『張丘建算経』訳注†稿（1）

大　川　俊　隆†

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、田村　誠

馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of "The Mathematical Classic of Zhang Qiujian （張丘建算経）" Vol. 1

OHKAWA Toshitaka

Abstract

"The Mathematical Classic of Zhang Qiujian" was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons（算経十書）during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on "The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）."

This is the first article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 15 of the first volume.

『張丘建算経』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算経十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『張丘建算経』の訳注を完成させる

† This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

† 大阪産業大学 名誉教授

草 稿 提 出 日　2月27日

最終原稿提出日　3月10日

ことを目的としている。

本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『張丘建算経』序と巻上の算題［一］～［一五］に対する訳注を与える。

作者と成書年代：張丘建の事跡は全く不明。序末に「清河張丘建」と記している。「四庫全書提要」では、隋初の人としているが、根拠はまったくない。

『隋書』経籍志には「張丘建算經二巻」とある。『旧唐書』経籍志には「張丘建算経一巻甄鸞撰」とある。「撰」は「注」の誤りであろう。『新唐書』芸文志には「張丘建算経一巻甄鸞注」とあり、さらに続けて「注張丘建算經三巻合抄李淳風注」がある。

この書の成書年代を、銭宝琮は、466－485年の間とする。その根拠は、本書中巻［一三］題に「今有率戸出絹三匹、依貧富欲以九等出之、令戸各差除二丈」とあるのが、『魏書』食貨志の「遂因民貧富、爲租輸三等九品之制」の記述と合致する。この制は太和９年（485）の「均田制の実施」により廃されるまで行われたので、この間にこの［一三］題が作られたとするものである。しかし、［一三］題と食貨志の「租輸三等九品之制」が同一の制との証は無く、にわかに銭氏の説に同意し難い。本書の序に「其『夏侯陽』之「方倉」、『孫子』之「蕩杯」、此等之術皆未得其妙。故更造新術、推盡其理、附之於此」とあるので、『夏侯陽算経』（今本の『夏侯陽算経』は唐代の偽書である）や『孫子算経』より後の成立であることは確かである。また、本書南宋本の巻上・中の冒頭に「漢中郡守、前司隷臣甄鸞注經」とあり、甄鸞は北周から隋にかけての人であるので、北周までには、本書は成立していたことが知られる。

テキスト：この書は、清初の江蘇太倉県の王傑家蔵の南宋本があった。この本は、後に毛晋の得る所となり、これが現在上海図書館に蔵され、1980年に「宋刻算経六種」の一つとして影印されたものである。我々は、このテキストを底本とする。

毛晋の子、扆は影宋抄本を有していたが、これは後に、清宮の天禄琳琅閣に入り、1932年に「天禄琳琅閣叢書」の１冊として影印された。四庫全書本は、扆の影宋抄本を底本としている。また、孔継涵の微波榭本は、戴震が毛扆の影宋抄本を校勘したものである。

南宋本には、欠葉がある。巻中の22葉の最後の文字「從」より以下の葉が何枚か欠けており、更に巻下の最初の２葉が欠けている。現在、伝わる版本がすべて南宋本であるので、これを補う術はない。

張丘建算經序

夫學算者不患乘除之爲難、而患通分之爲難。是以序列諸分之本元、宣明約通之要法。上實有餘爲分子、下法從而爲分母、可約者約以命之、不可約者因以名之。凡約法、高者下之、耦者半之、奇者(啇)<商>[一]之。副置其子及其母、以少減多、求等數而用之。乃若其通分之法、先以其母乘其全、然後内子。母不同者母互[二]乘子、母亦相乘爲一母、諸子共之約之。通分而母入者、出之則定。其『夏侯陽』之「方倉」、『孫子』之「蕩杯」、此等之術皆未得其妙。故更造新術、推盡其理、附之於此。余爲後生好學有無由以至者、故舉其大槩而爲之。法不復煩重、庶其易曉云耳。清河張丘建謹序。

校訂：［一］南宋本では、「商」を「啇」に作る。俗字であるので、以下すべて正字「商」に直す。『孫子算経』巻中［二〇］題の校訂参照。

［二］「母」の下の一字は「㸦」字であるが、これは「互」の俗字。よって、この字を「互」に直しておく。

訓読：夫れ算を学ぶ者は乗除の難き為るを患えずして、通分の難き為るを患う。是を以て諸分の本元を序列し、約通の要法を宣明す(1)。上実に余り有るを分子と為し、下法は従って分母と為し(2)、約すべき者は約し以て之に命じ、約すべからざる者は因りて以て之に名ず(3)。凡そ約法は、高き者は之を下し(4)、耦なる者は之を半にし(5)、奇なる者は之を商す(6)。副に其の子及び母を置き、少なきを以て多きより減じ、等数を求めて之を用う(7)。乃ち其の通分の法の若きは、先にその母を以てその全に乗じ、然る後子を内（い）る(8)。母同じからざれば、母は子に互乗し、母は亦た相乗じて一母と為し、諸子は之を共にし之を約す(9)。通分して母の入りし者は、之を出だせば則ち定まる(10)。其れ『夏侯陽』の「方倉」・『孫子』の「蕩杯」、此れ等の術皆未だ其の妙を得ず(11)。故に更に新術を造り、其の理を推尽し(12)、之を此れに付す。余、後世の学を好みて以て至るに由無き者有らんが為に、故（ことさら）に其の大概(13)を挙げて之を為す。法は煩重ならず、其の暁り易きに庶（ちか）しと云うのみ。清河(14)の張丘建謹みて序す。

注：（1）「本元」は根本。『続漢書』天文志上の注に引く張衡『霊憲』序曰「昔在先王、将歩天路、用定霊軌。尋緒本元、先準之于渾體、是爲正儀立度」。「約通」は約分と通分。「要法」はかなめの方法。「宣明」は述べ明らかにすること。

（2）「上實有餘爲分子、下法從而爲分母」は実を法で割って、余りがでたときの処理を云う。即ち、実の余りを分子に、法を分母にするのである。「上實」「下法」は、算木計算で割り算をする時、算盤上で被除数（實）は上に置き、除数（法）はしたに置くので、「上實」「下法」と呼んでいる。

（3）「可約者約以命之、不可約者因以名之」とは、上で割り算の結果、分数が生じた場合の処置を云う。「命之」とは、法を分母とする分数にすること。何故「命」を用いるのかについて、白尚恕の説では、「法を規準にしてこの分数に命名すること」（『九章算術注釈』方田［九］題）としている。ここで、張丘建は、約分できる分数には「命之」と云い、約分できない分数には「名之」と区別した言い方を用いているが、元々は区別無く「命」と云っていた。張氏が初めて「命」「名」を区別的に用いたようである。

（4）「約法」とは、約分の方法のこと。「高者下之」とは、紀志剛は、5）で「高者」とは高位のことで、分母、分子が十の倍数であれば、位を退けて約分することとする。例えば「七百分之二百」は「七分之二」に約分し、低位の数にすることとする。

（5）「耦」は偶数のこと。分母・分子がともに偶数であれば、2で割って約分すること。これは、既に『算数書』「約分」にも、「有（又）曰、約分朮（術）曰、可半、＝之。可令若＝干＝一＝」とある。同文は『九章』方田［六］題「約分術」にも見える。

（6）「奇者商之」について、紀志剛は、分母或いは分子の尾数が1、3、5、7、9等の奇数の時、それらの適切な公約数を見つけ、更にそれで約分することとし、劉孝孫の「草曰」でその応用が多く見られると云う。

（7）「等數」は2数の最大公約数のこと。「副置其子及其母、以少減多、求等數而用之」については、すでに『九章』方田［六］題に「不可半者、副置分母・子之數、以少減多、更相減損、求其等也。以等數約之」とほぼ同文が見える。

（8）「乃若其通分之法」とは、以下に通分の方法を述べる意。「通分」という用語は、『九章』少広［一］題に「命通分者、又以分母徧乘諸分子」と見える。ただ、これを我々は「命じて分を通ずる者は」と訓んだ。『九章』［三七］題の李注に「有分者通之、所買通分内子爲所有率」とあり、「通分内子」が一用語として用いられている。

「先以其母乘其全、然後内子」とは、『九章』［一八］題「経分術」の劉注に「以母通之者、分母乘全内子。散（乘）全則爲積分、積分則與子相通、故可令相通」とあるのとほぼ同じ。

（9）「母不同者母互乘子、母亦相乘爲一母」とは、分母の異なる2分数を同一分母にする法。『九章』［九］題に「合分術曰、母互乘子、幷以爲實、母相乘爲法」とある。

ただ、「諸子共之約之」という文は見えない。

(10)「通分而母入者、出之則定」について、紀志剛は、通分し終わった分数の分母が諸分子と最大公約数をともにしている時、更に約分することができるとし、例を挙げて、

子	母		子	母		
						d ＝（90、108．135）＝ 3
2	3		90			90 ÷ 3 ＝30
4	5	→	108	135	→	108 ÷ 3 ＝36　　135 ÷ 3 ＝45
2	9		30			30 ÷ 3 ＝10

これより、$\frac{30}{45}$、$\frac{36}{45}$、$\frac{10}{45}$と通分できる、としている。しかし、これでは「出之則定」とうまく合わない。通分して、分母が共通の分母になったとき、仮分数は分母で割ることによって外へ出すことができる、即ち帯分数にすることができるという意であろう。(『中国数学史大系』 4 巻で呉文俊も「計算結果が仮分数になったら、帯分数にすることだと云っている」(頁53)。)

(11)『夏侯陽』の「方倉」とは、『夏侯陽算経』の「方倉」題のこと。今本の『夏侯陽算経』は唐代の偽書であるので､元の書の「方倉」題は残存していない。偽書『夏侯陽』には上巻［一八］題に「方倉」という語が見えるが、これと『張丘建』巻下に載る「倉」関係の算題［四］［八］とはまったく符合しない。

『孫子』の「蕩杯」とは、『孫子算経』巻下の［一七］題の算題を云う。同じ算題は、『張丘建』の巻下［三六］題に載り、各々解法が異なる。(詳細はこの算題の注を見よ)。

(12)「推盡」は徹底的に推し進めること。

(13)「大概」は、あらまし、概要。『全唐詩話』序に「大概於唐人詩誦之尤習」。

(14) 紀志剛云う「北魏の時、二つの清河郡があった。一つは、司州の清河で、今の山東省臨清県の東北にあり、別の一つは、今の山東省淄博市の西南にある」と。

訳：凡そ算を学ぶ者は、乗除計算が困難であることを憂えず、通分が困難なのを憂える。そこで、諸々の分数の根源を順序立て、約分・通分の要めの方法を述べ明らかにする。上の実に余りがあるとそれを分子とし、下の法はそのまま分母とする。約分できるものは約し、この分母・子に命じる。約分できないものは、そのまま分母・子に名ずる。おおよそ約法は、位の高いものは下の桁に下ろし、偶数のものはこれを半分にし､末尾が奇数のものは､(約数を見つけて)これを割る｡(その約数を見つける方法は)、その分子と分母を別に置き、少ない方を多い方から引き、等数を求めてこれを用いる

のである。そして、通分の方法については、まずその分母を全、即ち帯分数の整数に掛け、その後それを分子に加え入れる。分母が異なる分数は、分母は分子に互乗し、分母はまた相掛け合って同じ分母とし、諸々の分子は、分母を共通にしてから約分して通分する。そして、そのように分母が同じ分数に入ったものは、これを帯分数にして外に出すと、きちんと定まる。

かの『夏侯陽算経』の「方倉」題や『孫子算経』の「蕩杯」題については、それらの術はその妙絶を得ていない。そこで、更に新術を造り、その理を推し進めて、それをここに付した。私は、後世の、学を好みながらも最後まで至るに術(すべ)がないような者があろうがために、ことさらにその大筋を挙げてこの書を作ったのである。その方法はまた煩重ではなく、悟りやすい水準に近いものであろう。清河の張丘建謹みて序す。

『張丘建算經』巻上

漢中郡守、前司隷 臣 甄鸞 注經

(唐)<隋>[一]算學博士 臣 劉孝孫 撰細草

唐朝議大夫、行太史令、上輕車都尉 臣 李淳風等奉 勅注釋

校訂：[一]「唐」は「隋」の誤り。注 (16) 参照。

訓読：

漢中郡守、前司隷　臣　甄鸞(15)　経に注す

隋算學博士　臣　劉孝孫　細草を撰す(16)

唐朝議大夫、行太史令、上輕車都尉　臣　李淳風等　勅を奉じて注釋す(17)

注：(15)北周から隋にかけての数学者･暦学者。『隋書』経籍志に、「帝王世録一巻甄鸞撰」「周髀一巻甄鸞重述」「周天和暦一巻甄鸞撰」「九章算術二巻徐岳･甄鸞重述」が載る。ただ、今本『張丘建算経』には彼の注は確認できない。「作者と成書年代」で述べたように、『新唐書』芸文志には「張丘建算経一巻甄鸞注」とあり、これに続けて「注張丘建算經三巻合抄李淳風注」とあるので、李注と合抄されているのかも知れない。『四庫全書提要』に「其中稱「術曰」者、甄鸞所註」と云うが、これは間違い。一算題は「設問」「答曰」「術曰」から成り立っており、「術曰」部分だけを切り離して、甄鸞の注とすることはできない。

(16)北斉から隋にかけての暦学者、算数家。『隋書』律暦志、天文志に多くの事跡が載る。ただ、彼が『張丘建算経』に細草を加えたとの記述は見出せない。彼は隋の開皇

十四年（594）に卒している。なお、隋末から唐初にかけて活躍した劉孝孫なる人物がおり、『旧唐書』巻七二、『新唐書』巻一〇二に伝がある。この伝を見ると、こちらの劉孝孫は文学者であった。細草を撰した劉孝孫とは別人である。南宋本では、隋の劉孝孫を唐の劉孝孫と誤り、「唐算学博士」としたようである。今「唐」を「隋」に改める。なお、南宋本は、「算學博士　臣　劉孝孫　撰細草」を「臣　李淳風等奉　勅注釋」（皇帝の勅なので、「勅」字の前を一字空格にしている）の後に置くが、細草は李注より先に『張丘建算経』に加えられている。よって、「（唐）<隋>算學博士　臣　劉孝孫　撰細草」を「唐朝議大夫、行太史令、上輕車都尉　臣　李淳風等奉　勅注釋」の前に置く。

「細草」について。南宋の陳振孫の『直斎書録解題』巻一四に『算経三巻』が載り、その解題に「張丘建撰。･･･今本稱「漢中郡守、前司隸甄鸞注、太史令李淳風等注釋、算學博士劉孝孫撰細草」。細草者、乘除法實之詳悉也」とあり、具体的な計算を詳しく尽くすことであるとする。以下の算題に付せられる「草曰」がこの「細草」に当たる。

（17）唐初の著名な天文学者・数学者。伝は『旧唐書』巻七九、『新唐書』巻二〇四に見える。今本『張丘建算経』には、上巻［三］［六］［一九］［二〇］、中巻［五］、下巻［一二］［一六］［一七］に「李淳風等謹按」との前置きを付した８ケ所の注が残っている。

［一］以九乘二十一五分之三。問得幾何。
答曰、一百九十四五分之二。
草曰、置二十一、以分母五乘之、内子三、得一百八。然以九乘之、得九百七十二。却以分母五而一。得合所問。

訓読：九を以て二十一と五分の三に乗ず。問う、得ること幾何ぞ。
答えに曰う、一百九十四と五分の二(18)。
草に曰う、二十一を置き、分母五を以て之に乗じ、子の三に内れ、一百八を得。然して九を以て之に乗じ、九百七十二を得。却って(19)分母の五を以てして一とす(20)。問う所に合するを得(21)。

注：（18）本算題［一］より［六］題まで、「術曰」の部分がない。「草曰」が詳述しているので、脱落したのか。［七］題以降は「術曰」は全ての算題に存する。

(19)「却」とは、逆に、の義。今まで掛け算であったが、ここで割り算に転ずるのでこのように云った。

(20) 計算は以下の通り。

$$21\frac{3}{5}\times 9=\frac{21\times 5+3}{5}\times 9=\frac{108\times 9}{5}=\frac{972}{5}=194\frac{2}{5}$$

(21)［一］［五］題では「得合所問」と云い、［二］題では「合前問」と云い、［三］［四］題では「合所問」と云い、［七］［八］題では「合問」と云う。全て「草」の計算結果が設問の題意を満たしていることをいう表現である。訓読は「前に問うに合す」「問う所に合す」「問うに合す」などとし、訳は、すべて「題意を満たす」と一律に訳す。本邦の和算でも計算の最後に「問いに合う」と云うが、これは、この細草を淵源にしているのであろう。

訳： 9を$21\frac{3}{5}$にかける。問う、どれほどになるか。

答えにいう、$194\frac{2}{5}$。

草にいう、21を置いて、分母の5をこれに掛け、分子の3に加え入れると、108が得られる。それから9をこれに掛けると、972が得られる。転じて分母の5で割る。題意を満たす。

［二］以二十一七分之三乘三十七九分之五。問得幾何。

答曰、八百四二十一分之十六。

草曰、置二十一、以分母七乘之、内子三、得一百五十。又置三十七、以分母九乘之、内子五、得三百三十八。二位相乘得五萬七百爲實。以二分母七·九相乘、得六十三而一、得八百四、餘六十三分之四十八。各以三約之、得二十一分之一十六。合前問。

訓読： 二十一と七分の三を以て三十七と九分の五に乗ず。問う、得ること幾何ぞ。

答えに曰う、八百四と二十一分の十六。

草に曰う、二十一を置き、分母の七を以て之に乗じ、子の三に内れ、一百五十を得。又三十七を置き、分母の九を以て之に乗じ、子の五に内れ、三百三十八を得。二位相乗じて五万七百を得て実と為す。二分母の七・九を以て相乗じ、六十三を得て一とすれば、八百四を得、余りは六十三分の四十八。各おの三を以て之を約し、二十一分の一十六を得(22)。前に問うに合す。

注：(22) 計算は以下の通り。

$$21\frac{3}{7}\times 37\frac{5}{9}=\frac{21\times 7+3}{7}\times\frac{37\times 9+5}{9}=\frac{150}{7}\times\frac{338}{9}=\frac{50700}{63}=804\frac{48}{63}=804\frac{16}{21}$$

訳：$21\frac{3}{7}$を$37\frac{5}{9}$に掛ける。問う、どれほどになるか。

答えにいう、$804\frac{16}{21}$。

草にいう、21を置いて、分母の７にこれを掛け、分子の３に加え入れると、150が得られる。また、37を置き、分母の９をこれに掛け、その積333を分子の５に加え入れると、338が得られる。２つの数値を相乗じて50700が得られこれを実とする。２つの分母７と９を相乗じて、63が得られこれで実を割れば、$804\frac{48}{63}$が得られる。この分母・分子を約分すると、$\frac{16}{21}$が得られる。題意を満たす。

[三]以三十七三分之二乘四十九、五分之三、七分之四。問得幾何。
答曰、一千八百八十九一百五分之八十三。
草曰、置三十七、以分母三乘之、内子二、得一百一十三。又置四十九於(下)<上>[一]、別置五分於下右、之三在左。又於五分之下別置七分、三(分)[二]之下置四。維乘之、以右上五乘下左四、得二十。以右下七乘左上三、得二十一。併之得四十一。以分母相乘得三十五。以三十五除四十一、得一、餘六。以一加上四十九得五十。又以分母三十五乘之、内子六、得一千七百五十六。以乘上位一百一十三、得一十九萬八千四百二十八爲實。又以(分母)[三]三母相乘得一百五爲法。除實、得一千八百八十九、餘一百五分之八十三。合所問[1]。

校訂：[一]「下」は銭宝琮の校訂に従って「上」とする。

[二] 郭氏云う、「三」の下に南宋本は「分」を衍す、と。今郭氏に従い、削る。

[三] 郭氏云う、「以」の下に南宋本は「分母」を衍す、と。今郭氏に従い、削る。

訓読：三十七と三分の二を以て四十九と五分の三、七分の四に乗ず(23)。問う、得ること幾何ぞ。

答えに曰う、一千八百八十九と一百五分の八十三。

草に曰う、三十七を置き、分母の三を以て之に乗じ、子の二に内れ、一百一十三を得。又四十九を上に置き、別に五分を下右に置き、「の三」は左に在り。又五分の下に別に七分を置き、三の下に四を置く。之を維乘し、右上の五を以て下左の四に乗じ、二十を得。右下の七を以て左上の三に乗じ、二十一を得。之を併せ四十一を

得。分母を以て相乗じて三十五を得。三十五を以て四十一を除し、一を得、余りは六。一を以て上の四十九に加え五十を得。又分母の三十五を以て之に乗じ、子の六に内れ、一千七百五十六を得。以て上位の一百一十三に乗じて、一十九万八千四百二十八を得て実と為す。又三母を以て相乗じて一百五を得て法と為す。実を除き、一千八百八十九を得、余りは一百五分の八十三(24)。問う所に合す。

注：(23) $37\frac{2}{3}$を$49+\frac{3}{5}+\frac{4}{7}$に掛ける問題である。ここで明言されていないが、下の草曰の計算を見ると、49と$\frac{3}{5}$と$\frac{4}{7}$は互いに足すことを前提にされている。

(24) 計算は以下の通り。

①$37\frac{2}{3}=\frac{37\times3+2}{3}=\frac{113}{3}$

②$49+\frac{3}{5}+\frac{4}{7}=49+\frac{3\times7+4\times5}{5\times7}=49+\frac{41}{35}=49+1\frac{6}{35}=50\frac{6}{35}=\frac{50\times35+6}{35}=\frac{1756}{35}$

③$\frac{113}{3}\times\frac{1756}{35}=\frac{198428}{105}=1889\frac{83}{105}$

訳：$37\frac{2}{3}$を49と$\frac{3}{5}$と$\frac{4}{7}$に掛けると、どれほどになるか。

答えにいう、$1889\frac{83}{105}$。

草にいう、37を置き、分母の３をこれに掛け、分子の２にこれを加え入れると、113が得られる。また49を上に置き､別に５分を下右に置き､分子の３はその左に置く。また、５分の下に別に７分を置き、３の下に４を置く。これらを維乗する、即ち右上の５を左下の４に掛け、20を得る。右下の７を左上の３に掛け、21を得る。両数を合わせて41を得る。分母同士を掛け合わせて35を得る。35で41を割ると、１が得られ、余りは６。１は49に加えて50を得る。また、分母35をこれに掛け、それを分子の６に加え入れると、1756を得る。これを上の113に掛けると、198428を得て、これを実とする。また３分母を互いに掛け合わせて105を得て、法とする。この法で実を割ると、1889を得て、余りが$\frac{83}{105}$となる。題意を満たす。

［１］臣淳風等按、以前三條雖有設問而無成術可憑、宜云「分母乘全内子、令相乘爲實、分母相乘爲法。若兩有分、母各乘其全、内子、令相乘爲實、分母［相乘］[一] **爲法。實如法而得一」。**

校訂：［一］銭宝琮の校訂に従い、「相乗」の二字を補う。

訓読：臣淳風等按ずるに、以前の三条は設問有りと雖も術の憑るべきを成す無し(25)。宜しく「分母は全に乗じて子に内れ、相乗じて実と為さしめ、分母をして相乗じて法と為さしむ。若し両つながら分有れば、母各々其の全に乗じ、子に内れ、相乗じて実と

為さしめ、分母をして相乗じて法と為さしむ。実、法の如くして一を得」[26]と云うべし。

注：(25)「以前三條」とは、本題［三］を含む［一］［二］題のこと。

この李注の言より、李淳風等が注釈を加えたときは、これらの算題に「術曰」以下の文言が既に失われていたことがわかる。

(26)『九章』方田章の［二二］［二三］［二四］題は「大広田術」と命名されているが、帯分数同士の乗法が「分母各乘其全、分子從之、相乘爲實、分母相乘爲法」と述べられており、この李注とほぼ同じである。

訳：臣淳風等按じますに、ここまでの 3 算題には設問はあるけれども、解くのに頼りとすべき術を成すものがない。ここは、「分母は整数部分に掛けて、分子に納れ、分子同士は掛け合わせて実とし、分母同士は掛け合わせて法とする。もし両方とも帯分数であれば、それぞれの分母はその整数部分に掛けて、それぞれの分子に納れ、掛け合わせて実とさせ、分母は掛け合わせて法とする。実を法で割ると答えが得られる」と云うべきである。

［四］以十二除二百五十六九分之八。問得幾何。

答曰、二十一二十七分之十一。

草曰、置二百五十六、以分母九乘之、内子八、得二千三百一十二、爲實。又置除數十二、以九乘之、得一百八、爲法。除實得二十一。法與餘倶半之、得二十七分之十一。合所問。

訓読：十二を以て二百五十六と九分の八を除す[27]。問う、得ること幾何ぞ。

答えに曰う、二十一と二十七分の十一。

草に曰う、二百五十六を置き、分母の九を以て之に乗じ、子の八に内るれば、二千三百一十二を得、実と為す。又除数の十二を置き、九を以て之に乗じ、一百八を得て、法と為す。実を除せば二十一を得。法と余りは倶に之を半にし、二十七分の十一を得。問うところに合す。

注：(27) 分数を整数で割る計算である。これは『九章』方田章［一七］題に見える。帯分数を帯分数で割る［一八］題とともに「経分術」と呼ばれている。

計算は以下のごとし。

$$256\frac{8}{9}\div 12=\frac{256\times 9+8}{9}\div 12=\frac{2312}{9\times 12}=\frac{2312}{108}=21\frac{44}{108}=21\frac{11}{27}$$

訳：12で$256\frac{8}{9}$を割る。問う、どれほどになるか。

答えにいう、$21\frac{11}{27}$。

草にいう、256を置き、分母の9をこれに掛け、分子の8に加え入れると、2312が得られ、これを実とする。また、除数の12を置き、これに9を掛け、108が得られ、これを法とする。法で実を割ると21が得られる。法（108）と余り（44）はともに半分にしてゆけば、$\frac{11}{27}$が得られる。題意を満たす。

[五]以二十七五分之三除一千七百六十八七分之四。問得幾何。
答曰、六十四四百八十三分之三十八。
草曰、置一千七百六十八、以分母七乘之、内子四、得一萬二千三百八十。又以除分母五乘之、得六萬一千九百、爲實。又置除數二十七、以分母五乘之、内子三、得一百三十八。又以分母七乘之、得九百六十六、爲法。除之、得六十四。法與餘各折半、得四百八十三分之三十八。得合前問。

訓読：二十七と五分の三を以て一千七百六十八と七分の四を除す(28)。問う、得ること幾何ぞ。

答えに曰う、六十四と四百三十八分の三十八。

草に曰う、一千七百六十八を置き、分母の七を以て之に乗じ、子の四に内れ、一万二千三百八十を得。又除する分母の五を以て之に乗じ、六万一千九百を得て、実と為す。又除数二十七を置き、分母の五を以て之に乗じ、子の三に内れ、一百三十八を得。又分母の七を以て之に乗じ、九百六十六を得て、法と為す。之を除せば、六十四を得。法と余りは各おの折半し(29)、四百八十三分の三十八を得(30)。前に問うに合するを得。

注：(28) 帯分数を帯分数で割る計算である。

(29)「折半」は、半分にするとの意。本書では、他に巻上［一二］と巻下［五］に見えるので、「細草」の書かれた時代の用語であったことがわかる。葛洪『抱朴子』内篇巻十七に「又曰、往山林中、當以左手取青龍上草、折半置逢星下、歴明堂入太陰中」とある。

(30) 計算は以下の通り。

$$1768\frac{4}{7}\div 27\frac{3}{5}=\frac{1768\times 7+4}{7}\div\frac{27\times 5+3}{5}=\frac{12380}{7}\div\frac{138}{5}$$
$$=(12380\times 5)\div(138\times 7)=61900\div 966=64\frac{76}{966}=64\frac{38}{483}$$

訳：$27\frac{3}{5}$で$1768\frac{4}{7}$を割る。問う、どれほどになるか。

答えにいう、$64\frac{38}{483}$。

草にいう、1768を置き、分母の7をこれに掛け、それを分子の4に入れると、12380となる。また除数の分母の5をこれに掛けると、61900となり、これを実とする。また除数の27を置き、分母の5をこれに掛け、分子の3に入れると、138となる。また分母の7をこれに掛けると、966となり、これを法とする。実を法で割れば、64が得られる。法と余りは各おの半分にすると、$\frac{38}{483}$となる。題意を満たす。

[六]以五十八二分之一除六千五百八十七三分之二、四分之三。問得幾何。
答曰、一百一十二七百二分之四百三十七。
草曰、置六千五百八十七於上。又別置三分於下右、之二於左。又置四分於三下、之三於左。維乘之、分母得十二、子得一十七。以分母除子、得一、餘五。加一上位、得六千五百八十八。以分母十二乘之、内子五、得七萬九千六十一。又以除數分母二因之、得一十五萬八千一百二十二、[爲實][一]。又置除數五十八於下、以二因之、内子一、得一百一十七。又以乘數分母十二乘之、得一千四百四、爲法。以除實、得一百一十二。法與餘俱半之、得七百二分之四百三十七。

校訂：[一] 下に「以除實」とあるので、ここに「爲實」を入れる。

訓読：五十八と二分の一を以て六千五百八十七と三分の二、四分の三を除す(31)。得ること幾何ぞ。

答えに曰う、一百一十二と七百二分の四百三十七。

草に曰う、六千五百八十七を上に置く。又別に三分を右下に、「の二」を左に置く。又四分を三の下に、「の三」を左に置く。之を維乗し、分母は十二を得、子は一十七を得。分母を以て子を除せば、一を得て余りは五。一を上位に加え、六千五百八十八を得。分母の十二を以て之に乗じ、子の五に内れ、七万九千六十一を得。又除数の分母の二を以て之に因し(32)、一十五万八千一百二十二を得て、実と為す。又除数の五十八を下に置き、二を以て之に因し(32)、子の一に内るれば、一百一十七を得。又乗数の分母の十二を以て之に乗ずれば、一千四百四を得て、法と為す。以て実を除せば、一百一十二を得。法と余は俱に半分にすれば、七百二分の四百三十七を得。

注：(31) 計算は前の算題［五］と同じもの。計算は以下の如し。

$$\left(6587+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)\div 58\frac{1}{2}=\left(6587+\frac{2\times4+3\times3}{3\times4}\right)\div\frac{58\times2+1}{2}=6587\frac{17}{12}\div\frac{116+1}{2}$$
$$=6588\frac{5}{12}\div\frac{117}{2}=\frac{6588\times12+5}{12}\div\frac{117}{2}=\frac{79061}{12}\div\frac{117}{2}=(79061\times2)\div(12\times117)$$
$$=158122\div1404=112\frac{874}{1404}=112\frac{437}{702}$$

(32)「因」は掛け算をすること。『算数書』や『数』では「因而三之」(『数』【４－３】) など、掛け算を導く表現として用いられていたが、『孫子』巻中［一六］題では「餘二步以六因之、得一丈二尺」と掛け算そのものを表している。『孫子』ではこの１例のみであったが、本書に至り、本題の細草のみならず、他の算題の細草中に頻出する。隋代ではすでに「因」が掛け算を表す語として定着していたことを示している。「乘」との区別について、後世の和算書であるが、坂部広胖の『算法点竄指南録』巻四「用字和解」の「因」の条に「一桁の法をかくるをいふ」とあり、これによると、一桁を掛ける時には「因」を、二桁以上を掛ける時には「乘」を用いることとなる。「因」を用いる場合はほぼ、「以Ａ因Ｂ」の形を取っている。

訳：$58\frac{1}{2}$で6587と$\frac{2}{3}$と$\frac{3}{4}$を割る。どれほどになるか。

答えにいう、$112\frac{437}{702}$。

草にいう、6587を上に置く。また別に３分を下右に、分子の２をその左に置く。また４分を３の下に、分子の３をその左に置く。これらを維乘して、分母は12を得、分子は17を得る。分母の12で分子の17を割ると、１が得られ、余り５となる。この１を上に置いた6587に加えると、6588となる。分母の12をこれに掛け、分子の５に加え入れると、79061となる。また除数の分母の２をこれに掛けると、158122が得られ、これを実とする。また除数58を下に置き、２をこれに掛け、分子の１に加え入れると、117となる。また乘数の分母12をこれに掛けると、1404が得られ、これを法とする。これで実を割ると、112が得られる。法1404と余り874はともに半分にして、$\frac{437}{702}$となる。

［２］臣淳風等謹按、(此術) [一] 以前三條亦有問而無術。宜云「置所有之數通分內子、爲實。置所除之數、以三分 [母相] [二] 乘之爲法。實如法得一。若法實俱有分及重有分者、同而通之」。

校訂：［一］算題［三］に付けられた李注から見るに、この「此術」の二字は衍字である。

［二］南宋本には「以分乘之」に作るが、今、銭氏の校訂に従い、「分」の後に「母相」を補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、以前の三条も亦問有りて術無し。宜しく「有する所の数を置き、分を通じ子に内れ (33)、実と為す。除する所の数を置き、三分母を以て此れ

に乗じて法と為す。実、法の如くして一を得。若し法・実倶に分有る及び重ねて分有る者は、「同」して之を通ず[34]」と云うべし。

注：(33)「通分内子」は、『九章』劉注や李注の中に頻繁に出てくる算術用語で、帯分数の整数部分を通分して分子に入れること。なお「所有之數」とは、『九章算術』「今有術」に見える語。粟米章「粟米之法」に「術曰、以所有數乘所求率爲實。以所有率爲法」とある。ここでは、割られる方の数という意で用いられ、逆に割る方の数は「所除之數」と呼ばれている。

(34)『九章』方田章「経分術」に「重有分者同而通之」と同じ句が見える。

訳：臣淳風等謹んで按じますに、ここまでの三題にも設問はあるが術はない。ここは「割られる数を置いて、その整数部分を通分して分子に加え入れ、実とする。割る数を置き、三分母をこれに掛けて法とする。実を法で割ると答えが得られる。もし法と実にともに分数があるもので、分数が重複してあるものは、分母を同じにして、これらを通じさせる」と云うべきである。

[七]今有官獵得鹿、賜圍兵。初圍三人中賜鹿五頭、次圍五人中賜鹿七頭、次圍七人中賜鹿九頭。併三圍賜鹿一十五萬二千三百三十三頭少半頭。問圍兵幾何。
答曰、三萬五千人。
術曰、以三賜人數互乘三賜鹿數、併以爲法。三賜人數相乘、并賜鹿數、爲實。實如法而得一。
草曰、置三人於右上、五鹿於左上。五人於右中、七鹿於左中。七人於右下、九鹿於左下。以右中乘左上五、得二十五。又以右下(十)<七>[一]乘左上二十五、得一百七十五。又以右上三乘左中七、得二十一。又以右下七乘左中二十一、得一百四十七。又以右上三乘左下九、得二十七。又以右中五乘左下二十七、得一百三十五。将左三位併之、得四百五十七、爲法。以右三位相乘得一百五。別置一十五萬二千三百三十三頭少半頭、位於上、先以三乘之、内子一、得四十五萬七千。以一百五乘之、得四千七百九十八萬五千。置除法四百五十七、以三因之、得一千三百七十一、爲法。除之得三萬五千人。合問。

校訂：南宋本は「十」に作るが、ここは計算上「七」である。

訓読：今官猟に鹿を得る有り、囲兵に賜う。初囲は、三人、賜りし鹿五頭を中(ひと)しくす[35]。次囲は、五人、賜りし鹿七頭を中しくす。次囲は、七人、賜りし鹿九頭を中しくす。

三囲の賜りし鹿を併せば、一十五万二千三百三十三頭(36)。問う、囲兵は幾何ぞ。

答えに曰う、三万五千人。

術に曰う、三たび賜りし人数を以て三たび賜りし鹿数に互乗して(37)、併せて以て法と為す。三たび賜りし人数は相乗じ、賜りし鹿数に并して、実と為す(38)。実、法の如くして一を得。

草に曰う、三人を右上に、五鹿を左上に、五人を右中に、七鹿を左中に、七人を左下に、九鹿を左下に置く。右中を以て左上の五に乗じ、二十五を得。又右下の七を以て左上の二十五に乗じ、一百七十五を得。又右上の三を以て左中の七に乗じ、二十一を得。又右下の七を以て左中の二十一に乗じ、一百四十七を得。又右上の三を以て左下の九に乗じ、二十七を得。又右中の五を以て左下の二十七に乗じ、一百三十五を得。左の三位を将て之を併せ、四百五十七を得て、法と為す。右の三位を相乗じて一百五を得、別に一十五万二千三百三十三頭少半頭を置き、上に位して、先に三を以て之に乗じて、子の一を内れ、四十五万七千を得。一百五を以て之に乗じ、四千七百九十八万五千を得。除法の四百五十七を置き、三を以て之に因し、一千三百七十一を得て、法と為す。之を除せば、三万五千人を得(39)。問うに合す。

注：(35)「囲」は、狩で獲物を囲むこと。『礼記』曲礼下に「國君春田不圍澤」と。「囲兵」とは、囲んだ獲物を中心へ追い込む兵のこと。この囲む兵は、「初囲」と「次囲」(二囲)と「次囲」(三囲)とあるので、途中で交代するのである。「中」は、ひとしくする。『周礼』考工記「弓人」「斲摯必中、膠之必均」鄭注「中猶均也」。本題では、下賜された鹿を均等に分配するとの意。

(36) この計算は、初囲と二囲と三囲の兵数が同数であるとの前提で成されている。具体的計算は以下の通り。

初囲では3人で5頭賜ったので、1人当たりは$\frac{5}{3}$頭となる。よって二囲と三囲も各々一人当たりの頭数は、$\frac{7}{5}$頭と$\frac{9}{7}$頭となる。これを足すと、初・二・三囲の兵各々 1人が下賜された頭数となる。これで全体の頭数$152333\frac{1}{3}$を割れば、初・二・三囲の兵数(各々同数)が出る。よって、計算は、$152333\frac{1}{3} \div \left(\frac{5}{3}+\frac{7}{5}+\frac{9}{7}\right)$を行えばよい。

(37) 普通「互乗」と云えば、2つの分数の各々の分母・分子をたすきがけに掛けるという意であるが、本題では、3つ以上の分数の通分の方法をも「互乗」と呼んでいる。例えば、A・B・Cの3分数があって、それらを通分する場合、Aの分母をBとCの分子に掛ける。BとCの分母も各々他の分数の分子に掛ける。これをも「互乗」と呼ぶが、これは『九章』方田章［一五］［一六］の平分術で「術曰、母互乗子、

副并爲平實」に既に見える。

(38)「三たび賜りし人数は相乘じ、賜りし鹿数に并して」とは、３分母の人数を掛け合わせ、これに下賜の鹿数を掛けることである。この「并」とは并乗のこと。

(39)細草が「置三人於右上、五鹿於左上。…将左三位併之、得四百五十七、爲法」で行っているのは、互乗の計算である。即ち、

①	左上５鹿	右上３人		②左上５×右中５＝25	25×右下７＝175
	左中７鹿	右中５人	→	③左中７×右上３＝21	21×右下７＝147
	左下９鹿	右下７人		④左下９×右上３＝27	27×右中５＝135

⑤175＋147＋135＝457　が得られる。これが法である。

⑥次に、３分母を掛けて105を出す。これは３分数を通分した分母であるので、152333$\frac{1}{3}$に掛けるのだが、その前に$\frac{1}{3}$の処理を行う。それが「別置一十五萬二千三百三十三頭少半頭、位於上、先以三乘之、内子一、得四十五萬七千」で、152333$\frac{1}{3}$×３＝457000とする。これに先ほどの３分母を相乗して得られる105を掛けると、47985000が出て実とする。

⑦⑥の実に３を掛けたので、⑤の法にも３を掛け、457×３＝1371とする。これが「置除法四百五十七、以三因之、得一千三百七十一、爲法」である。

⑧実47985000÷法1371＝35000

この「草曰」中の「位於上」は出てきた実を上の位に置くこと。

訳：今官の猟で鹿を得たので、囲んだ兵士に下賜された。初囲の兵は３人で賜った鹿５頭を均等に分け、次囲の兵は５人で賜った鹿７頭を均等に分け、次囲の兵は７人で賜った鹿９頭を均等に分けた。３つの囲の下賜の鹿の頭数は合計152333$\frac{1}{3}$頭であった。問う、囲兵の数はいかほどか。

答えにいう、35000人。

術にいう、３回にわたって下賜された人数３、５、７人を３回下賜された鹿数に互乗して、それらを合わせて法とする。三囲に下賜された人数３、５、７人を掛け合わせて、さらに三囲に下賜された鹿の総数に掛け、実とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、３人を右上に、５鹿を左上に、５人を右中に、７鹿を左中に、７人を右下に、９鹿を左下に置く。右中の５を左上の５に掛けて25を得る。さらに右下の７を左上の25に掛け、175を得る。また右上の３を左中の７に掛け、21を得る。さらに右下の７を左中の21に乗じ、147を得る。また右上の３を左下の９に掛け、27を得る。

さらに右中の5を左下の27に掛け、135を得る。左の3位（175、147、135）を合わせ、457を得て、法とする。右の3位を相乗じて105を得、別に$152333\frac{1}{3}$を置き、「上に位して」、まず3をこれに掛け、分子の1を加え入れると、457000を得る。105をこれに掛けると47985000を得る。除数の法の457を置いて、3をこれに掛け、1371を得て、法とする。これで、47985000を割ると、35000人が得られる。題意を満たす。

[八]今有獵圍。周四百五十二里一百八十步、布圍兵十步一人。今欲縮令通身得地四尺。問圍内縮幾何。
答曰、三十里五十二步。
術曰、置圍里步數、一退、以四因之爲尺。以步法除之、即得縮數。
草曰、置四百五十二里、以里法三百步乘之、内子一百八十、得一十三萬五千七百八十步。退一等、得一萬三千五百七十八(尺)<人>[一]。四因之、得五萬四千三百一十二尺、以六尺除之、爲步、得九千五十二步。以里法三百除之、得三十里五十二步。合問。

校訂：［一］南宋本は「尺」に作るが、計算上から「人」でなければならない。

訓読：今猟の囲有り。周四百五十二里一百八十歩、囲兵十歩に一人を布く。今縮めんと欲し通身(40)をして地四尺を得しむ。問う、内に縮むること幾何ぞ。
答えに曰う、三十里五十二歩。
術に曰う、囲の里の歩数を置き、一退し(41)、四を以て之に因し尺と為す。歩法を以て之を除せば(42)、即ち縮数を得。
草に曰う、四百五十二里を置き、里法三百歩を以て之に乗じ、子一百八十に内れ、一十三万五千七百八十歩を得。一等を退け、一万三千五百七十八人を得。四もて之を因し、五万四千三百一十二尺を得、六尺を以て之を除し、歩と為し、九千五十二歩を得。里法三百を以て之を除せば、三十里五十二歩を得(43)。問うに合す。

注：(40)「通身」は全身のこと。『陳書』高祖紀下「仙人見於羅浮山寺小石樓、長三丈所、通身潔白、衣服楚麗」。
(41)「一退」とは桁を一つ下げること。「草曰」の文では「退一等」と云う。十で割るのと同じ。『九章』少広章「開方術」劉注［14］「微數無名者以爲分子、其一退以十爲母。其再退以百爲母」。

(42)「歩法」とは300で割ること。1里＝300歩なので、歩数を里数に換算する常数。下の「草曰」中に見える「里法」はこれと逆に里数を歩数に換算するため、300を掛けること。なお、「以四因之爲尺」と「以歩法除之」の間には、尺を歩に換算するために6で割る計算が略されている。なお、「草曰」中で、最初の「四百五十二里一百八十歩」の「一百八十歩」を「子」と呼んでいるが、これは周数を$452\frac{180}{300}$里と考えて、180を300の分子としたためであろう。

(43) 計算は、(452×300＋180) ÷10× 4 ÷ 6 ÷300である。この算題の要点は、里から歩に換算し、これを尺に直してからさらに歩に換算しなおし（1歩＝6尺なので)、そこから里数と余りの歩数を求めることにある。

①452里×300＋180＝135780歩。　②135780歩÷10歩＝13578人。

③13578人× 4 尺＝54312尺　④54312尺÷ 6 ＝9052歩

⑤9052歩÷300歩＝30里余り52歩

訳：今猟の囲みがある。周囲452里180歩であり、囲んだ兵士を10歩ごとに1人配置している。今その囲みを縮めようとして兵一人の全身で4尺の地を占めさせる。問う、囲みは内へいかほどまで縮めればよいか。

答えにいう、30里52歩。

術にいう、囲みの里数を歩数に換算した数を置き、位を一つ下げ、4をこれに掛けて尺とする。歩法300でこれを割れば、縮める数が得られる。

草にいう、452里を置き、里法300歩をこれに掛け、余りの歩数の180にこれを加えると、135780歩が得られる。その桁を一つ下げると、13578人が得られる。これに4を掛け、54312尺が得られ、6尺でこれを割ると、単位は歩となり、9052歩が得られる。里法の300でこれを割れば、30里52歩が得られる。題意を満たす。

[九]今有圍兵二萬三千四百人、以布圍周、各相去五步。今圍内縮除一十九里一百五十步而止。問兵相去幾何。

答曰、四步四分步之三。

術曰、置人數、以五乘之、又以十九里一百五十步減之、餘、以人數除之。不盡平約之。

草曰、置圍兵二萬三千四百人、以五乘之、得一十一萬七千步。置一十九里、以三百通之、内子一百五十步、得五千八百五十步。以減上位、得一十一萬一千一百五十步。以圍兵二萬三千四百除之、得四步。餘以圍兵數再折除、餘得三、

除法得四。

訓読：今囲兵二万三千四百人有りて、以て囲の周に布し、各々相去ること五歩。今囲の内は一十九里一百五十歩を縮除して(44)止む。問う、兵相去ること幾何ぞ。

答えに曰う、四歩四分歩の三。

術に曰う、人数を置き、五を以て之に乗じ、又十九里一百五十歩を以て之より減じ、余りは、人数を以て之を除す。尽きざれば之を平約す(45)。

草に曰う、囲兵二万三千四百人を置き、五を以て之に乗じ、一十一七千歩を得。一十九里を置き、三百を以て之を通じ(46)、子の一百五十歩に内れ、五千八百五十歩を得。以て上位より減じ、一十一一千一百五十歩を得。囲兵二三千四百を以て之を除し、四歩を得。余りは囲兵の数を以て再に折除し(47)、余りは三を得、除法は四を得(48)。

注：(44)「縮除」とは、ちぢめのぞくこと。「除」があるので、その後の「一十九里一百五十歩」がその目的語とわかる。距離を19里150歩縮小するのである。

(45)「平約」とは、他の算術書には見えない語で、『張丘建』でもここだけに使われる語である。文脈から判断するに「最後まで約分する」という意であろう。

計算は以下の通り。

$$[23400\text{人}\times 5\text{歩}-(19\times 300+150)\text{歩}]\div 23400\text{人}=4\frac{17550}{23400}\text{歩}=4\frac{3}{4}\text{歩}$$

(46)「一十九里を置き、三百を以て之を通じ」とは、1里＝300歩であるので、19里に300を掛け歩数にすることを云う。これを「通」と言っているのは、里を歩に通じさせるという意で、おそらく分数の「通分」からの連想であろう。すぐ後に「子の一百五十歩に内れ」とあるのも、分数計算の「通分内子」から来た表現であろう。ここの「子」は、里の下位の単位の歩である。

(47)「折除」は、『九章』方程章［四］の劉注［20］に、「故互其算、令相折除、以一斗一升爲差」と見える。劉注では、「相殺して取り除く」の意であるが、ここでは、「術曰」の「平約」と同じ意で、最後まで約分するという意であろう。『張丘建算経』の時代では、「平約」であったが、同じ意で、隋代では「折除」が用いられたことがわかる。

(48) 草の計算も注 (45) と同じである。

訳：今猟の囲みで兵23400人を囲みの周に配置することがあり、各兵の距離が5歩であった。今、囲みのうちへ19里150歩縮小して止った。問う、兵相互の距離はいくらになるか。

答えにいう、$4\frac{3}{4}$歩。

術にいう、兵の人数を置き、5をこれに掛け、これから19里150歩を引き、余りは人数でこれを割る。割り切れない場合は、分数を最後まで約分する。

草にいう、囲む兵23400人を置き、これに5を掛けると、117000歩が得られる。19里を置き、300を掛けて歩に換算し、子（里の下位の単位の歩）の150歩に加えると、5850歩が得られる。上に置いた117000歩からこれを引くと、111150歩が得られる。これを囲む兵23400人で割ると、4歩が得られる。余りは、囲む兵の数でさらに約分してゆくと、余り（分子）は3が得られ、割る法（分母）は4が得られ、$\frac{3}{4}$歩となる。

[一〇]今有封山周棧三百二十五里。甲·乙·丙三人同遶周棧行、甲日行一百五十里、乙日行一百二十里、丙日行九十里。問周行幾何日會。

答曰、十日六分日之五。

術曰、置甲·乙·丙行里數、求等數爲法。以周棧里數爲實。實如法而得一。

草曰、置甲·乙·丙行里數、甲行一百五十、乙行一百二十、丙行九十。各求等數、得三十、爲法。除周棧數得十日、法〔三十〕[一]、餘二十五、各以五除之、法得六、餘得五。各以三十約之甲·乙·丙行數、乃甲得五周、乙得四周、丙得三周。合前問。

校訂：[一] 南宋本に「三十」はないが、文意より補う。

訓読：今封山(49)有り。周桟三百二十五里。甲・乙・丙三人同に周桟を繞(めぐ)り行くに、甲は日に行くこと一百五十里、乙は日に行くこと一百二十里、丙は日に行くこと九十里。問う、周行して幾何の日に会うや。

答に曰う、十日六分日の五。

術に曰う、甲・乙・丙の行く里数を置き、等数を求めて法と為す。周桟(50)の里数を以て実と為す。実、法の如くして一を得(51)。

草に曰う、甲・乙・丙の行く里数を置き、甲は行くこと一百五十、乙は行くこと一百二十、丙は行くこと九十。各々等数を求め、三十を得。周桟の数を除し、十日を得、法は六を得、余りは五を得。各々三十を以て甲・乙・丙の行く数を約し、乃ち甲は五周を得、乙は四周を得、丙は三周を得(52)。前に問うに合す。

注：(49)「封山」は不明。或いは入るのを封禁せられた山か。『管子』地数「管子對曰「山上有赭者、其下有鐵。上有鉛者、其下有銀。一曰、上有鉛者、其下有鉒銀、上有丹

沙者、其下有鉒金。上有慈石者、其下有銅金。此山之見榮者也。苟山之見榮者、謹封而爲禁、有動封山者、罪死而不赦」。

(50)「周棧」とは、山の周囲に設けられた桟道。

(51) この算題の考え方とその計算は以下のごとし。

甲・乙・丙の各々が山周325里を一周するのにかかる日数は、

甲：$\frac{325}{150}$　乙：$\frac{325}{120}$　丙：$\frac{325}{90}$　となる。よって、三者が出会う日数は、各々がかかる日数の最小公倍数を求めればよいことになる。即ち、本題は分数同士の最小公倍数を求める問題である。

甲：$\frac{325}{150}=\frac{325}{30}\times\frac{1}{5}$　乙：$\frac{325}{120}=\frac{325}{30}\times\frac{1}{4}$　丙：$\frac{325}{90}=\frac{325}{30}\times\frac{1}{3}$ である。即ち、甲·乙·丙を各々５倍、４倍、３倍してやれば、三者とも$\frac{325}{30}$となるので、これが最小公倍数となる。因って、$\frac{325}{30}$日$=10\frac{5}{6}$日で三者は出会う。これが、「術曰」の「甲・乙・丙の行く里数を置き、等数を求めて法と為す」である。$\frac{325}{30}$の325は、「術曰」の「周棧の里数を以て実と為す」である。これが即ち、「術曰」の「甲・乙・丙の行く里数を置き、等数を求めて法と為す。周棧の里数を以て実と為す」である。また、「草曰」の「甲・乙・丙の行く里数を置き、甲は行くこと一百五十、乙は行くこと一百二十、丙は行くこと九十。各々等数を求め、三十を得。周栈の数を除し、十日を得、法は六を得、余りは五を得」である。

(52)「草」では、出会うまでの日数以外にさらに、「各々三十を以て…丙は三周を得」と、三者が出会うまでに何周しているかを求めている。甲・乙・丙の総走行距離は各々$150\times\frac{325}{30}$里、$120\times\frac{325}{30}$里、$90\times\frac{325}{30}$里である。これらを山一周の325で割れば、各々何周したのか出る。

甲：$150\times\frac{325}{30}\div325=150\div30=5$ 周

乙：$120\times\frac{325}{30}\div325=120\div30=4$ 周

丙：$90\times\frac{325}{30}\div325=90\div30=3$ 周

即ち、各々の１日の走行距離の等数（最大公約数）で三者の１日の走行距離を割る形となっている。これが、「草曰」の「各々三十を以て甲·乙·丙の行く数を約し、乃ち甲は五周を得、乙は四周を得、丙は三周を得」である。

訳：今封じられた山があり、周囲の桟道が325里である。甲·乙·丙の３人がともに桟道を回って行くに、甲は１日に150里を行き、乙は１日に120里を行き、丙は１日に90里を行く。問う、周りを回るに何日で三人は会うことになるか。

答えにいう、$10\frac{5}{6}$日。

術にいう、甲・乙・丙の１日に行く里数を置き、最大公約数を求めて法とする。周囲の桟道の里数を実とする。実を法で割ると、答えが得られる。

草にいう、甲・乙・丙の１日に行く里数を置くと、甲は150里、乙は120里、丙は90里である。各々の最大公約数を求めると、30となり、これを法とする。これで周囲の桟道の数325を割ると10日が得られ、法は30で、余りは25で、各々５で割ると、法は６が得られ、余りは５が得られる。（三者が何周したかについては、）各々30で甲・乙・丙の日に行く数を割れば、そこで甲は５周が、乙は４周が、丙は３周が得られる。題意を満たす。

【参考資料】本題と同じく、複数の分数の最小公倍数を求める問題が、本邦の和算書『大成算法』巻九に載る。即ち、

仮如有甲三分箇之二、乙六分箇之五、丙九分箇之四、問約積。答曰、六個三分箇之二。法曰、甲之分子二与乙分子五互減、無等數。即与甲之分子二相因、得一十。此數与丙分子四互減、得等數二、約一十得五。五与丙分子四相因、得二十、爲通積。又甲分母三与乙分母六互減得等數三。三与丙分母九互減得三、爲約法。以之約通積二十、得約積。

というもので、ここで云う「約積」こそが最小公倍数のことである。なお「大成算経」は、関孝和・建部賢明（兄）・建部賢弘（弟）の三人が天和３年（1683）頃から宝永７年（1710）頃までの28年かけて編纂した和算の全集である。

[一一]今有内營周七百二十步、中營周九百六十步、外營周一千二百步。甲·乙·丙三人直夜、甲行内營、乙行中營、丙行外營、倶發南門。甲行九、乙行七、丙行五。問各行幾何周倶到南門。

答曰、甲行十二周、乙行七周、丙行四周。

術曰、以内·中·外周步數互乘甲·乙·丙行率。求等數、約之、各得行周。

草曰、置内營七百二十步於左上、中營九百六十步於中、外營一千二百步於下。又各以二百四十約之、内營得(四)<三>[一]、(外)<中>營得(三)<四>[二]、(中)<外>[三]營得五。別置甲行九於右上、乙行七於右中、丙行五於右下、以求整數以右位再倍、上得三十六、中得二十八、下得二十。以左上三除右上三十六、得十二周。以左中四除右中二十八、得七周。以左下五除右下二十、得四周。是甲·乙·丙行數。合前問。

校訂：[一]南宋本は「四」に作るが、計算上からここは「三」である。

[二]南宋本は「外營得三」に作るが、ここは計算上から「中營得四」である。

［三］南宋本は、「中」に作るが、ここは計算上「外」である。

訓読：今内営の周七百二十歩、中営の周九百六十歩、外営の周一千二百歩有り。甲・乙・丙三人直夜し(53)、甲は内営を行き、乙は中営を行き、丙は外営を行く。倶に南門を発す(54)。甲の行くは九、乙の行くは七、丙の行くは五。問う、各行くこと幾何周にして倶に南門に到るや。

答に曰う、甲は行くこと十二周、乙は行くこと七周、丙は行くこと四周。

術に曰う、内・中・外の周の歩数を以て互いに甲・乙・丙の行率に乗じ、等数を求めて、これを約すれば、各々行周を得(55)。

草に曰う(56)、内営七百二十歩を左上に、中営九百六十歩を中に、外営一千二百歩を下に置く。又各々二百四十歩を以て之を約し、内営は三を得、中営は四を得、外営は五を得。別に甲の行九を右上に、乙の行七を右中に、丙の行五を右下に置き、以て整数を求め、右の位を以て再に倍し、上は三十六を得、中は二十八を得、下は二十を得。左上の三を以て右上の三十六を除し、十二周を得。左中の四を以て右中の二十八を除し、七周を得。左下の五を以て右下の二十を除し、四周を得。是れ甲・乙・丙の行く数なり。前に問うに合す。

注：(53)「營」は軍営、とりで、守りのこと。「直夜」は、夜番、当直すること。王湾の「秋夜寓直」の詩に「金省方秋作、瑤軒直夜憑」(『全唐詩』巻一一五)。

(54)「倶に南門を発す」とは、同一地点から出発するのではなく、実際は、内営・中営・外営の各々の南門から出発するのである。各々の南門は一直線上にある。図１参照。

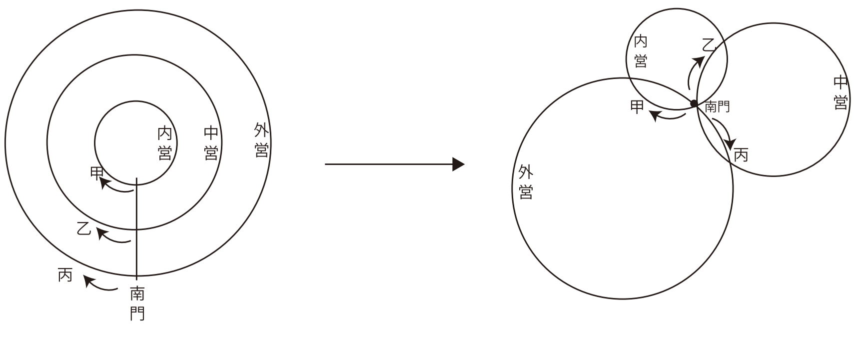

図１

(55) この算題の考え方と計算は以下のごとし。

行率を1周の距離で割れば、周率、即ち単位時間に何周回るかの率が得られる。甲・乙・丙について、この周率が最も簡単な整数の比で与えられれば、それが答えとなる。術では、周の比は、

$$\frac{9}{720}:\frac{7}{960}:\frac{5}{1200}$$

を整数化するために、各々の分母を互乗する。これが「内・中・外の周の歩数を以て互いに甲・乙・丙の行率に乗じ」である。

$$9\times960\times1200:7\times720\times1200:5\times720\times960$$

さらに、これらを最も簡単な整数比にするために、等数$3\times5\times240^2$（$=3\times240\times1200=720\times1200=5\times720\times240$）で約して、$12:7:4$　と答えを得ている。これが「等数を求めて、これを約すれば、各々行周を得」である。

(56)「草曰」以下の計算は、上の術とは異なり、以下の如し。

内営720歩$\div240=3$　　中営960歩$\div240=4$　　外営1200歩$\div240=5$

と、周長を約して、$3:4:5$　とし、周の比$\frac{9}{3}:\frac{7}{4}:\frac{5}{5}$を整数化する。

即ち、$3:\frac{7}{4}:1$を4倍（再倍）すればよく、

$$\frac{9}{3}\times4:\frac{7}{4}\times4:\frac{5}{5}\times4=12:7:4$$

と答えを得ている。

「草曰」中の「以て整数を求め」の「整数」の義は、端数がない数のこと。

「再倍」は、倍を2回繰り返すの意。

訳：今、軍営があり、内営が周囲720歩、中営が周囲960歩、外営が周囲1200歩である。甲・乙・丙の3人が夜番し、甲は内営を巡り、乙は中営を巡り、丙は外営を巡るに、同時に各々の南門を発する。甲･乙･丙各々の行く速さの比は9：7：5である。問う、各々が巡るに何周すると同時に南門に至るか。

答えにいう、甲は行くこと12周、乙は行くこと7周、丙は行くこと5周である。

術にいう、内周・中周・外周の歩数を互いに甲・乙・丙の行く率に掛ける。最大公約数を求めて、これでそれらを約分すると、各々巡った周の回数が得られる。

草にいう、内営の720歩を左上に、中営の960歩を左中に、外営の1200歩を左下に置く。さらに各々240でこれらを約して、内営は3を得、中営は4を得、外営は5を得る。これとは別に、甲の速度9を右上に、乙の速度7を右中に、丙の速度5を右下に置く。整数を求めるため、右位の3数を各々4倍すると、右上は36を得、右中は28を得、右下は20を得る。左上の3で右上の36を割れば、12周が得られる。左中の4で右中の28

を割れば、7周が得られる。左下の5で右下の20を割れば、4周が得られる。これが甲・乙・丙の巡る回数である。題意を満たす。

【参考】この算題の計算原理は、和算にも継承されている。

『大成算経』巻九「假如有甲乙人應役、甲六日一周、乙十日一周。問再會。答曰、會六十日。術曰、甲周六日與乙周十日、互減得等數二、以約甲周得三。以乙周相乘、得再會日也」。會田安明『算法交會術』「今有周天三百六十五度二十五分。在甲乙星運旋之。只云、一日行、甲星一十五度。乙星八度半。今會同度。又經幾何日再會乎。問其日數幾何。…」。

[一二]今有津、不知其廣。東岸高一丈。坐岸東去岸五十步。遙望岸上、及津西畔、適與人目參合。人目去地二尺四寸。問津廣幾何。
答曰、二百八步三分步之一。
術曰、以岸高乘人去岸爲實。以人目去地爲法。實如法而一。
草曰、置岸高一丈。又別置五十步於上、以六乘之、得三百尺。又以十尺乘之、得三千尺、爲實。以人眼去地二尺四寸爲法。除三千尺、得一千二百五十尺。又以六尺爲步除之、得二百八步、法六、餘二。各折半、得三分之一。合前問。

訓読：今津有り(57)、其の広を知らず。東岸高さ一丈。岸の東、岸を去ること五十步に坐す。遥かに岸の上を望み、津の西畔に及べば、適に人目と参合す(58)。人目地を去ること二尺四寸。問う、津の広幾何ぞ。

答えに曰う、二百八步三分步の一。

術に曰う、岸の高を以て人の岸を去るに乗じて実と為す。人目の地を去るを法と為す。実、法の如くして一とす(59)。

草に曰う、岸の高一丈を置く。又別に五十步を上に置き、六を以て之に乗じ(60)、三百尺を得。又十尺を以て之に乗じ(61)、三千尺を得、実と為す。人眼の地を去る二尺四寸を以て法と為す。三千尺を除し、一千二百五十尺を得。又六尺を以て步と為し之を除せば、二百八步を得、法は六、余りは二。各おの折半し、三分の一を得。前に問うに合す。

注：(57)「津」は渡し場。ここは、河の両岸に渡し場があるのであろう。「『海島』訳注稿（2）の注(51)参照。

(58)「畔」は本来、田の境界をいう。『説文』巻十三下田部「畔、田界也」。「西畔」

とはここでは､西岸と津の境目をいうのであろう。「適」はちょうど､ぴったりの義。「参合す」とは､目と東岸と西畔が一直線上に重なること。(「『海島算経』訳注稿（１）の［一］題の「参合」参照)。

(59) この計算は、三角形の相似の比例式を用いているようである。

岸高：津広（x）＝目と地の距離：岸と人の距離　から、

x＝岸と人の距離×岸高÷目と地の距離､即ち､x＝50歩×１丈÷２尺４寸となる。「50歩×１丈」が「岸の高を以て人の岸を去るに乗じて実と為す」に当たり、「÷２尺４寸」が「人目の地を去るを法と為す」に当たる。図２参照。

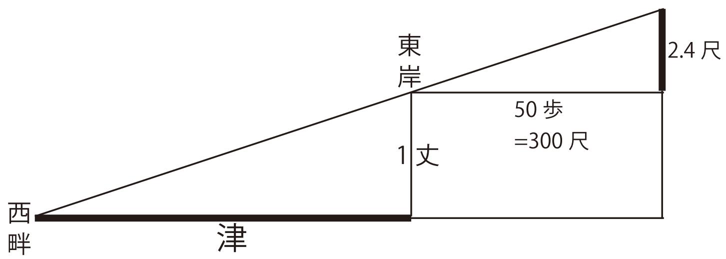

図２

(60)「五十歩」に「六を乗じる」のは、歩を尺に換算する処置。長度や体積の計算はほぼ尺で行っていた。しかし、本題では、尺で答えを出した後、「六尺を以て（一）歩と為し之を除せば」とあるように、再び歩に直している。

(61)「十尺」は「一丈」を尺に換算する処置。

訳： 今、津があるがその幅は分からない。東岸は高さ１丈である。岸の東で岸からの距離が50歩の地点に座り、はるかに岸の上や津の西の境目を望むと、岸の上と津の西の境目が人の目とちょうど一直線になった。人の目と地との距離は２尺４寸である。問う、津の幅は如何ほどか。

答えにいう、$208\frac{1}{3}$歩。

術にいう、岸の高を人と岸の距離に掛けて実とする。人の目と地との距離を法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、岸の高１丈を置く。また別に50歩を上に置き、６を掛け、300尺を得る。また10尺をこれに掛けると、3000尺が得られ、これを実とする。人の目と地との距離２尺４寸を法とする。3000尺を２尺４寸で割ると、1250尺が得られる。また６尺を１歩としてこれを割ると、208尺が得られ、端数は法が６で余りが２、そこで各々を半分にすると、$\frac{1}{3}$が得られる。題意を満たす。

[一三]今有葭生於池中、出水三尺、去岸一丈。引葭趨岸、不及一尺。問葭長及水深各幾何。

答曰、葭長一丈五尺。水深一丈二尺。

術曰、置葭去岸尺數、以不及尺數減之、餘自相乘。以出水尺數而一。所得加出水而半之、得葭長。減出水尺數、即得水深。

草曰、置去岸一丈、減不及一尺、餘有九尺。自乘之、得八十一尺。以出水三尺除之、得二丈七尺。(如)[加][一]出水三尺、共得三丈。半之、得葭長一丈五尺。減出水三尺、餘水深一丈二尺。合問。

校訂：[一] 南宋本は「如」とするが、ここは計算上から「加」でなければならない。

訓読：今葭(62)の池中に生ずる有り、水より出づること三尺、岸を去ること一丈。葭を引きて岸に趨くに、及ばざること一尺。問う、葭の長及び水深各々幾何ぞ(63)。

答えに曰う、葭の長一丈五尺。水深一丈二尺。

術に曰う、葭の岸を去るの尺数を置き、及ばざるの尺数を以て之より減ず。余りは自ら相乗ず(64)。水より出づる尺数を以てして一とす。得る所は水より出づる（尺数）を加えて之を半にすれば、葭の長を得。水より出づる尺数を減ずれば、即ち水深を得(65)。

草に曰う、岸を去るの一丈を置き、及ばざるの一尺を減ずれば、余りは九尺有り。之を自乗すれば、八十一尺を得。水より出づる三尺を以てこれを除せば、二丈七尺を得。水より出づる三尺を加うれば、共に三丈を得。之を半にすれば、葭の長一丈五尺を得。水より出づる三尺を減ずれば、余は水深一丈二尺。問うに合す。

注：(62)『説文』巻一下・艸部に「葭、葦之未秀也」とあり、葦の穂が出ていないものである。

(63) この設問とすこし設定に違いがあるものの、ほぼ同一内容の設問が、『九章算術』句股章［六］題に見える。その設問は、句と弦・股の差がわかっているときの、弦と股の求め方で、その式は、

$$弦=\frac{句^2+(弦-股)^2}{2(弦-股)}$$

であった（『九章算術』訳注稿 (29) 参照）。本題では、これを変形して、

$$弦=\left[\frac{句^2}{弦-股}+弦-股\right]\div 2$$ として弦の長を求めている。

(64) 2数を掛ける場合は、「相乗」といい、同じ1数を自ら掛ける場合は「自乗」というが、「自相乗」とは、これらをあわせた言い方であろうか。本題の「細草」では、

「自乗之」と「相」はない。

(65) 今、句＝１丈－１尺＝９尺、弦（葭の長）と股（水深）の差が３尺なので、具体的計算は、注(63)の下の方の式に数値を当てはめると、

弦＝（9^2 ÷ ３＋３）÷２＝15尺　股＝15－３＝12尺

となる。図３参照。

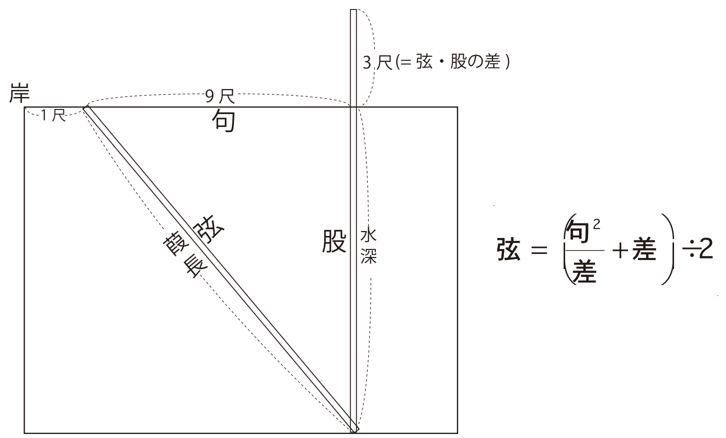

図３

訳： 今葭が池の中に生えていて、水から３尺出ており、岸から１丈離れている。葭を引っ張って岸に持ってくると、岸までに１尺足りない。問う、葭の長さと水深は各おの如何ほどか。

答えにいう、葭の長さは１丈５尺。水深は１丈２尺。

術にいう、葭の岸からの距離から岸までに足りない１尺を引いて、余りは自乗する。これを水から出ている尺数で割る。得られた数に水から出ている尺数を加えてこれを半分にすると、葭の長さが得られる。水から出ている尺数をこれから引けば、水深が得られる。

草にいう、岸からの距離１丈を置き、足りない１尺を引くと、余りは９尺となる。これを自乗し、81尺を得る。水から出ている３尺でこれを割ると、２丈７尺が得られる。水から出ている３尺を加えると、合せて３丈が得られる。これを半分にすれば、葭の長さ１丈５尺が得られる。水から出ている３尺をこれから引くと、余りは水深１丈２尺である。題意を満たす。

[一四]今有木、不知遠近·高下。立一表高七尺、人去表九歩立、望表頭適與木邪平。

人目去地七尺二寸。又去表三十步薄地遙望表頭、亦與木端邪平。問木去表及高幾何。
答曰、去表三百一十五步。木高八丈五寸。
術曰、以表高乘人立去表爲實。以表高減人目去地爲法而一、得木去表。以表高乘木去表爲實。以人目薄地去表爲法。實如法而一。所得加表高即木高。
草曰、置表高七尺、以去表九步乘之、得六十三爲實。以表高七尺減人目去地七尺二寸、餘有二寸、爲法。除實、得去表三百一十五步。又以表高七尺乘去表三百一十五步、得二千二百五、以去表三十步除之、得七丈三尺五寸。加入表高七尺、得木高八丈五寸。合問。

訓読：今木有り、遠近・高下を知らず。一表高さ七尺を立て、人表を去ること九歩に立ち、表頭を望むに適に木と邪めに平たり(66)。人目地を去ること七尺二寸。又表を去ること三十歩にして地に薄り(67)遥かに表頭を望めば、亦木の端と邪めに平たり。問う、木の表を去ること及び高幾何ぞ。

答えに曰う、表を去ること三百一十五歩。木の高八丈五寸。

術に曰う、表高を以て人立つの表を去るに乗じて実と為す。表高を以て人目の地を去るより減じて法と為して一とし、木の表を去るを得。表高を以て木の表を去るに乗じて実と為す。人目地に薄るの表を去るを法と為す。実、法の如くして一とす。得る所は表高を加うれば即ち木の高(68)。

草に曰う、表高七尺を置き、表を去る九歩を以て之に乗じ、六十三を得て実と為す。表高七尺を以て人目の地を去る七尺二寸より減ずれば、余りは二寸有り、法と為す。実を除せば、表を去る三百一十五歩を得。又表高七尺を以て表を去る三百一十五歩に乗ずれば、二千二百五を得、表を去る三十歩を以て之を除せば、七丈三尺五寸を得。表高七尺を加え入るれば、木の高さ八丈五寸を得。問うに合す。

注：(66)「邪めに平たり」とは、斜めに一直線となるということ。ここでは、目と表頭と木の根元が一直線になっていること。

(67)「薄」は「迫」と同義。また、「薄地」は「著地」ともいう。『海島』訳注稿（1）の注（13）参照。

(68) 図4参照。「術曰」の計算原理と方法は以下の如し。

まず、△APBと△PEFが相似であるので、

x（表と木の距離）：7（表高）= 9（人と表の距離）：0.2（目の高さと表の差）　から

$x=7\times 9\div 0.2=315$尺（なお、この計算は、すべて寸に直し、$70\times 90\div 2=315$とした可能性もある）。

次に、△OGPと△PBDが相似であるので、

y（木の高さと表高の差）：315（表と木の距離）＝ 7（表高）：30（表から目を地に付けた地点までの距離）

よって、$y=315\times 7\div 30=73.5$尺　$73.5+7$（表高）$=80.5$尺

「草曰」以下の計算も同じ。

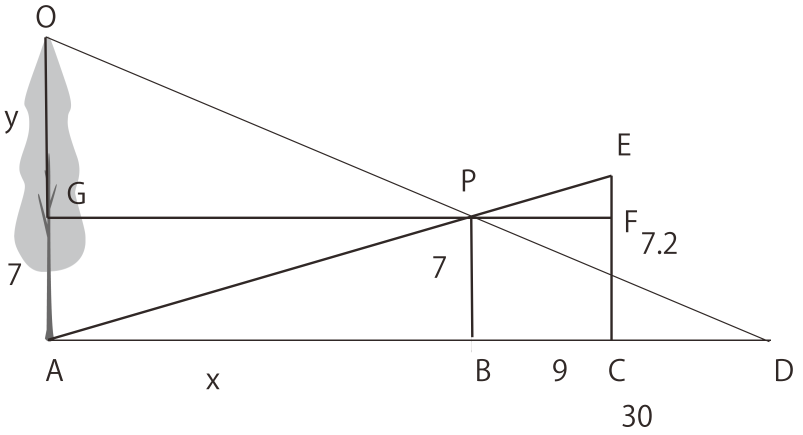

図 4

訳：今木があり、そこまでの距離や木の高さは不明である。高さ 7 尺の表を立て、人が表から 9 歩の距離に立ち、表の頂を望むと、木の根元までが斜めに一直線となった。人の目の地面からの距離は 7 尺 2 寸。また、表からの距離30歩の地点で地面からはるかに表頭を望むと、目と表の頂と木の先端が斜めに一直線となった。問う、木と表の距離及び木の高さは如何ほどか。

答えにいう、表までの距離は315歩。木の高さは 8 丈 5 寸。

術にいう、表の高さを人が立った表からの距離に掛け実とする。表の高さを人目の地面からの距離から引いて法とし、これで実を割ると、木と表の距離が得られる。表の高さを得られた木と表の距離に掛けて実とする。人目で地面から見た地点と表との距離を法とする。実を法で割る。得られた数値に表の高さを加えると、木の高さとなる。

草にいう、表の高さ 7 尺を置き、表との距離 9 歩をこれに掛け、63を得て実とする。表の高さ 7 尺を人目の地面からの距離から引くと、余りは 2 寸となり、これを法とする。これで実を割ると、木と表の距離315歩が得られる。また表の高さ 7 尺を木と表の距離315歩に掛けると、2205が得られ、これを表からの距離30歩で割ると、7 丈 3

尺５寸が得られる。これに表の高さ７尺を加えいれると、木の高さ８丈５寸が得られる。題意を満たす。

[一五]今有城不知大小･去人遠近。於城西北隅而立四表、相去各六丈、令左兩表與城西北隅南北望參相直。從右後表望城西北隅、入右前表一尺二寸。又望西南隅、亦入右前表四寸。又望東北隅、亦入左後表二丈四尺。問城去左後表及大小各幾何。
答曰、城去左後表一里二百步。東西四里四十步、南北三里一百步。
術曰、置表相去自乘、以望城西北隅入數而一、得城去表。又以望城西南隅入數而一、所得減城去表、餘爲城之南北。以望城東北隅入左後表數減城去表、餘以乘表相去、又以入左後表數而一、即得城之東西。
草曰､置表相去六丈､自乘之､得三千六百尺｡以西北隅入表一尺二寸除之､得三千尺｡以六尺除之、得五百步。又以里法三百步除之、得一里餘二百步、爲城去表步數。又別置三千六百尺、以望城西南隅入表四寸除之、得九千尺、以減城去表三千尺、餘有六千尺。以六除之、得一千步。里法而一、得三里餘有一百步、爲城南北步數。又置望城東北隅入左後表二丈四尺、以減城去表三千尺、餘有二千九百七十六尺。以表相去六丈乘之、得一十七萬八千五百六十尺。以入左後表二丈四尺除之、得七千四百四十尺。以六尺除之、得一千二百四十步。里法而一、得四里餘四十步、爲城東西步。合問。

訓読：今城有り、大小・人を去る遠近を知らず。城の西北隅に於いて四表を立て、相去ること各々六丈、左の両表をして城の西北隅と南北に参を望むに相直たらしむ(69)。右後の表より城の西北隅を望むに、右前の表に入ること一尺二寸。又西南隅を望むに、亦右前の表に入ること四寸。又東北隅を望むに、亦左後の表に入ること二丈四尺。問う、城の左後の表を去る、及び大小各々幾何ぞ。

答に曰う、城の左後の表を去ること一里二百歩。東西四里四十歩、南北三里一百歩。

術に曰う、表の相去るを置きて自乗し、城の西北隅を望むに入る数を以て一とすれば、城の表を去るを得(70)。又城の西南隅を望むに入る数を以て一とし、得る所は城の表を去るより減ずれば、余りは城の南北と為す(71)。城の東北隅を望むに左後の表に入る数を以て城の表を去るより減じ、余りは以て表の相去るに乗じ、又左後の表に入る数を以て一とすれば、即ち城の東西を得(72)。

草に曰う、表の相去る六丈を置き、之を自乗し、三千六百尺を得。西北隅の表に入る一尺二寸を以て之を除せば、三千尺を得。六尺を以て之を除せば、五百歩を得。又

里法三百歩を以て之を除せば(73)、一里と余り二百歩を得、城の表を去るの歩数と為す。又別に三千六百尺を置き、城の西南隅を望むに表に入る四寸を以て之を除せば、九千尺を得、以て城の表を去る三千尺を減ずれば、余りは六千尺有り。六を以て之を除せば(74)、一千歩を得。里法もて一とすれば、三里を得、余り一百歩、城の南北の歩数と為す。又城の東北隅を望むに左後の表に入る二丈四尺を置き、以て城の表を去る三千尺より減ずれば、余りは二千九百七十六尺有り。表の相去る六丈を以て之に乗ずれば、一十七万八千五百六十尺を得。左後の表に入る二丈四尺を以て之を除せば、七千四百四十尺を得。六尺を以て之を除せば、一千二百四十歩を得。里法もて一とすれば、四里を得、余り四十歩、城の東西の歩と為す。問うに合す。

注：(69)「左の両表と城の西北隅をして南北にし」とは、左の前後２表を西北隅と南北に一直線になるように配置すること。その結果、左前の表から見て、城の西南隅・西北隅と左後の表が一直線に並ぶようになる。これが「参を望むに相直たらしむ」である。図５参照。

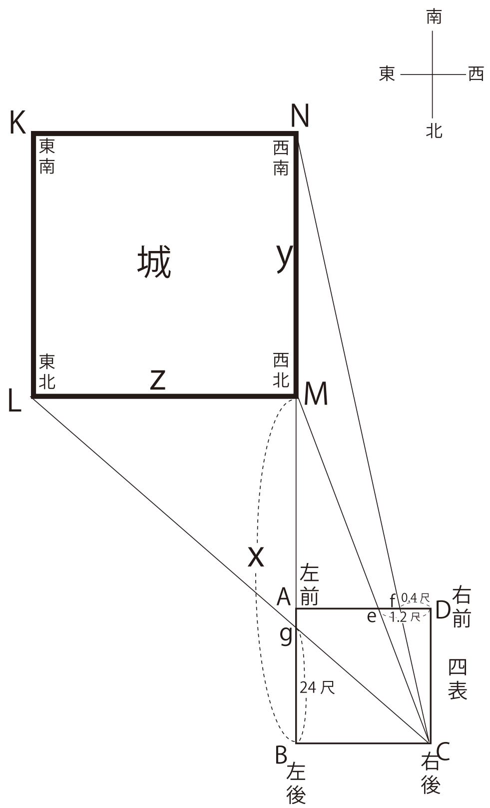

図５

(70) 術で行われている計算は、本注から注 (72) まで。

まず、△MBCと△CDeの相似関係を用いて、西北隅と左後の表の距離を求める。

MB (x)：BC (60尺) ＝CD (60尺)：De (1.2)　より

$x=60\times60\div1.2=3000$尺　これを里歩に換算すれば、１里200歩。

(71) 次に、△NBCと△CDfの相似関係を用いて、城の南北１辺 (y) の距離を求める。

NM (y) ＋MB (3000尺)：BC (60尺) ＝DC (60尺)：Df (0.4尺)　より

$y=60\times60\div0.4-3000=3600\div0.4-3000=6000$尺　これを里歩に換算すれば、３里100歩。

(72) 最後に、△MLgと△BCgの相似関係を用いて、城の西北隅と東北隅の距離を求める。

LM (z)：Mg (3000尺－24尺) ＝BC (60尺)：Bg (24尺)　より

$z=$ (2976尺) $\times60\div24=7440$尺　これを里歩に換算すれば、４里40歩。

「細草」で行われている計算もこれと同じである。

(73)「里法三百歩」とは、歩を里に換算するときに法とする (割る) 数。(「『九章』訳注稿 (18)」の注 (77) 参照)。

(74)「六を以て之を除せば」とは、6尺＝１歩なので、尺数を歩数に換算するのである。

訳：今城があって、その大小や現在地からの距離が分からない。城の西北隅の近辺に４表を立て、それぞれの表の距離を６丈とし、左の前後の表を城の西北隅と南北一直線になるようにし、左後の表から望むと、三者 (左前の表と城の西北隅・西南隅) が一直線になるようにする。右後の表から城の西北隅を望むと、右前の表に１尺２寸入っている。また西南隅を望むと、右前の表に４寸入っている。また東北隅を望むと、左後の表に２尺４寸入っている。問う、城と左後の表との距離、および城の大きさは各おの如何ほどか。

答えにいう、城と左後の表との距離は１里200歩。城の東西は４里40歩、南北は３里100歩。

術にいう、表の相互の距離を置いて自乗し、城の西北隅を望んだとき右前の表に入った数で割れば、城と左後の表の距離が得られる。また、これを城の西南隅を望んだとき右前の表に入った数で割り、得られた数を城と左後の表の距離から引けば、余りが城の南北の距離となる。城の東北隅を望んだとき左後の表に入った数を城と左後の表の距離から引き、余りは表間の距離に掛け、さらに左後の表に入った数で割ると、城の東西の距離が得られる。

草にいう、表相互の距離６丈を置いて、これを自乗して、3600が得られる。西北隅の表に入った１尺２寸でこれを割ると、3000尺が得られる。６尺でこれを割ると、500歩が得られる。さらに里法300でこれを割れば、１里と余り200歩が得られ、これが城と左後の表の距離となる。また、別に3600尺を置き、城の西南隅を望んだとき右前の表に入った４寸でこれを割ると、9000尺が得られ、城と左後の表の距離3000尺を引くと、余りは6000尺ある。６でこれを割れば、1000歩が得られる。里法300でこれを割れば、３里を得、余り100歩、これが城の南北の歩数となる。また城の東北隅を望んだとき、左後の表に入った２丈４尺を置いて、城から表までの距離3000尺から引くと、余りは2976尺である。表間の距離６丈をこれに掛けると、178560尺が得られる。左後の表に入った２丈４尺でこれを割ると、74490尺が得られる。これを６尺で割ると、1240歩が得られる。里法300でこれを割れば、４里が得られ、余りは40歩で、これが城の東西の距離となる。題意を満たす。

参考文献

１）『宋刻算経六書』中の『張丘建算経』上中下三巻（文物出版社、1980年３月）
２）銭宝琮校勘『算経十書』所収『張丘建算経』上中下三巻（『李儼・銭宝琮科学史全集』第四巻）（遼寧教育出版社、1998年12月）
３）郭書春校点『算経十書』所収『張丘建算経』三巻（九章出版社、2001年４月）
４）呉文俊『中国数学史大系』第四巻「第二編、南北朝伝世算書　第二章、『張丘建算経』」（北京師範大学出版社、1999年８月）
５）紀志剛『南北朝隋唐数学』第４章『張丘建算経』（河北科学技術出版社、2000年２月）
６）李海・段海龍『北朝科技史』第三章数学第三節『張丘建算経』（上海人民出版社、2019年11月）