『張丘建算経』訳注[†]稿（4）

馬　場　理恵子[†]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、田村　誠

馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of "The Mathematical Classic of Zhang Qiujian （張丘建算経）" Vol. 4

BABA Rieko

Abstract

"The Mathematical Classic of Zhang Qiujian" was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons（算経十書）during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on "The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）."

This is the fourth article based on our research and results in which we studied the problems 11 to 22 of the second volume.

『張丘建算経』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算経十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『張丘建算経』の訳注を完成させる

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

† 京都女子大学 非常勤講師

草 稿 提 出 日　2月27日

最終原稿提出日　3月8日

ことを目的としている。

本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『張丘建算経』巻中の算題［一一］～［二二］に対する訳注を与える。

[一一]今有堢壔方四丈、高二丈。欲以塼四面單壘之。塼一枚廣五寸、長一尺一寸、厚二寸。問、用塼幾何。

答曰、一萬四千七百二十七塼一十一分塼之三。

術曰、置堢壔方丈寸數、以塼廣增之、而以四乘之、以高乘之爲實。以塼長·厚相乘爲法、實如法而一。

草曰、置四百寸、加五寸、以四因之、得一千六百二十寸。又以高二百寸乘之、得三十二萬四千寸。以塼長·厚相乘、得二十二寸爲法。除之、得一萬四千七百二十七枚一十一分塼之三。合前問。

訓読：今、堢壔有り、方四丈、高二丈(17)。塼を以て四面に単に之を塁ねんと欲す。塼一枚は広五寸、長一尺一寸、厚二寸(18)。問う、塼を用いること幾何ぞ。

答えに曰う、一万四千七百二十七塼一十一分塼の三。

術に曰う、堢壔の方の丈の寸数を置き、塼の広を以て之を増して四を以て之に乗じ、高を以て之に乗じて実と為す。塼の長・厚を以て相乗じ法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、四百寸を置き、五寸を加え、四を以て之に因し(19)、一千六百二十寸を得。又高二百寸を以て之に乗じ、三十二万四千寸を得。塼の長・厚を以て相乗じ、二十二寸を得て法と為す。之を除せば、一万四千七百二十七枚一十一分塼の三を得(20)。前問に合す。

注：(17) ここでいう「堢壔」は「方堡壔」のことで、正四角柱の建造物をいう。

(18)「塼」とはれんがのこと。「磚」「甎」に同じ。

(19)「因之」は掛け算をいう用語。「術曰」では数字に関わらず「乗」が用いられていることから、用法の違いが見てとれる。「因」は和算では一桁の掛け算をいう用語となっていくが、『張丘建算経』ではまだ用法の揺れがみられる。

(20)「草曰」の答えは「一万四千七百二十七枚一十一分塼之三」として「枚」と「塼」が使われているが、本来はどちらかの量詞にあわせるべきだろう。本題において出来上がった立体は、正四角柱の周囲にれんがの広の分だけ広がったものである。上

から見た図を下図に示す。図の周囲のうち、太線の部分はれんがの長・厚の面がみえている部分であり､その長さは（400＋５）×４寸である。細い線の部分４か所（各５寸）はれんがの広・厚の面が見えている部分である。計算は、太線の部分にあたる立体の側面積を、れんがの長・厚の面の面積で割って、れんがの個数を求めている。(「寸」で計算する)

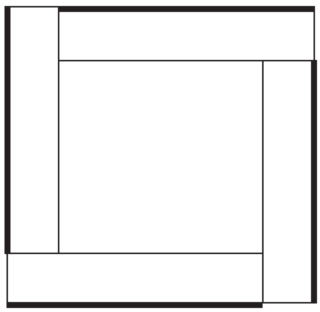
（400寸＋５寸）×４＝1620寸　・・・下図の太線部分の長さ

1620寸×200寸＝324000平方寸　・・・実、下図の太線部分にあたる立体の側面積

11寸×２寸＝22平方寸　・・・法、れんがの長・高の面の面積

324000平方寸÷22平方寸＝$14727\frac{3}{11}$塼

ただし、実際には下図太線部分の１つ１つの長さは405寸で、れんがの長11寸の倍数になっていないので､この計算はれんがを適当に切ることが前提のものである。



訳：今、垛壔（正四角柱の建造物）があり、方４丈、高２丈である。れんがで垛壔の四面を一重に囲って積んでいこうとしている。れんが１枚は、広５寸、長１尺１寸、厚２寸。問う、れんがはどれだけ必要か。

答えにいう、$14727\frac{3}{11}$塼。

術にいう、垛壔の方の丈の寸数を置き、れんがの広をこれに加え、４をこれに掛け、高をこれに掛けて実とする。れんがの長・厚を掛けて法とし、実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、400寸を置き、５寸を加え、４をこれに掛け、1620寸を得る。又高200寸をこれに掛け、324000平方寸を得る。れんがの長・厚を掛けて、22平方寸を得て法とする。これで324000平方寸を割ると、$14727\frac{3}{11}$塼が得られる。題意を満たす。

［一二］今有築圓垛壔、周九丈六尺、高一丈三尺。問、用壌土幾何。

答曰、一萬六千六百四十尺。

術曰、周自相乘、以高乘之、又以五乘爲實。以三乘十二爲法。實如法而一。
草曰、以周九丈六尺自相乘、得九千二百一十六尺、又以高一丈三尺乘之、得一十一萬九千八百八。又以五乘之、得五十九萬九千四十爲實。以三乘十二得三十六爲法。除實、得一萬六千六百四十尺。合前問。

訓読：今、円垛壔を築く有り、周九丈六尺、高一丈三尺(21)。問う、壌土を用いること幾何ぞ(22)。

答えに曰う、一万六千六百四十尺。

術に曰う、周自ら相乗じ、高を以て之に乗じ、又五を以て乗じて実と為す。三を以て十二に乗じて法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、周九丈六尺を以って自ら相乗じ、九千二百一十六尺を得、又高一丈三尺を以て之に乗じ、一十一万九千八百八を得。又五を以て之に乗じ、五十九万九千四十を得て実と為す。三を以て十二に乗じ三十六を得て法と為す。実を除せば、一万六千六百四十尺を得(23)。前問に合す。

注：(21)「圓垛壔」は円柱形の建造物をいう。本題は円柱の体積を求める問題。『九章算術』商功章［九］題に「今有圓垛壔、周四丈八尺、高一丈一尺。問積幾何。荅曰、二千一百一十二尺。 術曰、周自相乘、以高乘之、十二而一」とある。

(22)「壌土」は「息土」、柔らかい土のこと。『九章算術』商功章［一］題劉注［２］に「壌土は息土」とある。また、『説文』土部に「壌は、柔土也」とある。

(23) 円垛壔の体積は周^2×高さ÷４πで求めることができ、『九章算術』では、円周率を３で計算しているため、４π＝12で計算している。本題も同じ。

本題では周^2×高さ÷12×$\frac{5}{3}$として計算しているが、ここでいう$\frac{5}{3}$は「壌土」の率をいう。『九章算術』商功章［一］題「術曰」に、「穿地四、爲壤五、爲堅三、爲墟四。以穿地求壤、五之、求堅、三之、皆四而一。以壤求穿、四之、求堅、三之、皆五而一。以堅求穿、四之、求壤、五之、皆三而一」とあり、「壌土」を求める場合は５を掛けて３で割るとされている。

「草曰」では周^2×高さ÷12×$\frac{5}{3}$を以下の通り計算している。

96尺×96尺＝9216尺

9216尺×13尺＝119808立方尺

119808立方尺×５＝599040立方尺　・・・実

３×12＝36　・・・法

$599040 \div 36 = 16640$立方尺

訳：今、円垛壔を築くことがあり、周９丈６尺、高１丈３尺。問う、必要な壌土はどれだけか。

答えにいう、16640立方尺。

術にいう、円周を自乗して、高をこれに掛け、また５を掛けて実とする。３を12に掛けて法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、周９丈６尺を自乗し、9216尺を得、また、高１丈３尺をこれに掛けて、119808立方尺を得る。また５をこれに掛けて、599040立方尺を得て、実とする。３を12に掛けて36を得、法とする。実を除すと、16640立方尺が得られる。題意を満たす。

[一三]今有率戸出絹三(疋)〈匹〉[一]、依貧富欲以九等出之、令戸各差除二丈。今有上上三十九戸、上中二十四戸、上下五十七戸、中上三十一戸、中中七十八戸、中下四十三戸、下上二十五戸、下中七十六戸、下下一十三戸。問、九等戸、戸各應出絹幾何。

答曰

上上戸、戸出絹五匹

上中戸、戸出絹四匹二丈

上下戸、戸出絹四匹

中上戸、戸出絹三匹二丈

中中戸、戸出絹三匹

中下戸、戸出絹二匹二丈

下上戸、戸出絹二匹

下中戸、戸出絹一匹二丈

下下戸、戸出絹一匹。

術曰、置上八等戸、各求積差。上上戸十六、上中戸十四、上下戸十二、中上戸十、中中戸八、中下戸六、下上戸四、下中戸二。各以其戸數乘而併之。以出絹匹丈數乘凡戸、所得、以併數減之、餘、以凡戸數而一、所得、即下下戸。遞加差、各得上八等戸所出絹匹丈數。

草曰、置上上戸三十九、以十六乘之、得六百二十四、列於上。又置上中戸二十四、以十四因之、得三百三十六、併上。又置上下戸五十七、以十二因之、得六百八十四、併上位。又置中上戸三十一、以十因之、得三百一十、併上位。又置

中中戸七十八、以八因之、得六百二十四、併上位。又置中下戸四十三、以六因之、得二百五十八、併上位。又置下上戸二十五、以四因之、得一百、併上位。又置下中戸七十六、以二因之、得一百五十二、併上位。都得三千八十八、又併九等戸三百八十六、以十二丈因之、得四千六百三十二丈。以減三千八十八丈、餘一千五百四十四丈、以爲平率。以衆戸數三百八十六而一、(除之)[二]、得四丈、爲一匹、是最下之戸所出絹。以次各加二丈、至上上戸、出五匹。皆合前問。

校訂：[一]「疋」は「匹」の俗字。以下全て「匹」に改める。
[二] 文意から「而一」か「除之」のどちらかが衍字である可能性がある。ここでは郭書春に従い、「除之」を除く。

訓読：今、率にして戸ごとに絹三匹を出だす有り、貧富に依りて九等を以て之を出さんと欲す。戸の各々の差をして、二丈を除かしむ。今、上上三十九戸、上中二十四戸、上下五十七戸、中上三十一戸、中中七十八戸、中下四十三戸、下上二十五戸、下中七十六戸、下下一十三戸有り。問う、九等の戸、戸の各々応に出だすべき絹は幾何ぞ。
答えに曰う、
上上戸は、戸ごとに絹五匹を出だす
上中戸は、戸ごとに絹四匹二丈を出だす
上下戸は、戸ごとに絹四匹を出だす
中上戸は、戸ごとに絹三匹二丈を出だす
中中戸は、戸ごとに絹三匹を出だす
中下戸は、戸ごとに絹二匹二丈を出だす
下上戸は、戸ごとに絹二匹を出だす
下中戸は、戸ごとに絹一匹二丈を出だす
下下戸は、戸ごとに絹一匹を出だす。
術に曰う、上に八等の戸を置き、各々積差(24)を求む。上上戸十六、上中戸十四、上下戸十二、中上戸十、中中戸八、中下戸六、下上戸四、下中戸二。各々其戸数を以て乗じて之を併す。出だす絹の匹の丈数を以て凡ての戸に乗じ、得る所は、併数を以て之より減じ、余りは、凡ての戸数を以て一とし、得る所は、即ち下下戸なり。遁(しだ)いに差を加うれば、各々上の八等戸の出す所の絹の匹の丈数を得。
草に曰う、上上戸三十九を置き、十六を以て之に乗じ、六百二十四を得、上に列す。又、上中戸二十四を置き、十四を以て之に因し、三百三十六を得、上に併す。又、上

下戸五十七を置き、十二を以て之に因し、六百八十四を得、上位に併す。又、中上戸三十一を置き、十を以て之に因し、三百一十を得、上位に併す。又、中中戸七十八を置き、八を以て之に因し、六百二十四を得、上位に併す。又、中下戸四十三を置き、六を以て之に因し、二百五十八を得、上位に併す。又、下上戸二十五を置き、四を以て之に因し、一百を得、上位に併す。又、下中戸七十六を置き、二を以て之に因し、一百五十二を得、上位に併す。都（すべ）て三千八十八を得、又九等戸を併せば三百八十六、十二丈を以て之に因し(25)、四千六百三十二丈を得。以て三千八十八丈を減ずれば、余りは一千五百四十四丈、以て平率と為す(26)。衆戸の数三百八十六を以て一とし、四丈を得、一匹と為し、是れ最下の戸の出だす所の絹なり。次を以て各々二丈を加うれば、上上戸の出だす五匹に至る(27)。皆前問に合す。

注：(24)「積差」とは、戸ごとの負担増額分を差をつけて並べること。

(25)「十二丈」は、匹を丈に換算したもの。１匹＝４丈、３匹＝12丈。

(26)「平率」は、全戸が均等に負担する総額。全戸の戸で出すべき絹数4632丈から下下戸を除いた八等の戸の負担増額分を足したもの（3088丈）を引いたものとなる。

(27) 計算は以下の通り。

①戸ごとの負担増額分を差をつけて並べる（積差）。公差２の等差数列。（「術曰」の「置上八等戸、各求積差」にあたる。）

上上戸　16

上中戸　14

上下戸　12

中上戸　10

中中戸　 8

中下戸　 6

下上戸　 4

下中戸　 2

下下戸（０）

②戸数に各々の増額分を掛ける。下下戸より多い分の総額。

上上戸39戸×16＝624

上中戸24戸×14＝336

上下戸57戸×12＝684

中上戸31戸×10＝310

中中戸78戸× 8 ＝624

中下戸43戸× 6 ＝258

下上戸25戸× 4 ＝100

下中戸76戸× 2 ＝152

③②で得られた答えを全て足す。(②、③の計算は「術曰」の「各以其戸数乗而併之」にあたる。)

624＋336＋684＋310＋624＋258＋100＋152＝3088

④全ての戸数を足して、出だす絹の匹の丈数（3疋＝12丈）を掛ける。出だす絹の総量を求める。(「術曰」の「以出絹疋丈數乘凡戸」にあたる。)

39＋24＋57＋31＋78＋43＋25＋76＝386戸

386戸×12丈＝4632

⑤④で得られた答えから③で得られた答えを引く。(「術曰」の「所得、以併數減之」にあたる。)

4632－3088＝1544丈　・・・平率

⑥「平率（1544）」を全戸数（386戸）で割る。(「術曰」の「餘、以凡戸數而一、所得、即下下戸」にあたる)。

1544÷386＝ 4　・・・下下戸の出だす絹の匹の丈数

⑦等級に従って2丈ずつ足していくと、戸ごとに出すべき絹の匹の丈数が得られる。

上上戸　4匹2丈＋ 2丈＝ 5匹

上中戸　4匹＋ 2 ＝ 4匹2丈

上下戸　3匹2丈＋ 2丈＝ 4匹

中上戸　3匹＋ 2丈＝ 3匹2丈

中中戸　2匹2丈＋ 2丈＝ 3匹

中下戸　2匹＋ 2丈＝ 2匹2丈

下上戸　1匹2丈＋ 2丈＝ 2匹

下中戸　1匹＋ 2丈＝ 1匹2丈

下下戸　1匹（4丈)。

訳：今、割合として戸ごとに絹三匹を出させる。貧富によって九等に分けこれを出させようとする。1戸ごとの差はそれぞれ2丈を除いていく。今、上上は39戸、上中は24戸、上下は57戸、中上は31戸、中中は78戸、中下は43戸、下上は25戸、下中は76戸、下下

は13戸ある。問う、九等の戸が、戸ごとにそれぞれ出すべき絹はどれだけか。

答えにいう、

上上戸は、戸ごとに絹５匹を出す、

上中戸が、戸ごとに絹４匹２丈を出す、

上下戸が、戸ごとに絹４匹を出す、

中上戸が、戸ごとに絹３匹２丈を出す、

中中戸が、戸ごとに絹３匹を出す、

中下戸が、戸ごとに絹２匹２丈を出す、

下上戸が、戸ごとに絹２匹を出す、

下中戸が、戸ごとに絹１匹２丈を出す、

下下戸が、戸ごとに絹１匹を出す。

術にいう、上に八等（下下戸以外）の戸を置き、各おの差の和を求める。上上戸は16、上中戸は14、上下戸は12、中上戸は10、中中戸は８、中下戸は６、下上戸は４、下中戸は２。各おのその戸数に掛け、それらの数を足す。すべての戸数に出す絹の匹の丈数を掛け、得た数から併せた数を減じ、余りは、すべての戸数で割り、得られた数は、即ち下下戸の出す絹数である。しだいにそれぞれ差を加えていけば、各おの上の八等の戸が出す絹の匹の丈数を得ることができる。

草にいう、上上戸39を置き、16をこれに掛けると、624が得られて、上に並べる。また、上中戸24を置き、14をこれに掛けると、336が得られ、上に足す。また、上下戸57を置き、12をこれに掛けると、684が得られ、上位に足す。また、中上戸31を置き、10をこれに掛けると、310が得られ、上位に足す。また、中中戸78を置き、８をこれに掛けると、624が得られ、上位に足す。また、中下戸43を置き、６をこれに掛けると、258が得られ、上位に足す。また、下上戸25を置き、４をこれに掛けると、100が得られ、上位に足す。また、下中戸76を置き、２をこれに掛けると、152が得られ、上位に足す。すべてで3088となる。また、九等の戸を併せると386戸、これに12丈（３匹×４）を掛けて、4632を得る。ここから3088を引けば、余りは1544丈であり、これを平率とする。併せた戸数386で平率1544丈を割ると、４丈が得られ、１匹となる。これが最下の戸の出す絹の数である。序列に従ってそれぞれ２丈ずつ加えていくと、上上戸の出す５匹に到達する。皆題意を満たす。

[一四]今有粟三千斛、六百人食之。其一百人日食糳米八斛[一]、二百人日食粺米十四斛、三百人日食糲米十八斛。問、粟得幾何日食之。

答曰、四十一日四十九分日之一十六。

術曰、置粟數爲實。以三等日食米積數各求爲粟之數、併以爲法。實如法得一。

草曰、置糳米八斛、以五十乘之、以糳米二十四除、得一十六斛、餘一十六、以二十四、八約之、得三、餘得二。又置粺米十四斛、以五十乘之、得七（十）〈百〉斛[二]、以粺米率二十七除、得二十五斛、餘二十七分之二十五。又置糲米十八斛、以五十乘之、三十除之、得三十斛。併三位、得七十一斛。又置餘分三於右上、二於左上。二十七於右下、二十五於左下。以右上三乘左下二十五、得七十五、以右下二十七乘左上二、得五十四、併之、得一百二十九。又以分母三乘二十七、得八十一爲法。除、得一斛、加上位七十一、得七十二。餘四十八、分母八十一。各三約之、得二十七分之一十六。又以二十七分乘七十二斛、内子一十六、得一千九百六十爲法。乃置粟三千斛、以母二十七乘之、得八萬一千爲實。以一千九百六十爲法、除、得四十一日、法與餘俱再折、得四十九分日之十六。合前問。

校訂：［一］南宋本では「糳」を俗字の「鑿」に作るが、ここでは全て「糳」を用いる。

［二］銭校本に従い「十」を「百」に改める。

訓読：今、粟三千斛有り、六百人之を食す。其の一百人、日に糳米八斛を食し、二百人、日に粺米十四斛を食し、三百人、日に糲米十八斛を食す。問う、粟、幾何の日を得て之を食するや。

答えに曰う、四十一日四十九分日の一十六。

術に曰う、粟数を置きて実と為す。三等の日に食す米の積数を以て各々の求むる粟の数と為し、併せて以て法と為す。実、法の如くして一を得。

草に曰う、糳米八斛を置き、五十を以て之に乗じ、糳米二十四を以て除し、一十六斛を得、余りは一十六、二十四を以てし、八もて之を約せば、三を得て、余りは二を得。又、粺米十四斛を置き、五十を以て之に乗じ、七百斛を得、粺米率二十七を以て除せば、二十五斛を得、余りは二十七分の二十五。又、糲米十八斛を置き、五十を以て之に乗じ、三十もて之を除せば、三十斛を得。三位を併すれば、七十一斛を得。又、余分の三を右上に、二を左上に、二十七を右下に、二十五を左下に置く。右上の三を以て左下の二十五に乗じ、七十五を得、右下の二十七を以て左上の二に乗じ、五十四を得、之を併すれば、一百二十九を得。又、分母三を以て二十七に乗じて、八十一を得て、法と為す。除せば、一斛を得、上位七十一に加え、七十二を得。余りの四十八、分母の八十一は各おの三もて之を約し、二十七分の一十六を得。又二十七分を以て七十二

斛に乗じ、子一十六を内れ、一千九百六十を得て、法と為す。乃ち粟三千斛を置き、母二十七を以て之に乗じ、八万一千をて、実と為す。一千九百六十を以て法と為し、除せば、四十一日を得、法と余りは倶に再折し(28)、四十九分日の十六を得(29)。前問に合す。

注：(28)「再折」は半分にするのを２回繰り返すこと。参考文献８）注(115)参照。

(29) 計算は以下の通り。

①三等（100人、200人、300人）がそれぞれ食す米の積数をそれぞれの穀物換算率に基づいて粟米数に変換する。

・100人、糳米８斛を粟に変換する。（糳米：粟＝24：50）

$8\times 50\div 24=16\frac{16}{24}=16\frac{2}{3}$

・200人、粺米14斛を粟に変換する。（粺米：粟＝27：50）

$14\times 50\div 27=25\frac{25}{27}$

・300人、糲米18斛を粟に変換する。（糲米：粟＝30：50）

$18\times 50\div 30=30$

②①で得られた粟米数を足して法とする。(整数部分と分数部分を分けて計算する)。

$(16+25+30)+(\frac{2}{3}+\frac{25}{27})=(16+25+30)+1\frac{16}{27}=\frac{1960}{27}$　・・・法

③元々ある粟米数3000斛を$\frac{1960}{27}$で割ると答えが得られる。(「草曰」では3000斛に$\frac{1960}{27}$の分母27を掛けて「実」とし、1960を「法」として計算している。)

$3000斛\div\frac{1960}{27}=3000\times 27\div 1960=41\frac{64}{196}=41\frac{16}{49}$

訳：今、粟米3000斛があり、６百人でこれを食す。100人は１日で糳米８斛を食し、200人は１日で粺米14斛を食し、300人は１日で糲米18斛を食す。問う、粟は食べ終えるのにどれだけの日数がかかるか。

答えにいう、$41\frac{16}{49}$日。

術にいう、粟数を置いて実とする。３つの等級（100人、200人、300人）が１日に食す米の積数（糳米８斛、粺米14斛、糲米18斛）をそれぞれ求める粟の数に換算し、併せて法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、糳米８斛を置き、50をこれに掛け、糳米24でこれを割ると、16が得られ、余りは16、（余りの$\frac{16}{24}$の分母の）24は８で割ると３が得られ、余りは２となる（$\frac{2}{3}$）。また、粺米14斛を置き、50をこれに掛けて700斛を得て、粺米率27で700を割ると、25斛が得られ、余りは$\frac{25}{27}$となる。また、糲米18斛を置き、50をこれに掛けて30で割ると、

30斛が得られる。３つの位を併せると、71斛が得られる（整数部分の足し算、16＋25＋30＝71)。また、余りの分数$\frac{2}{3}$の３を右上に、２を左上に、$\frac{25}{27}$の27を右下に、25を左下に置く。右上の３を左下の25に掛けると、75が得られる。右下の27を左上の２に掛けると、54が得られ、これを足すと、129が得られる。また、分母３を（分母）27に掛けて81を得て法とする。割ると、１斛が得られる。上位の71にここで得られた１を加え、72を得る。余りの48、分母の81はそれぞれ３で約すと、$\frac{16}{27}$が得られる。また、分母の27を72斛に掛けて、分子16を加えると、1960が得られ法とする。そこで粟3000斛を置き、分母27をこれに掛けて、81000を得て実とする。1960を法とし割ると41日が得られる。法と余りは俱に半分にするのを２回繰り返し、$\frac{16}{49}$日を得る。題意を満たす。

[一五]今有三女各刺文一方、長女七日刺訖、中女八日半刺訖、小女九日太半刺訖。今令三女共刺一方。問、幾何日刺訖。
答曰、二日一千二百五十六分日之九百三十九。
術曰、置日數、以互乘方數、併爲法、日數相乘爲實、實如法得一。
草曰、置大女七日於右上、一於左上。中女八日半、〈半〉[一]是二分之一、以分母通分、内子一、得十七於右中、一於左中。小女九日太半、以分母三因之、内子二、得二十九於右下、一於左下。乃互乘之、以右中十七乘左上一、得十七、又以右下二十九乘之、得四百九十三。又以右上七乘左中一、得七、又以右下二十九乘之、又以分母二因之、得四百六。又以右上七乘左下一、又以右中十七乘之、又以分母三因之、得三百五十七。併之、得一千二百五十六爲法。又以右上七乘中一十七、得一百一十九、又以右下二十九乘之、得三千四百五十一爲實。以法除之、得二日一千二百五十六分日之九百三十九。合前問。

校訂：[一]「半」を補う。

訓読：今、三女各おの文一方を刺す有り(30)、長女は七日にて刺し訖り、中女は八日半にて刺し訖り、小女は九日太半にて刺し訖る。今三女をして共に一方を刺す。問う、幾何日にて刺し訖るや。

答えに曰う、二日一千二百五十六分日の九百三十九。

術に曰う、日数を置き、以て方数に互乗し、併せて法と為す。日数相乗じて実と為す。実、法の如くして一を得。

草に曰う、大女七日を右上に、一を左上に置く。中女八日半、半は是れ二分の一

なれば、分母を以て通分し、子一を内れ、十七を右中に、一を左中に得。小女九日太半、分母三を以て之に因し、子二を内れ、二十九を右下に、一を左下に得。乃ち之を互乗し、右中十七を以て左上一に乗じ、十七を得、又右下二十九を以て之に乗じ、四百九十三を得。又右上七を以て左中一に乗じ、七を得、又右下二十九を以て之に乗じ、又分母二を以て之に因し、四百六を得。又右上七を以て左下一に乗じ、又右中十七を以て之に乗じ、又分母三を以て之に因し、三百五十七を得。之を併すれば、一千二百五十六を得て法と為す。又右上七を以て中一十七に乗じ、一百一十九を得、又右下二十九を以て之に乗じ、三千四百五十一を得て実と為す。法を以て之を除せば、二日一千二百五十六分日の九百三十九を得(31)。前問に合す。

注：(30)「刺」は刺繍すること。「一方」は正方形の布帛のこと。『漢書』景王十三王傳に「後去數召姫榮愛與飲、昭信復譖之、曰「榮姫視瞻、意態不善、疑有私」。時愛爲去刺方領繡、去取燒之。愛恐、自投井」とあり、「刺方領繡」は正方形の衿に刺繍を施すことをいう。また、『太平広記』巻二百二十五。伎巧一に「夫人曰「丹青之色、甚易歇滅、不可久寶。妾能刺郷」。列板萬國於方帛之上、寫以五岳河海城邑行陣之形、乃進於呉主。時人謂之「針絶」」とあり、「方帛」の語がみえる。以上のことから、「刺文一方」とは、方形の布帛に刺繍を施すことをいうのであろう。

(31) 計算は以下の通り。

①方数と日数の分子を左右に並べる。日数の分数は整数化しておく。(「術曰」の「置日數」にあたる。)

	左（方数）	右（日数）
大女	1	7（7 × 1）
中女	1	17（8 × 2 + 1）
小女	1	29（9 × 3 + 2）

②左右を互乗する。それぞれが同じ時間内に縫える割合を出す。「互乗」は二者以上のものと互いに通分計算することをいう。(「術曰」の「以互乘方數」にあたる。)

大女　1（左上）×17（右中）×29（右下）＝493

中女　1（左中）×7（右上）×29（右下）×2（分母）＝406

小女　1（左下）×7（右上）×17（右中）×3（分母）＝357

③②で得られた数を足して法とし、日数を掛けて実とする。(「術曰」の「併爲法、日數相乘爲實」にあたる)。

493＋406＋357＝1256　・・・法

$7 \times 17 \times 29 = 3451$　・・・実

④実を法で割ると答えが得られる。(「術曰」の「實如法得一」にあたる)。

$3451 \div 1256 = 2\frac{939}{1256}$

訳：今、三人の姉妹がそれぞれ方形一つに刺繍していて、長女は7日で刺繍し終わり、中女は8日半で刺繍し終わり、小女は$9\frac{2}{3}$日で刺繍し終わる。今、三姉妹で一緒に方形の布帛を刺繍する。問う、どれだけの日数で刺繍し終わるか。

答えにいう、$2\frac{939}{1256}$日。

術にいう、日数を置き、その日数を方数に互乗して、併せて法とする。日数は相乗じて実とする。実を法で割れば答えが得られる。

草にいう、大女の7日を右上に、1を左上に置く。中女8日半、半は$\frac{1}{2}$なので、分母を通分し、分子の1をいれ、17を右中に、1を左中に置く。小女9日$\frac{2}{3}$は、分母3を掛けて、分子2をいれ、29を右下に、1を左下におく。そこでこれを互乗し、右中17を左上1に掛け、17を得、また右下29を先ほど得た17に掛け、493を得る。また右上7を左中1に乗じ、7を得、また右下29を先ほど得た7に掛け、また分母2を203に掛けて、406を得る。また右上7を左下1に乗じ、また右中17を先ほど得た7に掛け、また分母3を119に掛け、357を得る。これを併せると、1256を得て法とする。また右上7を中17に掛け、119を得、また右下29を119に掛け、3451を得て実とする。法1256で3451を割れば、$2\frac{939}{1256}$日を得る。題意を満たす。

[一六]今有車運麥輸太倉、去三十七里十六分里之十一。重車日行四十五里。七日五返。問、空車日行幾何。

答曰、日行六十七里。

術曰、置麥去太倉里數、以返數乘之。以重車日行里數而一、所得爲重行日數。以減凡日數、餘爲空行日數、以爲法。以返數乘麥去太倉里數、爲實。實如法得一。

草曰、置去太倉里數三十七里、以十六乘之、内子一十一、得六百三里。又以返數五乘之、得三千一十五。以重車日行四十五以分母十六乘之、得七百二十爲法。除三千一十五、得四日。不盡、二因、九約、約得十六分日之三、爲重車(日行里)〈行日数〉[一]。又置七日、以十六乘之、得一百一十二。又置四日、以十六乘之、内子三、得六十七。以減一百一十二、餘四十五爲法。以除(法)太倉里數三千一十五[二]、得六十七里。合前問。

校訂：［一］南宋本では「行日里」とあるが、「行日」は「日行」の誤り。「里」は「数」の誤り。銭校本に従い改める。

［二］「法」は衍字。銭校本に従い削る。

訓読：今、車の麦を運びて太倉に輸する有り、去ること三十七里十六分里の十一。重車日に行くこと四十五里(32)。七日にして五たび返る。問う、空車日に行くこと幾何ぞ。

答えに曰う、日に行くこと六十七里。

術に曰う、麦の太倉より去りし里数を置き、返数を以て之に乗ず。重車の日に行く里数を以て一とし、得る所を重の行きし日数と為す。凡(すべ)ての日数より減じ、余は空の行きし日数と為し、以て法と為す。返数を以て麦の太倉より去りし里数に乗じて実と為す。実、法の如くして一を得。

草に曰う、太倉より去りし里数三十七里を置き、十六を以て之に乗じ、子一十一を内れ、六百三里を得。又、返数五を以て之に乗じ、三千一十五を得。重車を以て日に行くこと四十五、分母十六を以て之に乗じ、七百二十を得て法と為す。三千一十五を除せば、四日を得。尽きざるは、二もて因し、九もて約し、約せば十六分日の三を得、重車の行きし日数と為す。又七日を置き、十六を以て之に乗じ、一百一十二を得。又四日を置き、十六を以て之に乗じ、子三を内れ、六十七を得。以て一百一十二より減じ、余の四十五は法と為す。以て太倉までの里数三千一十五を除せば、六十七里を得(33)。前問に合す。

注：(32)「重車」とは、荷物を載せた重い車。「空車」は空の車。「太倉」は政府管轄の貯蓄倉庫。『魏書』世宗宣武帝に「（延昌元年夏四月）庚辰、詔出太倉粟五十萬石、以賑京師及州郡饑民」とある。また『春秋左氏伝』杜預注に「翟泉、今洛陽城内太倉西南池水也」とあり、「太倉」が洛陽城内にあったことがわかる。

(33) 計算は以下の通り。

①重車が進んだ日数を得る。

$(37\times16+11)\times 5=3015$

$45\times16=720$

$3015\div720=4\frac{135}{720}=4\frac{3}{16}$　・・・重車が進む日数

「草曰」で「割り切れなかった数 $(\frac{135}{720})$ に 2 を掛けて 9 で約す」とあるのは、本来 5 で約し、9 で約せば答えが得られるが、約分を簡単にするために、先に 2 倍し 9 で割るという作業を行っている。$\frac{135}{720}$の分母分子に 2 をかけると$\frac{270}{1440}$。

分母分子をそれぞれ9で割ると$\frac{30}{160}$で、これをさらに約すと$\frac{3}{16}$となり、計算が容易になる。

②7日×16＝112　・・・全体日数の割合

（4日×16）＋3＝67　・・・重車が進む日数の割合

112－67＝45　・・・法（空車が進む日数の割合）

3015÷45＝67　・・・空車の進む距離

訳：今、車で麦を運び太倉に輸送することがあり、その距離は37$\frac{11}{16}$里。重車が1日で進む距離は45里。7日で5回返ってくる。問う、空車が1日で進む距離はどれだけか。

答えにいう、1日に進む距離は67里。

術にいう、麦を太倉まで運ぶ距離の里数37$\frac{11}{16}$を置き、返ってくる数5をこれに掛ける。重車が1日に進む里数45里で割り、得られた数を重車の進む日数とする。全ての日数から（重車の進む日数を）引き、余りは空車が進んだ日数とし法とする。返ってくる数を麦を太倉まで運ぶ距離の里数に掛けて実とする。実を法で割れば答えが得られる。

草にいう、太倉まで運ぶ距離の里数37里を置き、16を37に掛けて、分子11をいれて、603里を得る。また、返ってくる数5を603に掛けて、3015を得る。重車が1日に進む距離は45。分母16をこれに掛けて、720を得て法とする。3015を割れば、4日が得られる。割り切れなかったものは、2を掛けて9で約し、（また10で）約せば$\frac{3}{16}$が得られ、重車の進む日数とする。また7日を置き、16を7日に掛けて、112を得る。また4日を置き、16を4日に掛けて分子3をいれて67を得る。総日数の112から67を引き、余りの45は法とする。太倉までの距離の里数（里の率）3015を45で割れば、67里が得られる。題意を満たす。

[一七]今有人持錢之洛賈、利五(之)〈二〉[一]。初返歸一萬六千、第二返歸一萬七千、第三返歸一萬八千、第四返歸一萬九千、第五返歸二萬、凡五返歸、本･利俱盡。問、本錢幾何。

答曰、三萬五千三百二十六錢一萬六千八百七分錢之五千九百一十八。

術曰、置後返歸錢數、以五乘之。以七乘第四返歸錢數加之、以五乘之。以四十九乘第三返歸錢數加之、以五乘之。以三百四十三乘第二返歸錢數加之、以五乘之。以二千四百一乘初返歸錢數加之、以五乘之。以一萬六千八百七而一、得本錢數。一法、盈不足術爲之、亦得。

草曰、置最後返錢數、以五乘之、得十萬。又以第四返錢一萬九千、以七乘之、得一十三萬三千。併上位、得二十三萬三千。又以五因之、得一百一十六萬五千。又置第三返一萬八千、以四十九乘之、得八十八萬二千。又加上位、得二百四萬七千。又以五乘之、得一千二十三萬五千。又置第二返一萬七千、以三百四十三乘之、得五百八十三萬一千。加上位、得一千六百六萬六千。又以五乘之、得八千三十三萬。又置初返（日）[二]一萬六千、以二千四百一乘之、得三千八百四十一萬六千。加上位、得一億一千八百七十四萬六千。又以五乘之、得五億九千三百七十三萬爲實。又以一萬六千八百七爲法。除實、得三萬五千三百二十六文一萬六千八百七分錢之五千九百一十八。

校訂：［一］南宋本では「五之」としているが、ここでは利息について述べているので「之」では通じない。郭書春に従い「二」を入れる。

［二］「日」は意が通じない。衍字であろう。ここでは削る。

訓読：今、人の銭を持ち洛に之きて賈する有り(34)、利は五に二。初めに一万六千を返帰し、第二に一万七千を返帰し、第三に一万八千を返帰し、第四に一万九千を返帰し、第五に二万を返帰し、凡そ五たび返帰し、本・利俱に尽く。問う、本の銭は幾何ぞ。

答えに曰う、三万五千三百二十六銭一万六千八百七分銭の五千九百一十八。

術に曰う、後に返帰せる銭数を置き、五を以て之に乗ず。七を以て第四に返帰せる銭数に乗じ之に加え、五を以て之に乗ず。四十九を以て第三に返帰せる銭数に乗じ之に加え、五を以て之に乗ず。三百四十三を以て第二に返帰せる銭数に乗じ之に加え、五を以て之に乗ず。二千四百一を以て初めに返帰せる銭数に乗じ之に加え、五を以て之に乗ず。一万六千八百七を以て一とすれば、本の銭数を得(35)。一法、盈不足術もて之を為すも、亦た得(36)。

草に曰う、最後に返せし銭数を置き、五を以て之に乗じ、十万を得。又第四に返せし銭一万九千を以て、七を以て之に乗じ、一十三万三千を得。上位に併せて、二十三万三千を得。又五を以て之に因し、一百一十六万五千を得。又第三に返せし一万八千を置き、四十九を以て之に乗じ、八十八万二千を得。又上位に加えて、二百四万七千を得。又五を以て之に乗じ、一千二十三万五千を得。又第二に返せし一万七千を置き、三百四十三を以て之に乗じ、五百八十三万一千を得。上位に加えて、一千六百六万六千を得。又五を以て之に乗じ、八千三十三万を得。又初めに返せし一万六千を置き、二千四百一を以て之に乗じ、三千八百四十一万六千

を得。上位に加えて、一億一千八百七十四万六千を得。又五を以て之に乗じ、五億九千三百七十三万を得て実と為す。又一万六千八百七を以て法と為す。実を除せば、三万五千三百二十六文、一万六千八百七分銭の五千九百一十八を得(37)。

注：(34)「洛」は洛陽の意。『呉志』孫破虜伝に「堅乃前入至雒、脩諸陵、平塞卓所發掘」とある。

(35) 本題は複利計算により元金を求める問題。元金がどれだけあれば、最後に過不足なく返金できるかを計算している。

「術曰」における計算は以下の通り。

本題において、利率は$\frac{2}{5}$

返金数＝元金×$\left(1+\frac{2}{5}\right)$であるので、

$20000\times 5\div 7=\frac{100000}{7}$　・・・最後に返金する時の残債元金

$\left(\frac{100000}{7}+19000\right)\times 5\div 7=\left(\frac{100000}{7}+\frac{133000}{7}\right)\times 5\div 7=\frac{1165000}{49}$

・・・第４回目に返金する時の残債元金

$\left(\frac{1165000}{49}+18000\right)\times 5\div 7=\left(\frac{1165000}{49}+\frac{882000}{49}\right)\times 5\div 7=\frac{10235000}{343}$

・・・第３回目に返金する時の残債元金

$\left(\frac{10235000}{343}+17000\right)\times 5\div 7=\left(\frac{10235000}{343}+\frac{5831000}{343}\right)\times 5\div 7=\frac{80330000}{2401}$

・・・第２回目に返金する時の残債元金

$\left(\frac{80330000}{2401}+16000\right)\times 5\div 7=\left(\frac{80330000}{2401}+\frac{38416000}{2401}\right)\times 5\div 7=\frac{593730000}{16807}=35326\frac{5918}{16807}$

・・・初回に返金する時の金額＝元金

(36) 本題「術曰」に「一法、盈不足術爲之、亦得」とあるように、盈不足術でも求めることができる。『九章算術』盈不足章に同型の問題がみえる。『九章算術』盈不足［二〇］題の「今有人持錢之蜀賈、利十、三。初返歸一萬四千、次返歸一萬三千、次返歸一萬二千、次返歸一萬一千、後返歸一萬。凡五返歸錢、本利俱盡。問、本持錢及利各幾何」。

盈不足術による計算は以下の通り。盈不足術では、二つの仮定値を設定して計算する。ここでは、本銭を35000と40000と仮定して計算する。

本銭を35000と仮定した場合、本題において利率は$\frac{2}{5}$であるので、本銭に利息を加えると

$35000+35000\times\frac{2}{5}=49000$

となるので、

$(49000-16000)\times\frac{7}{5}=46200$　・・・初回に返金した後の残債元金

$(46200-17000)\times\frac{7}{5}=40800$　・・・第2回目に返金した後の残債元金

$(40800-18000)\times\frac{7}{5}=32032$　・・・第3回目に返金した後の残債元金

$(32032-19000)\times\frac{7}{5}=18244\frac{4}{5}$　・・・第4回目に返金した後の残債元金

$18244\frac{4}{5}-20000=-1755\frac{1}{5}$　・・・第5回目の残債に$1755\frac{1}{5}$足りない。返しすぎになってしまう。これが不足にあたる。

本銭を40000と仮定した場合、本銭に利息を加えると

$40000+40000\times\frac{2}{5}=56000$

となるので、

$(56000-16000)\times\frac{7}{5}=56000$　・・・初回に返金した後の残債元金

$(56000-17000)\times\frac{7}{5}=54600$　・・・第2回目に返金した後の残債元金

$(54600-18000)\times\frac{7}{5}=51240$　・・・第3回目に返金した後の残債元金

$(51240-19000)\times\frac{7}{5}=45136$　・・・第4回目に返金した後の残債元金

$45136-20000=25136$　・・・第5回目の残債に25136余る。これが盈にあたる。

以上の計算を元に盈不足術$\left(\frac{(\text{所出率}a\times\text{不足})+(\text{所出率}b\times\text{盈})}{\text{不足}+\text{盈}}\right)$（a>b）で計算をすると

$$\frac{(40000\times1755\frac{1}{5})+(35000\times25136)}{1755\frac{1}{5}+25136}=35326\frac{5918}{16807}$$

となる。

(37)「三万五千三百二十六文」の「文」は「銭」と同じ。8）の注 (132) 参照。

訳：今、ある人が銭を持って洛陽に行き商いをすることがあった。利息は$\frac{2}{5}$である。初めに16000を返し、次に17000を返し、次に18000を返し、次に19000を返し、次に20000を返す。すべてで五回銭を返し、元金・利息ともに返し終えた。問う、元金はいくらか。

答えにいう、$35326\frac{5918}{16807}$銭。

術にいう、最後に返した銭数を置き、5を掛ける。7を第4回目に返した銭数に掛け（先に掛けておいたものに）足して、5を掛ける。49を第3回目に返した銭数に掛け（先に計算しておいたものに）足して、5を掛ける。343を第2回目に返した銭数に掛けて（先に計算しておいたものに）足して、5を掛ける。2401を最初の返した銭数に掛けて（先に計算しておいたものに）足して、5を掛ける。16807で割れば、元金の銭数を得られる。別の方法として、盈不足術でこれを行ってもまた答えが得られる。

草にいう、最後に返した銭数 (20000) を置き、5を掛けて100000を得る。また、第

4回目に返した銭19000に7を掛けて133000を得る。先に求めた100000と足して233000を得る。また5を掛けて1165000を得る。また第3回目に返した18000を置き、49を掛けて882000を得る。また、先に計算した1165000に足して2047000を得る。また、5を掛けて10235000を得る。また、第2回目に返した17000を置き、343を掛けて5831000を得る。先に求めた10235000を足して16066000を得る。また、5を掛けて80330000を得る。また初めに返した16000を置き、2401を掛けて38416000を得る。先に求めた80330000に足して118746000を得る。また5を掛けて593730000を得て実とする。また、16807を法とする。実を法で割れば、$35326\frac{5918}{16807}$銭が得られる。

[一八]今有清酒一斗直粟十(㪷)〈斗〉[一]、醑酒一斗直粟三斗。今持粟三斛、得酒五斗。問、清·醑酒各幾何。
答曰
　醑酒二斗八升七分升之四、
　清酒二斗一升七分升之三。
術曰、置得酒斗數、以清酒直數乘之、減去持粟斗數、餘爲醑酒實。又置得酒斗數、以醑酒直數乘之、以減持粟斗數、餘爲清酒實。各以二直相減、餘爲法。實如法而一、即得。以盈不足爲之、亦得。
草曰、置得五斗、以清酒十(量)〈斗〉[二]乘之、得五斛。減(持去)〈去持〉[三]粟三斛、餘二斛爲醑酒實。又置酒五斗、以醑酒三(量)〈斗〉乘之、得一斛五斗、以減三斛、餘一斛五斗、爲清酒實。以三減十、餘七爲法。除醑酒實、得二斗八升七分升之四。又以法除清酒實、得二斗一升七分升之三。合前問。

校訂：［一］「㪷」は「斗」の俗字。8）［三〇］題の校訂［一］参照。
　　［二］「量」は「斗」の誤りか。
　　［三］「減持去」は「減去持」の誤り。「術曰」の文に従い改める。

訓読：今、清酒一斗にして値粟十斗、醑酒一斗にして値粟三斗なる有り。今、粟三斛を持ち、酒五斗を得。問う、清・醑酒各おの幾何ぞ。
　答えに曰う、醑酒二斗八升七分升の四、清酒二斗一升七分升の三(38)。
　術に曰う、得た酒の斗数を置き、清酒の値の数を以て之に乗じ、持ちし粟の斗数を減去し、余りは醑酒の実と為す。又、得た酒の斗数を置き、醑酒の値の数を以て之に乗じ、以て持ちし粟の斗数より減じ、余りを清酒の実と為す。各おの二つの値を以て

相減じ、余りを法と為す。実、法の如くして一とし、即ち得[39]。盈不足を以て之を為すも[40]、亦た得。

草に曰う、得し五斗を置き、清酒十斗を以て之に乗じ、五斛を得。持ちし粟の三斛を減去し、余り二斛を醑酒の実と為す。又、酒五斗を置き、醑酒三斗を以て之に乗じ、一斛五斗を得、以て三斛より減じ、余り一斛五斗を清酒の実と為す。三を以て十より減じ、余り七を法と為す。醑酒の実を除せば、二斗八升七分升の四を得。又、法を以て清酒の実を除せば、二斗一升七分升の三を得。前問に合す。

注：(38) 本題は、酒の量を求める問題である。『九章算術』盈不足章［一三］題に同型の問題がみえる。「今有醇酒一斗、直錢五十、行酒一斗、直錢一十。今将錢三十、得酒二斗。問、醇・行酒各得幾何」。「清酒」は清醇で混じり気のない酒。『周礼』天官酒正の「辨三酒之物、一曰事酒、二曰昔酒、三曰清酒」の鄭注に「鄭司農云、清酒、祭祀之酒。玄謂、清酒、今中山、冬釀、接夏而成」とあり、寝かせて発酵を進めた芳醇な酒のことを「清酒」という。また、「辨四飲之物、一曰清、二曰醫、三曰漿、四曰酏」の鄭注に「清謂醴之泲者」とあり、酒を濾したものを「清」というとある。「醑酒」は縮酒と同義で、糟を濾した酒。『詩経』小雅「伐木」「有酒湑我」の釈文に「湑、本又作醑、思敘反」とあり、「酉之」の釈文に「與左傳縮酒同義。謂以茅泲之而去其糟也」とある。どちらも不純物の少ない上澄み酒である。本題では「清酒」と「醑酒」では3倍以上の価格差があるが、醸造酒では製法（発酵回数や熟成期間、原料の違い等）によって同じ上澄み酒でもランクがあり、価格差があったのであろう。『斉民要術』には、「造神麴餅酒」や「笨麴餅酒」等、種々の酒の製法が挙げられている。

(39)「術曰」の計算は以下の通り。

5斗×10斗＝50斗　50斗－30斗＝20斗　・・・醑酒の実

5斗×3斗＝15斗（1斛5斗）　30斗－15斗＝15斗（1斛5斗）　・・・清酒の実

10斗－3斗＝7斗　・・・法

それぞれの実を法で割る。斗で計算しているので、分数にそれぞれ10を掛けて升に換算する。

清酒　15斗÷7斗＝$2\frac{1}{7}$斗＝2斗$\frac{10}{7}$升＝2斗$1\frac{3}{7}$升

醑酒　20÷7斗＝$2\frac{6}{7}$斗＝2斗$\frac{60}{7}$升＝2斗$8\frac{4}{7}$升

本題は、清酒をx、醑酒をyと置くと次のような連立方程式が成り立つ（斗で計算する）。

$$\begin{cases} 10x+3y=30 & \cdots ① \\ x+y=5 & \cdots ② \end{cases}$$

清酒については、②を３倍し、次のように計算している。

$$\begin{array}{rl} & 10x+3y=30 \\ -) & 3x+3y=15 \\ \hline & 7x \qquad =15 \end{array}$$

$x=\frac{15}{7}=2\frac{1}{7}$

また、酢酒については、②を10倍し、次のように計算している。

$$\begin{array}{rl} & 10x+10y=50 \\ -) & 10x+\ \ 3y=30 \\ \hline & 7y=20 \end{array}$$

$y=\frac{20}{7}=2\frac{6}{7}$

二元連立方程式であるが、そこまで複雑な計算ではないため、本題で挙げられているような問題には、簡便な公式のようなものが知られていたのであろう。

また、方程術に従えば次のように計算できる。

①左行に上から清酒１斗の値・酢酒１斗の値・総量の値を置き、右行にそれに対する量を置く。

$$\begin{array}{cc} 左 & 右 \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 3 & 1 \\ 30 & 5 \end{pmatrix}$$

②右行を３倍し、左から右を引く。これで清酒の量$\frac{15}{7}$が求められる。

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} 左 & 右 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 3 \\ 3 & 3 \\ 30 & 15 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 左 & 右 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 0 & 3 \\ 15 & 15 \end{pmatrix} \end{array}$$

③同様に酢酒を求める場合には、①の式を置き、右行を10倍する。

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} 左 & 右 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 3 & 1 \\ 30 & 5 \end{pmatrix} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 左 & 右 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 3 & 10 \\ 30 & 50 \end{pmatrix} \end{array}$$

④右から左を引く。これで酢酒の量$\frac{20}{7}$が求められる。

$$\begin{array}{cc} 左 & 右 \\ \end{array}$$
$$\begin{pmatrix} 10 & 0 \\ 3 & 7 \\ 30 & 20 \end{pmatrix}$$

(40)盈不足術での計算は以下の通り。盈不足術では二つの仮定値を設定して計算する。

清酒が３斗、酯酒が２斗と仮定すると、

（３斗×10斗＋２斗×３斗）－30斗＝６

となり、６斗余る。これが盈となる。

清酒が２斗、酯酒が３斗と仮定すると、

（２斗×10斗＋３斗×３斗）－30斗＝－１

となり、１斗足りない。これが不足となる。

以上の計算を元に盈不足術$\left(\frac{(所出率a\times不足)+(所出率b\times盈)}{不足+盈}\right)$（a>b）で計算をすると

清酒は、$\frac{(3\times1+2\times6)}{6+1}=\frac{15}{7}$

酯酒は、$\frac{(2\times1+3\times6)}{6+1}=\frac{20}{7}$

斗で計算しているので、分数にそれぞれ10を掛けて升に換算する。

清酒　$\frac{15}{7}$斗＝$2\frac{1}{7}$斗＝２斗$\frac{10}{7}$升＝２斗$1\frac{3}{7}$升

酯酒　$\frac{20}{7}$斗＝$2\frac{6}{7}$斗＝２斗$\frac{60}{7}$升＝２斗$8\frac{4}{7}$升

訳：今、清酒1斗で値が粟10斗、酯酒１斗で値が粟３斗のものがある。今、粟３斛を持っていて、酒５斗が得られた。問う、清酒・酯酒はそれぞれどれだけか。

答えにいう、酯酒２斗$8\frac{4}{7}$升、清酒２斗$1\frac{3}{7}$升。

術にいう、得た酒の斗数を置き、清酒の値の数をこれに掛けて、この数から持っている粟の斗数を引き、余りを酯酒の実とする。また、得た酒の斗数を置き、酯酒の値の数をこれに掛け、この数を持っている粟の斗数から引いて、余りを清酒の実とする。それぞれ２つの値の差を取り、余りを法とする。実を法で割ると答えが得られる。盈不足でこの計算を行ってもまた答えが得られる。

草にいう、得た５斗を置き、清酒の値10斗をこれに掛けて、５斛を得る。持っている粟の３斛をこれから引いて、余り２斛を酯酒の実とする。また、酒５斗を置き、酯酒の値３斗をこれに掛けて、１斛５斗を得、３斛から引いて、余り１斛５斗を清酒の実とする。10から３を引いて、余り７を法とする。酯酒の実を法７で割れば、２斗$8\frac{4}{7}$升を得る。また、法７で清酒の実を割れば、２斗$1\frac{3}{7}$升を得る。題意を満たす。

[一九]今有田積一十二萬七千四百四十九步。問、爲方幾何。

答曰、三百五十七步。

術曰、以開方除之、即得。

草曰、置前積步數於上、借一算子於下。常超一位、步至百止。(以)上(啇)〈商〉[一]置三百於積步之上。又置三萬於積步之下、下法之上、名曰方法。以方命上商、三三如九、除九萬。又倍方法、一退、下法再退。又置五十於上商之下。又置五百於下法之上、名曰隅法。以方·隅二法除實、餘有四千九百四十九。又倍隅法、以併方、得七千、退一等、下法再退。又置七於上商五十之下。又置七於下法之上、名曰隅法。以方·隅二法除實、得。合前問。

校訂：[一] 南宋本では、「啇」を「商」に作る。以下全て改める。7）のp３参照。

また、「以」について『孫子算経』巻中［一九］に「商置四百於實之上」と同様の句型が見られるが、「以」字がない。ここでは衍字として削る。

訓読：今、田の積一十二万七千四百四十九歩有り。問う、方を為すこと幾何ぞ。

答えに曰う、三百五十七歩[41]。

術に曰う、開方を以て之を除せば即ち得。

草に曰う、前の積歩の数を上に、一算子を借りて下に置き[42]、常に一位を超え、歩(すす)めて百に至りて止まる。上商は三百を積歩の上に置く。又、三万を積歩の下に置き、下法の上は名づけて方法と曰う。方を以て上商に命じ、三三にして九[43]、九万を除く。又方法を倍して、一退し、下法を再退す。又五十を上商の下に置く。又、五百を下法の上に置き、名づけて隅法と曰う[44]。方・隅の二法を以て実を除けば、余りは四千九百四十九。又、隅法を倍して、以て方に併せば、七千を得、一等を退き、下法は再退す。又七を上商五十の下に置く。又七を下法の上に置き、名づけて隅法と曰う。方・隅の二法を以て実を除せば得[45]。前問に合す。

注：(41) 本題は開平方の問題である。同種の問題は『九章算術』少広章［一二］～［一六］題、及び『孫子算経』中巻［一九］題にみえる。

(42)「算子」は算籌、算木のこと。『斉民要術』巻九「作菹藏生菜法」に「菘、淨洗、遍體須長切、方如算子、長三寸許」という用例がみえ、当時俗語として用いられていたのであろう。

(43)「三三如九」の「如」は「而」と同じ。9）の注 (73) 参照。

(44) 何を2倍するのか明示するために「隅法」と呼んだ。『孫子算経』では同様の法を「廉法」「隅法」と呼び、「方法」と使い分けている。

(45)「草曰」での計算は以下の通り。

①面積127449を置く。

積歩	1	2	7	4	4	9

②ひとつの算木を借りて下に置く。一桁とばしで位を進め、100の位で止める。

積歩	1	2	7	4	4	9
下法		1				

③上商は300を積歩の上に置く。

商				3		
積歩	1	2	7	4	4	9
下法		1				

④30000を積歩の下に置き「方法」とする。

商				3		
積歩	1	2	7	4	4	9
方法		3				
下法		1				

⑤方法の3を上商の3に掛けて実から除く（127449－90000＝37449）。方法は2倍して1つ位を下げ、下法は2つ位を下げる。

商				3		
積歩		3	7	4	4	9
方法			6			
下法				1		

⑥商50を上商3の下の位に置く。下法の上に500を置き「隅法」とする。

商				3	5	
積歩		3	7	4	4	9
方法			6			
隅法				5		
下法				1		

⑦商50を方法と隅法に掛けて、それぞれを実より除く（37449－6000×5－500×5＝4949）。隅法を2倍して方法と足して7000とし、方法は位を1つ下げ、下法は位を2つ下げる。

商		3	5	
積歩	4	9	4	9
方法（＋隅法×２）		7		
下法				1

⑧上商50の下に７を置き、また７を下法の上に置き「隅法」とする。商の７を方法と隅法に掛けて、それぞれ実より除く（4949－700×７－７×７）。

商		3	5	7
積歩	4	9	4	9
方法（＋隅法×２）		7		
隅法				7
下法				1

これで積歩は割り切れたので、商の357が答えとなる。

訳：今、田の面積が127449平方歩ある。問う、正方形の一辺はどれだけか。

答えにいう、357歩。

術にいう、開平方すれば答えが得られる。

草にいう、最初に提示された積歩の数を上に、一つの算木を借りて下に置き、常に一つ飛ばしにして、位を進めて、100の位で止まる。上商は300を積歩の上に置く。また、30000を積歩の下に置き、下法の上は「方法」と呼ぶ。方法を上商に掛けて、３×３＝９にして、90000を引く。また方法を２倍して位を１つ下げ、下法は２つ位を下げる。また、50を上商の下に置く。また、500を下法の上に置き、隅法とよぶ。方・隅の２つの法で実を引けば、余りは4949。また、隅法を２倍して、方法に足せば7000が得られ、隅法は１つ位を下げ、下法は２つ位を下げる。また、７を上商50の下に置き、また、７を下法の上に置き、「隅法」とする。方法と隅法の２つの法で実を引けば答えが得られる。題意を満たす。

[二〇]今有田方一百二十一步、欲以爲圓。問、周幾何。

答曰、四百一十九步八百二十九分步之一百三十一。

術曰、方自相乘、又以十二乘之爲實。開方除之、即得。

草曰、以一百二十一步自相乘、得一萬四千六百四十一。又以十二乘之、得一十七萬五千六百九十二。借一算子於下、常超一位、步至百止。上商得四百。下置四萬爲方法、命上商除一十六萬。倍下方法、退一位、得八千、下法退二等。又置上商

得一十。又置下法之上一百、名曰隅法。以方·隅除實八千一百。又置倍隅法從方法、退一等、得八百二十。又置九於一十之下。又置九於下法之上、名隅法。以方命上商、八九七十二、除七千二百。又以方法二命上商九、除一百八十。又以隅法九命上商九、除八十一、餘一百三十一、即四百一十九步八百二十九[分步]之一百三十一[一]。合前問。

校訂：［一］文意より「分歩」を補う。

訓読：今、田、方一百二十一歩有り、以て円と為さんと欲す。問う、周幾何ぞ。

答えに曰う、四百一十九歩八百二十九分歩の一百三十一(46)。

術に曰う、方は自ら相乗じて、又十二を以て之に乗じて実と為す。開方して之を除せば、即ち得。草に曰う、一百二十一歩を以て自ら相乗じ、一万四千六百四十一を得。又十二を以て之に乗じ、一十七万五千六百九十二を得。一算子を下に借りて、常に一位を超え、歩（すす）めて百に至りて止まる。上商は四百を得。下は四万を置き方法と為し、上商に命じて一十六万を除く。下の方法を倍して、一位を退け、八千を得、下法は二等退く。又上商の一十を得るを置く。又下法の上に一百を置き、名づけて隅法と曰う。方・隅を以て実より八千一百を除く。また、隅法を倍して方法に従（くわ）え、一等を退け、八百二十を得。又、九を一十の下に置く。又、九を下法の上に置き、隅法と名づく。方を以て上商に命じ、八九七十二もて、七千二百を除く。又方法二を以て上商九に命じ、一百八十を除く。又隅法九を以て上商九に命じ、八十一を除けば、余りは一百三十一、即ち四百一十九歩八百二十九分歩の一百三十一(47)。前問に合す。

注：(46) 本題は開円術の問題である。同種の問題は『九章算術』少広章［一七］［一八］題、及び『孫子算経』中巻［二〇］題にみえる。

(47)「草曰」の計算は以下の通り。

①121歩を自乗して田の面積（積歩）を求める。

121×121＝14641平方歩

②面積14641平方歩に12を掛けて175692とし、実とする。

実	1	7	5	6	9	2

③一つの算木を借りて下に置く。一桁飛ばしで位を進め、100の位で止める。

実	1	7	5	6	9	2
下法		1				

④上商は400を実の上に置き、実の下に40000を置いて方法とする。

商				4		
実	1	7	5	6	9	2
方法		4				
下法		1				

⑤方法の４を上商の４に掛けて実から除く（175692－（40000×４）＝15692)。方法は２倍して１つ位を下げ、下法は２つ位を下げる。

商				4	
実	1	5	6	9	2
方法		8			
下法			1		

⑥商10を上商４の下の位に置く。下法の上に100を置き「隅法」とする。

商			4	1	
実	1	5	6	9	2
方法		8			
隅法			1		
下法			1		

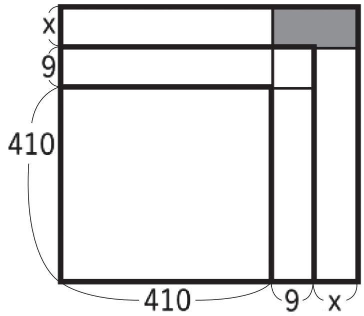
⑦商10を方法と隅法に掛けて、それぞれを実より除く（15692－（8000×1+100×1）＝7592)。隅法を２倍して方法と足して820とし、位を１つ下げ、下法は２つ位を下げる。

商		4	1	
実	7	5	9	2
方法（＋隅法）		8	2	
下法				1

⑧商10の下に９を置く。下法の上に９を置き「隅法」とする。商９を方法と隅法に掛けてそれぞれ実より除く（7592－（800×９+20×９+９×９）＝131)。

商	4	1	9
実	1	3	1
方法（＋隅法）	8	2	
隅法			9
下法			1

ここで残った実が余り131である。故に、周長419$\frac{131}{829}$が得られる。



「草曰」はここで終わっており、$419\frac{131}{829}$が$\sqrt{175692}$の近似値として与えられている。この両者の２乗の差は上図のグレーの部分の面積となっている。『孫子算経』［一九］題では、隅法を２倍してから方法と合わせたものを分母にしており、その方が誤差は小さい。実際本題では、

$$\left(419\frac{131}{829}\right)^2-175692=\left(\frac{131}{829}\right)^2+2\times419\times\frac{131}{829}+175561-175692=\frac{131}{829}\left(\frac{131}{829}+9\right)\fallingdotseq1.447$$

と計算されているが、『孫子算経』の方法で行えば、

$$\left(419\frac{131}{838}\right)^2-175692=\left(\frac{131}{838}\right)^2\fallingdotseq0.0244$$

となり誤差は小さくなる。

訳：今、一辺121歩の正方形の田があり、これを円田に変えようとする。問う、円周はどれだけか。

答えにいう、$419\frac{131}{829}$歩。

術にいう、方は自乗して、12を掛けて実とする。これを開平法すれば、答えが得られる。

草にいう、121歩を自乗し、14641を得る。また12をかけて175692を得る。１つの算木を借りて下に置き、常に一つ飛ばしにして位をすすめて、100の位で止まる。上商は400を得る。下は40000を置き方法とし、上商に掛けて160000を引く。下の方法を２倍して、一つ位を下げ、8000を得て、下法は二つ位を下げる。また、上商の10を得て置く。また下法の上に100を置き、隅法とする。方法と隅法で実から8100を引く。また、隅法を２倍して方法に足し、一つ位をさげて、820を得る。また、９を10の下に置く。また、９を下法の上に置き、隅法とする。方法を上商に掛けて、８×９＝72で7200を引く。また、方法２を上商９に掛けて、180を引く。また、隅法９を９に掛けて81を引けば、余りは131となり、$419\frac{131}{829}$歩となる。題意を満たす。

[二一]今有圓田、周三百九十六步、欲爲方。問、得幾何。
答曰、一百一十四步二百二十(九)〈四〉分步之七十二[一]。
術曰、周自相乘、十二而一。所得、開方除之、即得方。
草曰、置三百九十六、自相乘、得一十五萬六千八百一十六。以十二而一、得一萬三千六十八。以開方法除。借一算子於下。常超一位、至百止。上商置一百、下置一萬於下法之上、名曰方法。以方法命上商、除實一萬。退方法、倍之、下法再退。又置一十於上商之下。又置一百於下法上、名曰隅法。以方·隅二法皆命上商、除實二千一百。又隅法倍之、以從方法、退一位、下法再退。又置四於上商一十之下。又置四於下法之上、名曰隅法。以方·隅二法皆命上商、除實八百九十六、餘得〈七十二〉[二]。合前問。

校訂：[一] 計算から「九」は誤り。「四」に改める。
　　[二] 南宋本に「七十二」なし。銭校本により改める。

訓読：今、円田有り、周三百九十六歩、方と為さんと欲す。問う、得ること幾何ぞ。
　答えに曰う、一百一十四歩二百二十四分歩の七十二(48)。
　術に曰う、周自ら相乗じて、十二にして一とす。得る所、開方して之を除せば、即ち方を得。
　草に曰う、三百九十六を置き、自ら相乗じ、一十五万六千八百一十六を得。以て十二にして一とし、一万三千六十八を得。開方の法を以て除す(49)。一算子を借りて下にす。常に一位を超え、百に至りて止まる。上商は一百を置き、下は一万を下法の上に置き、名づけて方法と曰う。方法を以て上商に命じ、実より一万を除く。方法を退け、之を倍し、下法は再退す。又一十を上商の下に置く。又一百を下法の上に置き、名づけて隅法と曰う。方・隅の二法を以て皆上商に命じ、実二千一百を除く。又隅法は之を倍し、以て方法に従え、一位を退け、下法は再退す。又四を上商一十の下に置く。又四を下法の上に置き、名づけて隅法と曰う。方·隅の二法を以て皆上商に命じ、実より八百九十六を除けば、余り七十二を得(50)。前問に合す。

注：(48) 本題は円田の面積を方田にした場合の正方形の一辺を求める問題である。
(49) この句は［一九］［二〇］題には見られない。次の句で算木による計算法が示されており、この句は不要。
(50)「草曰」の計算は以下の通り。

①周長396歩を自乗して12（≒4π、πを3で近似）で割り、円田の面積（$S=\frac{周長^2}{12}$）を求め、実とする。

396×396＝156816

156816÷12＝13068平方歩　・・・実

②面積13068平方歩を置く。

実	1	3	0	6	8

③１つ算木を借りて下に置き、一桁飛ばしで位を進めて、100の位で止める。

実	1	3	0	6	8
下法	1				

④上商100を実の上に置き、下法の上に10000を置いて「方法」とする。

商			1		
実	1	3	0	6	8
方法	1				
下法	1				

⑤方法の１を上商の１に掛けて実から引く（13068－10000×1＝3068）。方法を２倍して１つ位を下げ、下法は２つ位を下げる。

商		1		
実	3	0	6	8
方法	2			
下法		1		

⑥上商１の下の位に商10を置く。下法の上に100を置き「隅法」とする。

商		1	1	
実	3	0	6	8
方法	2			
隅法		1		
下法		1		

⑦商10を方法と隅法に掛けて、それぞれを実より引く（3068－（2000×１+100×１）＝968）。隅法を２倍して方法と足して位を１つ下げ、下法は２つ位を下げる。

商	1	1	
実	9	6	8
方法（＋隅法）	2	2	
下法			1

⑧商10の下の位に４を置く。下法の上に４を置き「隅法」とする。方法と隅法をそれぞれ実より引く（968－（200×４+20×４+４×４）＝72）。

商	1	1	4
実		7	2
方法（＋隅法）	2	2	
隅法			4
下法			1

ここで残った実が余り72である。本題の答えは一辺$114\frac{72}{229}$歩となっているが、開平方の結果は$114\frac{72}{224}$である。計算として229は出ない。

訳：今、円田で円周が396歩のものがあり、これを正方形に変えたい。問う、どれだけとなるか。

答えにいう、$114\frac{72}{224}$歩。

術にいう、円周を自乗して12で割る。得られた数を開平法すれば、正方形の一辺が得られる。

草にいう、396を置き、自乗して、156816を得る。12で割り、13068を得る。開平法の方法で計算する。一つの算木を借りて下にする。常に一つ位を飛びこして、100の位で止まる。上商は100を置き、下は10000を下法の上に置き、方法とする。方法を上商に掛けて、実から10000を引く。方法の位を一つ下げ、これを２倍し、下法は２つ位を下げる。また10を上商の下に置く。また100を下法の上に置き、隅法とする。方法と隅法の二つの法をすべて上商に掛け、実の2100を引く。また、隅法は２倍し、方法に足して一つ位を下げ、下法は二つ位を下げる。また、４を上商10の下に置く。また、４を下法の上に置き、隅法とする。方法と隅法の二つの法をすべて上商に掛けて、実から896を引けば、余り72が得られる。題意を満たす。

［二二］今有弧田、弦六十八歩五分歩之三、爲田二畝三十四歩四十五分歩之三十二。問、矢幾何。

答曰、矢一十二歩三分歩之二。

術曰、置田積歩、倍之爲實。以弦歩數爲從〔法〕[一]。

校訂：［一］南宋本は「從」以下が脱文となっているが、文意より「法」を補う。

訓読：今、弧田有り、弦六十八歩五分歩の三、田を為すこと二畝三十四歩四十五分歩の三十二。問う、矢は幾何ぞ。

答えに曰う、矢一十二歩三分歩の二(51)。

術に曰う、田の積歩を置き、之を倍して実と為す。弦の歩数を以て従法と為す(52)。

注：(51) 弧田（弓形の田）の問題である。『九章算術』方田章［三五］［三六］題は本題の逆問題である。矢^2＋弦×矢＝２×積歩。その問題は一般の二次方程式を解く問題である。［三六］題「又有弧田、弦七十八歩二分歩之一、矢十三歩九分歩之七。問、爲田幾何。答曰、二畝一百五十五歩八十一分歩之五十六。術曰、以弦乘矢、矢又自乘、幷之、二而一」。「矢」は弓の矢をつがえる位置からきており、「弦」中点から「弧」に対して垂直となる部分を指す。

(52) 術文は以下が脱しており、途中までである。この文以後、おそらく帯従開平の計算が行われていたと推測される。帯従開平の解法については「『九章算術』訳注稿」(30) 劉注［20］参照。計算を再現すると、矢をxとした二次方程式となる。

$x^2+68\frac{3}{5}x=514\frac{32}{45}\times 2$

$x=12.667$・・・・

となり、答えの$12\frac{2}{3}$歩の近似値が得られる。

訳：今、弧田があり、弦が$68\frac{3}{5}$歩で、田の面積は２畝$34\frac{32}{45}$歩である。問う、矢はどれだけか。

答えにいう、矢は$12\frac{2}{3}$歩。

術にいう、田の面積を置き、これを２倍して実とする。弦の歩数を縦とする。

参考文献

1）『宋刻算経六書』中の『張丘建算経』上中下三巻（文物出版社、1980年３月）

2）銭宝琮校勘『算経十書』所収『張丘建算経』上中下三巻（『李儼・銭宝琮科学史全集』第四巻）（遼寧教育出版社、1998年12月）

3）郭書春校点『算経十書』所収『張丘建算経』三巻（九章出版社、2001年４月）

4）呉文俊『中国数学史大系』第四巻「第二編、南北朝伝世算書 第二章、『張丘建算経』」（北京師範大学出版社、1999年８月）

5）紀志剛『南北朝隋唐数学』第４章『張丘建算経』（河北科学技術出版社、2000年２月）

6）李海・段海龍『北朝科技史』第三章数学第三節『張丘建算経』（上海人民出版社、2019年11月）

7）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編39号、2020年6月）
8）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（2）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編40号、2020年10月）
9）大川俊隆「『孫子算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編36号、2019年6月）