると式(6)となる<sup>7)</sup>. なお, 理論値S1, S2は波長であるので走 行速度を理論波長で除すことで, 理論周波数を定義した.

ただし,式(6)は2輪軸と台車枠が完全剛結合状態での理論値であるが,輪軸は台車枠に 一定の弾性を持って拘束されているため実際の波長はS2より長くなり,周波数は小さくなる<sup>7)</sup>.

$$S1=2\pi\sqrt{\frac{ar_{\gamma}}{\gamma}} \tag{5}$$

$$S2=S1\sqrt{1+b^2/a^2}$$
 (6)

S1 : theoretical wheelset hunting wavelengths, S2 : theoretical bogie hunting wavelengths r : wheel radius,  $\gamma$  : wheel tread gradient, 2a : gauge, 2b : axle distance

## 5. 実験結果

## 5.1 台車蛇行動

軌条輪模型の走行状態における左右振動加速度のPSD解析によるピーク値を図2から図5に まとめた.各図には打撃装置による打撃の有無と重りの有無の結果を示す.また式(5),(6) より求めた蛇行動振動数の理論値を直線で示しており,輪軸蛇行動理論値は破線,台車蛇行動 理論値は実線である.なお,速度域を低速域:~8m/s,中速域:8m/s~22m/s,高速域: 22m/s~の3つに分類する.

1)打撃なし

踏面勾配1/10では中速域から高速域にかけて重りありなしともに台車蛇行動周波数にほぼ一 致した(図2左).

踏面勾配1/20では中速域から高速域にかけて重りありなしともに輪軸蛇行動周波数と台車蛇 行動周波数のほぼ中間の値を示した(図3左).

踏面勾配1/30では中速域から高速域にかけて重りありなしともに輪軸蛇行動周波数にほぼ一 致した(図4左).

踏面勾配1/40では低速域から高速域にかけて輪軸蛇行動周波数より上の値を示した所が多かったが、ほぼ一直線状になっている(図5左).

②打撃あり

踏面勾配1/10では低速域から中速域にかけては、重りありなしともに台車蛇行動周波数付近 にあり、ほぼ一定の周波数となっている(図2右).

踏面勾配1/20では低速域から中速域にかけては,踏面勾配1/10とほぼ同様で,重りありなし ともに台車蛇行動周波数付近にあり,ほぼ一定の周波数となっている.高速域では輪軸蛇行動 周波数と台車蛇行動周波数のほぼ中間の値を示した(図3右).

踏面勾配1/30では中速域では重りありなしともに輪軸蛇行動周波数にほぼ一致したが、低速 域ではほぼ一定の周波数を示し、高速域では台車蛇行動周波数にほぼ一致した(図4右).

踏面勾配1/40では踏面勾配1/30とほぼ同様,中速域では重りありなしともに輪軸蛇行動周波数にほぼ一致したが,低速域ではほぼ一定の周波数となっており,高速域では台車蛇行動周波数にほぼ一致した(図5右).

このように,踏面勾配1/10から1/40の低速域と高速域においては理論輪軸および台車蛇行動 周波数から外れる箇所では,一定幅の周波数範囲内に分布していることが分かる.



Fig. 2 Frequency and speed ; wheel tread 1/10 : No impact (Left) , Impact (Right)



Fig. 3 Frequency and speed ; wheel tread 1/20 : No Impact (Left) , Impact (Right)



Fig. 4 Frequency and speed ; wheel tread 1/30 : No Impact (Left) , Impact (Right)



Fig. 5 Frequency and speed ; wheel tread 1/40 : No impact (Left) , Impact (Right)

### 5.2 固有振動数

①理論固有振動数

一般的に,質量と減衰係数,バネ定数により,式(7)で示す運動方程式が導かれる.本論 では減衰は軽微なものとして無視する.そこで式(8)より固有角振動数が求まり,式(9) より固有振動数を理論的に求めることができる<sup>8)</sup>.台車単体と半車体を横方向に引張り,バネ 定数を求める.このバネ定数と質量から,それぞれの左右方向の固有角振動数と固有振動数を 式(9)より求める(表2).

②加振固有振動数

次に台車単体と半車体のハンマによる加振試験により左右方向の固有振動数を求めた.固有 振動数は前後・左右・上下の3方向に存在するが,蛇行動は進行方向に対して左右方向に生じ るため,左右方向に注目する.軌条輪模型の加振試験による振動加速度をPSD解析した.その 結果,固有振動数は台車単体で10Hz,半車体では20Hzであった.なお,鉄道車両の振動には 車体全体が剛体的に動揺する低周波の車体振動と,床板等が弾性的にビビリ振動する高周波の ものとがあることが知られている<sup>7)</sup>.そのため,ここでは台車の弾性振動は除外し剛性振動の みに着目して,30Hz以下を対象としている.以上の結果より式(4)を用いて実車振動数 f を求める.  $\lambda = 10$ であるので,実車に換算した振動数はそれぞれ3.16Hzと6.32Hzとなる.

加振試験による結果と相似則により導いた実車換算値を,理論固有振動数とともにまとめて 示す(表2).

$\mathbf{m}\ddot{x} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k}\mathbf{x} = 0$	(7)
$\omega_n = \sqrt{k/m}$	(8)
$f_{\rm n} = \omega_{\rm n}/2 \pi = \sqrt{{\rm k/m}}/2 \pi$	(9)

m : mass, c : damping constant, k : spring constant, x : displacement  $\omega_n$  : natural angular frequency,  $f_n$  : natural frequency

Item	Bogie	Half-size underframe
Spring constant $\times 10^5$ [N/m]	2.73	3.79
Mass [kg]	16.18	18.36
Natural angular frequency [rad/s]	130	144
Natural frequency [Hz]	<u>20.7</u>	<u>22.9</u>
Hammer hit natural frequency [Hz]	<u>10</u>	<u>20</u>
Converted natural frequency [Hz]	3.16	6.32

Table 2 Lateral natural vibration (bogie and half-size underframe)

# 5.3 定常振動

図6に図4右から引用した踏面勾配1/30(打撃あり)の定常的な範囲の振動結果を示す.速 度は低速域,中速域,高速域の3つに分けており,その範囲を縦の黒実線で示す.なお,理論 輪軸蛇行動および台車蛇行動の範囲を除いたデータのみを示している.そして,低速域と高速 域では緑の横線の範囲5~8Hzでほぼ一定の振動数の範囲に収まる定常的な振動(以下,定 常振動)となっていることが分かる.

また,図2左から図5左の打撃なしにおいては低速域の一部を除いてすべての踏面勾配にお いて重りありなしともに,定常振動が見られる.ただし,中~高速域では定常振動は見られな い.同様に,図2右から図5右の打撃ありにおいてはすべての踏面勾配の重りありなしとも低 速域では定常振動が見られる.また,一部では中・高速域でも定常振動が見られる.



Fig. 6 Frequency and speed ; wheel tread gradient 1/30 : Impact

# 6. 考察

#### 6.1 台車蛇行動

打撃なしの場合, 軌条輪速度の変化における周波数は, 中速域以上において踏面勾配1/20~ 1/40では, 主に輪軸蛇行動の発生であった. しかし, 踏面勾配1/10では, 台車蛇行動である. これは踏面勾配1/10は曲線通過性能に優れている形状であり, 勾配が大きいため曲線通過性能 は良いものの, 左右方向の運動エネルギが大きくなり, 軸箱が台車枠に強く当たることで台車 枠へ働く力が大きくなり, 輪軸蛇行動から台車蛇行動に移行すると考える.

打撃ありの周波数は中速域においては、主に輪軸蛇行動が発生するが、高速域では主に台車 蛇行動である.これは打撃により左右方向の力が加わることになるため、打撃なしの場合の踏 面勾配1/10と同様に、左右方向の運動エネルギが大きくなり、軸箱が台車枠に強く当たること で台車蛇行動に移行すると考える.

また,今回すべての踏面勾配と速度において,重りの有無における差異は認められなかった. 乗客を想定した重りは床板上に設置しており,まくらバネの上である.そのため重りの有無に よる台車枠における振動の差異は、一部を除いてほとんどなかったと考える.

### 6.2 固有振動

5.3節と6.1節で述べた打撃ありにおいては低速域と中・高速域の一部で,周波数一定範 囲の定常振動が存在しており,概ね5~8Hz程度である.また,打撃なしにおいても低速域 では概ね4~10Hz程度である.この定常振動は,踏面勾配の大きさには直接的には関係せず, 台車走行時に見られる台車固有振動と考える.横方向の変位と復元力による一定周期の振動で ある.つまり,この定常振動は蛇行動と固有振動が重なりあったもののうち,固有振動が優位 となったと推察できる.ただし,高速域や踏面勾配が大きい場合には,蛇行動の振動が優位と なる.

また、本研究では軌条輪模型の台車を静止状態で加振し、実験的に固有振動数を求めた.計 測は上下,左右,前後の3方向で行っているが,左右方向に着目している.ここで、数値解析 結果と加振による左右方向の台車単体または半車体の固有振動数は表2より台車単体で10~ 21Hz,半車体で20~23Hzの範囲である.この結果は、上述の台車固有振動数の範囲である 4~10Hzとはやや乖離がある.加振試験の精度を高める必要があり、今後の課題としたい.

さらに、在来線実車の台車枠に計測装置を設置して、左右方向の振動加速度を計測した既往 の研究によれば、16km/hの速度で分岐器付近を通過したときには5秒間に19回左右方向に振 動している<sup>9)</sup>. この場合、実車振動数はf = 3.8 (Hz) となり、式(4) を用いて模型振動数  $f'を求める. 式(1) より、<math>\lambda = 1067/143.5 = 7.43$ であるので、式(4) より模型の振動数は 10.4Hzとなる. なお、実車走行時の模型換算速度は式(2) より1.6m/sとなる. 実車の等価踏

56

面勾配は1/20程度と想定されるため、図3右の勾配1/20打撃ありで1.6m/s時の周波数を確認すると7Hz程度である。

なお,模型台車と実車の基本的な構造に大きな違いはないが,模型台車各部の質量や軸箱支 持剛性・バネ定数は実車を忠実に反映したものではない.そのため両者の振動数は比較的に近 い数値となっているものの,やや乖離がある.

以上のように、模型の定常振動より導いた固有振動数と実車における振動数を模型に換算し た振動数は近似しており、軌条輪模型実験の有効性が確認できたと考える。

### 6.3 考察まとめ

台車枠の振動は,輪軸の踏面勾配に起因する輪軸蛇行動および運動エネルギの増加により輪 軸蛇行動から移行する台車蛇行動がある<sup>10</sup>.また,踏面勾配に関わらず走行時に生じる左右方 向の台車固有振動も同時に存在する.このように,通常は蛇行動と固有振動の両者が存在して いる.そのため,踏面勾配が小さく速度も低い場合など,蛇行動の影響が小さいと台車固有振 動が顕著になる.また,踏面勾配が大きく,速度も高い場合などや分岐器や横風・地震などの 横からの外力が作用すると台車蛇行動が優勢となる.台車はまくらバネを介して車体の上下荷 重を支えているが,このバネの存在により,乗客の増減などで台車上部の車体荷重が変動して も台車振動への影響は少ない.

踏面勾配1/10打撃なし(図2左)では台車蛇行動の発生が顕著に見受けられた.これは輪軸 からの振動が大きく,輪軸から軸箱,軸バネを介して台車に振動が伝わり,台車蛇行動を引き 起こしたと考えられる.これに対して踏面勾配1/20~1/40打撃なしにおいては輪軸蛇行動の発 生に留まった.踏面勾配の小さい条件では蛇行動の原因となる輪軸の振動のエネルギがそもそ も小さいと考えられる.

そのため輪軸からの蛇行動振動が台車まで伝わる際に,軸バネや軸箱と台車枠の接触部位な どで減衰したと考えられる.その結果,輪軸蛇行動の振動は台車まで伝わるもののエネルギが 小さいため,台車枠上での振動計測は可能だが,台車を大きく振動させることはない.そのた め輪軸蛇行動の振動に留まったと考える.

っまり,速度が増すにつれて蛇行動による輪軸からの運動エネルギが大きくなると考える. そして速度の上昇と共に振動が増大し,振動のエネルギがある一定点を超過すると,輪軸蛇行動から台車を大きく揺らす台車蛇行動に移行すると考えられる.そのため,踏面勾配が小さい場合や低・中速度域,横力などの外力が少ない場合には局所的な輪軸蛇行動のみが発生する.

## 7. 結言

蛇行動現象が踏面勾配と速度、外力によって変化し輪軸蛇行動が台車蛇行動に移行する遷移

57

点が存在することを示すことができた.また,これら輪軸の踏面勾配に起因する輪軸蛇行動と 台車蛇行動および台車の固有振動数との関係により,固有振動に起因する定常的な振動現象が 発生することを確かめた.さらに,実車の固有振動数を理論式および加振試験,模型実験によ り推定することが可能であることを示すことができた.

軌条輪模型を用いた実験により、4種類の踏面勾配と分岐器や横風・地震など横方向からの 力を模擬した打撃の有無、乗客の多寡を反映した重りの有無などさまざまな条件を再現するこ とができた.さらに、実車データと模型データを相似則により比較して、近似的な結果を示す ことが確認できた.これらのことにより軌条輪模型と相似則の有効性を示すことができた.実 車の振動については、さらに実際車両を用いた計測や解析が必要であるが、模型実験や理論式、 加振による簡便な方法でも比較的正確な結果が得られたと考える.

今後は、加振試験の精度を高めることや、有限要素法によるモデル化、さらなる高速度域での蛇行動挙動の実験も検討したい.また、本軌条輪模型を用いた既往の研究でも、数値解析ソフトウェアMATLABによる台車の固有振動解析により、台車の左右方向の固有振動が確認されている<sup>10</sup>.これらを含め、今後さらに模型、理論の解析を通じて実車の蛇行動現象を解明したい.

## 参考文献

- 1) Christian Wolmar, 北川玲(訳), 鉄道の歴史, 株式会社創元社 (2016), pp.13-21.
- 2)赤木新介,新交通機関論,株式会社コロナ社 (1995), pp.16-19, pp.182-183.
- 山口輝也,下村隆行,佐々木君章,車両試験台における実軌道走行模擬のための加振方法,鉄道総研報告,鉄道総合技術研究所(2013), pp.11-16.
- 4) 伊藤弘晃, 浅田晴香, 大津山澄明, 軌条輪模型を用いた鉄道車両の蛇行動特性の解析, 大阪産業 大学論集・自然科学編129号 (2018), pp.19-30.
- 5) 江守一郎, 斉藤孝三, 関本孝三, 模型実験の理論と応用, 技報堂出版 (2000), pp.19-38, pp.46-47, pp.141-145.
- 6) 國枝正春, 実用 機械振動学, 理工学社 (1984), pp.15-18.
- 7) 日本機械学会,鉄道車両のダイナミクスとモデリング,丸善出版株式会社 (2017), pp.44-57, pp.57-58, pp.121-127.
- 8) 大熊政明,構造動力学 基礎理論から実用手法まで,株式会社朝倉書店(2012), pp.10-29.
- 9) 茂呂諭, 軌条輪模型装置を用いた鉄道車両台車の挙動検証, 大阪産業大学修士論文 (2015), pp.41-43.
- 10) 黄鑫, 浅田晴香, 大津山澄明, 軌条輪模型を用いた固有振動解析に関する研究, 日本機械学会 第29回交通・物流部門大会(TRANSLOG2020) ポスターセッション1004, (2020).