

# 『孫子算経』 訳注<sup>†</sup>稿 (2)

馬 場 理 恵 子<sup>†</sup>

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、田村 誠

馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Mathematical  
Classic of Sun Zi (孫子算経)” Vol. 2

BABA Rieko

## Abstract

“The Mathematical Classic of Sun Zi” was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons (算経十書) during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on “The Nine Chapters on the Mathematical Art (九章算術).”

This is the second article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 28 of the third volume.

『孫子算経』は南北朝に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算経十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『孫子算経』の訳注を完成させることを目的

---

<sup>†</sup>This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

<sup>†</sup>京都女子大学 非常勤講師

草 稿 提 出 日 7 月 1 日

最 終 原 稿 提 出 日 7 月 5 日

としている。

本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『孫子算経』巻中の算題〔一〕～〔二八〕に対する訳注を与える。

## 孫子算経巻中

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 勅注釋

〔一〕今有一十八分之一十二。問、約之得幾何。

答曰、三分之二。

術曰、置十八分在下、一十二分在上。副置二位、以少減多、等數得六、爲法。約之、即得。

**訓読**：今、一十八分の一十二有り。問う、之を約して得ること幾何ぞ。

答えに曰う、三分の二<sup>(1)</sup>。

術に曰う、十八分を置くは下に在り、一十二分は上に在り。副に二位を置き、少を以て多より減じ、等数は六を得<sup>(2)</sup>、法と爲す。之を約せば、即ち得<sup>(3)</sup>。

**注**：(1) 本題は『九章算術』方田章〔五〕題約分術と数字も含めて全く同じ問題である。

「今有十八分之十二。問、約之得幾何。…約分術曰、可半者半之、不可半者、副置分母子之數、以少減多、更相減損、求其等也。以等數約之。」

(2) 「副」は「別に」の義。『算数書』米出錢、并租、分錢では「異」字が用いられる。また、『数』【8-1】(参考文献16)参照。以下『数』とあるものは同じ)では、衰分の術に「有各異置錢」とあり、『算数書』と同じく「異」字が用いられている。

「副置二位、以少減多、等數得六」は互除法を用いて最大公約数を求めるもの。等数は「最大公約数」。『算数書』「約分」題では互助法の説明は「約分術曰、以子除母、=亦除子。=母數交等者即約之矣」とあり、「等數」は「等者」という表現になっており、用語化していないようである。

(3) 計算は以下の通り。

① 「以少減多」であるから $18-12=6$ とする。互除法ではこのあと $12-6=6$ をして、引けなくなるまで引き算をする。最後に残った6が「等數」である。

② 等數6で分子・分母を約すと $\frac{12\div 6}{18\div 6}=\frac{2}{3}$

訳：今、 $\frac{12}{18}$ がある。問う、これを約分したらいくらか。

答えにいう、 $\frac{2}{3}$ 。

術にいう、分母の18は下に置き、分子の12は上に置く。別にこの2つの数を置き、少ない方を多い方から引いていくと、等数の6が得られてこれを法とする。これで約分すると答えが得られる。

[二]今有三分之一、五分之二。問、合之得幾何。

答曰、一十五分の一十一。

術曰、置三分、五分在右方、之一、之二在左方。母互乗子、五分之二得六、三分之一得五。并之、得一十一、爲實。右方二母相乗、得一十五、爲法。不滿法、以法命之、即得。

訓読：今、三分の一、五分の二有り。問う、之を合わせて得ること幾何ぞ。

答えに曰う、一十五分の一十一<sup>(4)</sup>。

術に曰う、「三分」「五分」を置くは右方に在り、「之一」「之二」は左方に在り。母は互いに子に乗じ<sup>(5)</sup>、五分の二は六を得、三分の一は五を得。之を并せて、一十一を得、実と為す。右方の二母は相乗じ、一十五を得て、法と為す。法に満たざれば、法を以て之に命じて、即ち得<sup>(6)</sup>。

注：(4)『九章算術』方田章[七]題合分術と数字も含めて全く同じ問題である。

「今有三分之一、五分之二。問、合之得幾何。…合分術曰、母互乗子、并以爲實、母相乗爲法、實如法而一。不滿法者、以法命之。其母同者、直相從之」。

また、『算数書』「合分」題には「今有五分二、六分三、十一分八、十二分七、三分二。爲幾何」とあり、同種の問題がみられる。『数』【10-1】には「合分術曰」として、分数の加法の公式が載っている。

(5)「互乗」は「互いに乗ず」と読む。ここでは、2つの分数の分子と分母を互いに掛けあわせるの意。『数』【10-1】では「子互乗母 $\square$ 爲實」とあり、表現が異なる。分母同士を掛け合わせるときは、「相乗」を用いる。

(6)計算は以下の通り。

①分子を左方に分母を右方におく。

左方	右方
1	3
2	5

② 左方に右方をたすき掛けする。〔母互乗子〕

$$\begin{array}{r} 1 \times 5 \quad 3 \\ 2 \times 3 \quad 5 \end{array}$$

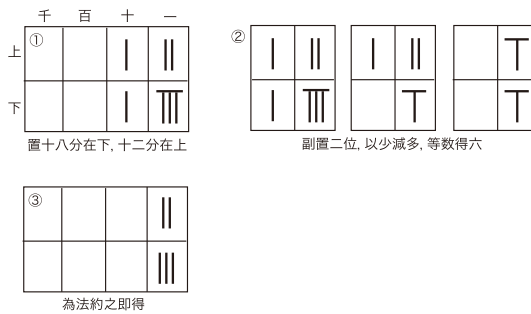
③ ②で出た数を足して実とする。

④ 右方の母を互いに掛けて法とする。〔右方二母相乗〕

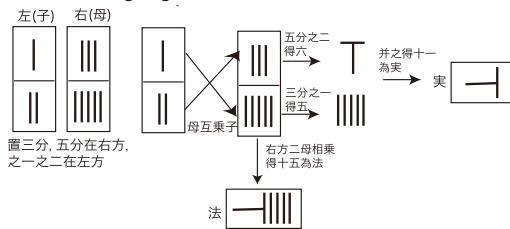
$$\begin{array}{r} 5 \quad 3 \\ +) 6 \quad \times) 5 \\ \hline \text{実 } 11 \quad \text{法 } 15 \end{array}$$

⑤ 答え、 $\frac{11}{15}$

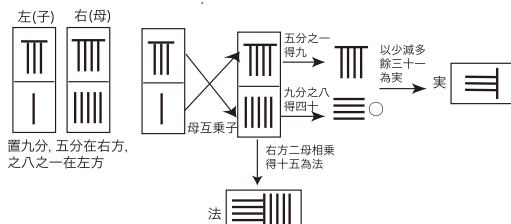
卷中第[一]題  $\frac{12}{18}$  の約分



卷中第[二]題  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$  の計算



卷中第[二]題  $\frac{8}{9} - \frac{1}{5}$  の計算



算木の図

訳：今、 $\frac{1}{3}$ と $\frac{2}{5}$ がある。問う、これを合わせたらいくらになるか。

答えにいう、分母の3と5を右方に置き、(分子の)1と2を左方に置く。分母は互いに分子に掛けて、 $\frac{2}{5}$ の方は6を得て、 $\frac{1}{3}$ の方は5を得る。これを併せて11を得て実とする。右方の2つの分母は互いに掛けて、15を得て法とする。法に満たない場合は、法を分母とする分数にすると答えが得られる。

[三]今有九分之八、減其五分之一。問、餘幾何。

答曰、四十五分之三十一。

術曰、置九分、五分在右方、之八、之一在左方。母互乘子、五分之一得九、九分之八得四十。以少減多、餘三十一、爲實。母相乘得四十五、爲法。不滿法、以法命之、即得。

訓読：今、九分の八有り、其の五分之一を減ず。問う、余りは幾何ぞ。

答えに曰う、四十五分の三十一<sup>(7)</sup>。

術に曰う、「九分」「五分」を置くは右方に在り、「之八」「之一」は左方に在り。母は互いに子に乘じ、五分之一は九を得、九分の八は四十を得。少を以て多より減じ、余り三十一を実と為す。母、相乗じて四十五を得、法と為す。法に満たざれば、法を以て之に命じて、即ち得<sup>(8)</sup>。

注：(7)『九章算術』方田章[十]題の減分術と数字を含めて全く同じ問題である。

「今有九分之八、減其五分之一。問餘幾何。…減分術曰、母互乘子、以少減多、餘爲實、母相乘爲法、實如法而一。」

(8)計算は以下の通り。

① 左方 右方

8 9

1 5

② 左方に右方をたすき掛けする。(「母互乗子」)

$8 \times 5$  9

$1 \times 9$  5

③ ②の多い数から少ない数を引き(「以少減多」)、実とする。

④ 母を互いに掛けて(「母相乗」)、法とする。

$$\begin{array}{r} 40 \quad 9 \\ -) 9 \quad \times) 5 \\ \hline \text{実 } 31 \quad \text{法 } 45 \end{array}$$

⑤ 答え、 $\frac{31}{45}$

訳：今、 $\frac{8}{9}$ があり、その $\frac{1}{5}$ をひく。問う、残りはいくらか。

答えにいう、 $\frac{31}{45}$ 。

術にいう、分母の9と5を右方に置き、分子の8と1を左方に置く。分母を互いの分子に掛け、 $\frac{1}{5}$ は9を、 $\frac{8}{9}$ は40を得る。40から9を引いた31を実とする。分母は互いに掛けて45を得て法とする。法に満たない場合は、法を分母とする分数にすると、答えが得られる。

[四]今有三分之一、三分之二、四分之三。問、減多益少、幾何而平。

答曰、減四分之三者二、三分之二者一、并、以益三分之一、而各平於一十二分之七。術曰、置三分、三分、四分在右方、之一、之二、之三在左方。母互乘子、副并得六十三、置右、爲平實。母相乘、得三十六、爲法。以列數三乘未并者及法、等數得九、約訖。減四分之三者二、減三分之二者一、并、以益三分之一、各平於一十二分之七。

訓読：今、三分の一、三分の二、四分の三有り。問う、多を減じて少を益せば、幾何にして平なるか。

答えに曰う、四分の三を減ずるは二、三分の二は一、并せて以て三分の一に益して各々一十二分の七に平たり<sup>(9)</sup>。

術に曰う、「三分」「三分」「四分」を置くに右方に在り、「之一」「之二」「之三」は左方に在り。母、互いに子に乘じ、副に并せて六十三を得、右に置き、平実<sup>(10)</sup>と為す。母相乗じて、三十六を得、法と為す。列数三を以て未だ并せざる者及び法に乘じ、等数は九を得て<sup>(11)</sup>、約して訖る。四分の三なる者より減ずること二、三分の二なる者より減ずること一、并せて以て三分の一に益して、各おの一十二分の七に平たり<sup>(12)</sup>。

注：(9)『九章算術』方田章 [一五] 題平分術と数字を含めて全く同じ問題である。

「今有三分之一、三分之二、四分之三。問減多益少、各幾何而平。…」とあり、「術曰」以下は注(11)参照。

(10)「平実」は、複数の分数の平均値を出すときの実(参考文献14)(2)注(41)参照)。

(11) 『九章算術』では平分術について「平分術曰、母互乗子、副并爲平實、母相乗爲法。以列數乘未并者、各自爲列實。亦以列數乘法。以平實減列實、餘、約之爲所減。并所減以益於少、以法命平實、各得其平」とある。本題の「術曰」以下と比べると、下線部において表現の違いがみられる。

また、本題の「母互乗子」について、分数が3つ以上ある時、ある1つの分数の分子に他の分数の分母(複数)を掛けることも「互乗」と呼んでいる。前注(5)の「互乗」とやや意味が異なる。

(12) 計算は以下の通り。

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \text{左} \quad \text{右} \\ 1 \quad 3 \\ 2 \quad 3 \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \text{左} \quad \text{右} \\ 1 \times 3 \times 4 \quad 3 \\ 2 \times 3 \times 4 \quad 3 \\ 3 \times 3 \times 3 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{3} \quad 12 \quad 3 \\ \quad 24 \quad 3 \\ +) \quad 27 \quad \times) \quad 4 \\ \hline \text{平實} \quad 63 \quad \text{法} \quad 36 \end{array}$$

④ 列数3を「未并者」のそれぞれの数と「法」に掛ける。

$$\begin{array}{r} 12 \times 3 \\ 24 \times 3 \\ +) \quad 27 \times 3 \\ \hline \text{平實} \quad 63 \quad \text{法} \quad 36 \times 3 \end{array}$$

⑤ 等数9で割ると答が得られる。

$$\begin{array}{r}
 36 \div 9 \\
 72 \div 9 \\
 81 \div 9 \\
 \hline
 \text{平実 } 63 \div 9 \quad \text{法 } 108 \div 9 \\
 \\
 4 \\
 8 \\
 9 \\
 \hline
 \text{平実 } 7 \quad \text{法 } 12
 \end{array}$$

8から $8 - 7 = 1$ 、9から $9 - 7 = 2$ を4に移すと全て約した後の平実7に等しくなる。

⑥ これらの分母は全て約した後の法12である。

訳：今、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ がある。問う、多い方を減らして少ない方を足すと、いくらで平均となるか。

答えにいう、 $\frac{3}{4}$ は $\frac{2}{12}$ 、 $\frac{2}{3}$ は $\frac{1}{12}$ を減らし、 $\frac{2}{12}$ と $\frac{1}{12}$ を合わせて $\frac{1}{3}$ に足すとそれぞれは $\frac{7}{12}$ になって平均になる。

術にいう、分母の3と3と4は右方に置き、分子の1と2と3は左方に置く。分母は互いに分子に掛け、別に合わせて63を得て右に置き、平実とする。分母は互いに掛けて36を得、法とする。列数3をまだ合わせる前の実と法に掛けて、等数は9を得て、約せば終わる。 $\frac{3}{4}$ からは $\frac{2}{12}$ を引き、 $\frac{2}{3}$ からは $\frac{1}{12}$ を引き、それらを合わせて $\frac{1}{3}$ に足すと $\frac{7}{12}$ で平均化される。

[五]今有粟一斗。問、爲糲米幾何。

答曰、六升。

術曰、置粟一斗、十升。以糲米率三十乘之、得三百升、爲實。以粟率五十爲法、除之、即得。

訓読：今、粟一斗有り。問う、糲米と為すこと幾何ぞ。

答えに曰う、六升<sup>(13)</sup>。

術に曰う、粟一斗、十升を置く。糲米率三十を以て之に乘じ、三百升を得て、実と



為す。粟率五十を以て法と為し、之を除せば、即ち得<sup>(14)</sup>。

注：(13)『九章算術』粟米章[一]題と数値を含めて全く同じ問題である。

「今有粟一斗、欲爲糲米。問、得幾何。答曰、爲糲米六升」。粟を糲米に変換する問題は『算数書』「粟求米」、『数』穀物換算題【4-2】にみえる。『数』では「粟一升爲米五分升之三」とあり、「斗」ではなく「升」での計算が挙げられている。『九章算術』粟米章冒頭に「粟米之法」があり、「粟率五十 糲米三十・・・」として穀物ごとの率が挙げられている。『九章算術』では計算をする際、「三之、五而一」とあるように、2穀の簡約比率で計算をしているが、『孫子算経』では「粟米之法」の値をそのまま使って計算している。

(14) 計算は以下の通り。

- ① 粟1斗を10升到置き換える。
- ② 糲米率は30であるので、 $10 \times 30 = 300$ で300升となる。実とする。
- ③ 粟率50を法として300升を割ると答えの6升が得られる。

訳：今、粟1斗がある。問う、糲米はどれだけとなるか。

答えにいう、6升。

術にいう、粟1斗、すなわち10升を置く。糲米率30をこれに掛けて300升を得て実とする。粟率50を法としてこれを割れば、答えが得られる。

[六]今有粟二斗一升。問、爲粳米幾何。

答曰、一斗一升五十分升之一十七。

術曰、置粟二十一升。以粳米率二十七乘之、得五百六十七升、爲實。以粟率五十爲法、除之。不盡、以法而命分。

訓読：今、粟二斗一升有り。問う、粳米と為すこと幾何ぞ。

答えに曰う、一斗一升五十分升の一十七<sup>(15)</sup>。

術に曰う、粟二十一升を置く。粳米率二十七を以て之に乘じ、五百六十七升を得て、実と為す。粟率五十を以て法と為し、之を除す。尽きざれば、法を以て分に命ず<sup>(16)</sup>。

注：(15)『九章算術』粟米章[二]題と数値を含めて全く同じ問題である。「今有粟二斗一升、欲爲粳米。問、得幾何。答曰、爲粳米一斗一升五十分升之十七」。粟を粳米

に変換する問題は、『算数書』「粟求米」に「粟求稗、廿七之、五十而一」とあり、『数』穀物換算題【4-1】に「以粟求稗、五十母廿七實」とある。

(16) 計算は以下の通り。

- ① 粟21升を置き、稗米率27を21に掛けて、567升を得る。実とする。
- ② 粟率50で567升を割る。 $567 \div 50 = 11\frac{17}{50}$  升

**訳：**今、粟2斗1升がある。問う、稗米はどれだけとなるか。

答えにいう、1斗1 $\frac{17}{50}$ 升。

術にいう、粟21升を置き、稗米率27をこれに掛け、567升を得て、実とする。

粟率50を法とし、567を割る。割り切れなければ、50を分母とする分数にする。

[七]今有粟四斗五升。問、爲繫米幾何。

答曰、二斗一升五分升之三。

術曰、置粟四十五升。以二約繫米率二十四、得一十二。乘之、得五百四十升、爲實。以二約粟率五十、得二十五、爲法、除之。不盡、以等數約之而命分。

**訓読：**今、粟四斗五升有り。問う、繫米と為すこと幾何ぞ。

答えに曰う、二斗一升五分升の三<sup>(17)</sup>。

術に曰う、粟四十五升を置く。二を以て繫米率二十四を約し、一十二を得。之に乗じて、五百四十升を得て、実と為す。二を以て粟率五十を約し、二十五を得、法と為して、之を除す。尽きざれば、等数を以て之を約して分に命ず<sup>(18) (19)</sup>。

**注：**(17)『九章算術』粟米章 [三]題と数値も含めて全く同じ問題である。「今有粟四斗五升、欲爲繫米。問、得幾何。答曰、爲繫米二斗一升五分升之三」。『算数書』及び『数』では、繫米は「毀(米)」とされている。

粟を繫米(毀)に変換する問題は、『算数書』「粟求米」に「粟求毀、廿四之、五十而一」とあり、『数』穀物換算題【4-1】に「以粟求毀、五十母廿四實」とある。

(18)「以等數約之而命分」について、『九章算術』本文にはこの表現は見られず、その劉注に「等數除之而命分」とある。劉注の影響がみられるか。

(19) 計算は以下の通り。

- ① 粟4斗5升を45升にする。
- ② 繫米率24を2で約分し、12を得る。

③ 粟45升に12を掛けて540升を得る。実とする。

④ 粟率50を2で約分し、25を得る。

⑤ 540升を25で割る。 $540 \div 25 = 21\frac{3}{5}$ 升

訳：今、粟が4斗5升ある。問う、麩米はどれだけとなるか。

答えにいう、2斗1 $\frac{3}{5}$ 升。

術にいう、粟45升を置く。麩米率24を2で約分し、12を得る。45に12を掛けて540升を得、実とする。粟率50を2で約分し、25を得、これを法として540を割る。割り切れない分は、等数で約分してから分数にする。

[八]今有粟七斗九升。問、爲御米幾何。

答曰、三斗三升一合八勺。

術曰、置七斗九升。以御米率二十一乘之、得一千六百五十九升、爲實。以粟率五十除之、即得。

訓読：今、粟七斗九升有り。問う、御米と為すこと幾何ぞ。

答えに曰う、三斗三升一合八勺<sup>(20)</sup>。

術に曰う、七斗九升を置く。御米率二十一を以て之に乘じ、一千六百五十九升を得て、実と為す。粟率五十を以て之を除せば、即ち得<sup>(21)</sup>。

注：(20)『九章算術』粟米章[四]題と数値も含めて全く同じ問題である。「今有粟七斗九升、欲爲御米。問、得幾何。答曰、爲御米三斗三升五十分升之九」。『孫子算経』上卷[三]題に基づく練習問題であろう。

(21) 計算は以下の通り。

① 粟7斗9升を79升と置く。

② 御米率21を79升に掛けて、1659升を得る。実とする。

③ 粟率50で1659を割る。 $1659 \div 50 = 33.18$ 升

訳：今、粟7斗9升がある。問う、御米はどれだけとなるか。

答えにいう、3斗3升1合8勺。

術にいう、7斗9升(79升)を置く。御米率21を79升に掛け、1659升を得、実とする。粟率50で1659を割ると答えが得られる。

[九]今有屋基南北三丈、東西六丈、欲以甃砌之。凡積二尺、用甃五枚。問、計幾何。  
答曰、四千五百枚。

術曰、置東西六丈。以南北三丈乘之、得一千八百尺。以五乘之、得九千尺。以二除之、即得。

**訓読：**今、屋基南北三丈、東西六丈有り、甃を以て之を砌（みぎり）せんと欲す<sup>(22)</sup>。凡そ積二尺に、甃五枚を用う。問う、計幾何ぞ。

答えに曰う、四千五百枚。

術に曰う、東西六丈を置く。南北三丈を以て之に乘じ、一千八百尺を得。五を以て之に乘じ、九千尺を得。二を以て之を除せば、即ち得<sup>(23)</sup>。

**注：**(22)「屋基」は建物の土台のこと。『続漢書』郡国志の注に「南郡、杜預曰夔國。荊州記曰『縣北一百里有屈平故宅、方七頃、累石爲屋基、今其地名樂平。』」とある。「甃」は「磚」と同字で、レンガの意。「砌」は本来、区切りをつけることの意であるが、ここでは敷き詰めるの意である。

(23)面積、体積、量を計算するときには、尺を基準として計算する。以下 [十] [一一] 題参照。

計算は以下の通り。

①  $6\text{丈} \times 3\text{丈} = 1800\text{平方尺}$

② 2平方尺を敷き詰めるのに甃は5つ必要である。よって、1800平方尺に5を掛け、そのあと1平方尺に必要な甃を求めるために2で割る。

$$1800\text{平方尺} \times 5 = 9000\text{平方尺}$$

$$9000\text{平方尺} \div 2\text{平方尺} = 4500\text{個}$$

**訳：**今、建物の土台で南北3丈、東西6丈のものがある。レンガを敷き詰めたい。凡そ2平方尺敷くのに、レンガ5つが必要である。問う、合計何個必要か。

答えにいう、4500個。

術にいう、東西6丈を置く。南北3丈を6丈に掛け、1800平方尺を得る。1800平方尺に5を掛け、9000平方尺を得る。2平方尺で9000平方尺を割ると答えが得られる。

[一〇]今有圓窖、下周二百八十六尺、深三丈六尺。問、受粟幾何。  
答曰、一十五萬一千四百七十四斛七升二十七分升之一十一。

術曰、置周二百八十六尺、自相乗、得八萬一千七百九十六尺。以深三丈六尺乗之、得二百九十四萬四千六百五十六<尺>[-]、以一十二除之、得二十四萬五千三百八十八尺。以斛法一尺六寸二分除之、即得。

**校訂**：[-] 南宋本では「尺」字がない。が、補うべきである。

**訓読**：今、円窖<sup>(24)</sup>有り。下周二百八十六尺、深さ三丈六尺。問う、粟を受ること幾何ぞ。

答に曰う、一十五万一千四百七十四斛七升二十七分の一<sup>(25)</sup>。

術に曰う、周二百八十六尺を置き、自ら相乗じ、八万一千七百九十六尺を得。深さ三丈六尺を以て之に乗じ、二百九十四万四千六百五十六尺を得、一十二を以て之を除し<sup>(26)</sup>、二十四万五千三百八十八尺を得。斛法<sup>(27)</sup>一尺六寸二分を以て之を除せば、即ち得<sup>(28)</sup>。

**注**：(24)「円窖」とは、円形の穴。物を蓄える地下倉。『史記』貨殖列伝「宣曲任氏之先、爲督道倉吏。…而任氏獨窖倉粟」の集解に「徐廣曰、窖音校、穿地以藏也」とある。『説文』穴部七下に「窖、地藏也。从穴告聲」とある。また、『算数書』「井材」に「井窳」とある「窳」は、同様の意味である。

(25) 本題は円柱の容積を求める問題である。円柱の体積や容積を求める問題は『九章算術』商功章に「圓塚壙」及び「圓困」がある。

(26) 円の面積の公式について、『九章算術』方田章「三二」題の円田を求める術の1つに「周自相乗、十二而一」とあり、「周長を自乗して12で割ると円の面積となる」とある。

(27)「斛法」とは、斛に換算するときの「法(割る)」の値で、これは1斛当たりの体積を表す。「里法」、「畝法」と同類。ここでは、1尺6寸2分の体積をいう。新莽銅嘉量の銘文に「律嘉量斛、方尺而圓其外、庖旁九釐五豪、冥百六十二寸、深寸、積千六百二十寸、容十斗」とあり、1斛の容積は1620立方寸とされる。1立方尺は1000立方寸であるから、1.62立方尺となる。また、戦国秦の商鞅が用いた統一原器である銅量(『中国古代度量衡図集』(みすず書房、1985) p.85参照)も、王莽銅嘉量と同じく「1尺6寸 $\frac{1}{5}$ 」の値を用いており、1斛を量る際には糲米の1斛当たりの基準値である「1尺6寸2分」が用いられていたようである。本来、穀物は精米率により1斛当たりの量が異なるため、それに応じた量器を用いていた。(参考文献18)参照。『九章算術』商功章の「委粟術」には、粟と糲米で異なる斛法が挙げら

れており、粟は「二尺七寸」、糯米は「一尺六寸二分」とされている。本題は粟の量を求める問題であるのに斛法を糯米で計算している。本来であれば、「一尺六寸二分」を基準とした原器を用いた場合、糯米以外の穀物を量る際には、それに応じた換算を後から行う必要がある。例えば、王莽銅嘉量で得られた答えは糯米の量であるので、粟に換算するために、 $\frac{5}{3}$ 倍しなければならない。ところが、本題ではその換算はされず、糯米の斛法を用いて計算を終えている。『孫子算経』を始め、『五曹算経』、『夏侯陽算経』等、後世の算術書では斛法を1.62で計算していることが確認できる。以上のことから、粟の斛法「二尺七寸」は『九章算術』を最後として、実際には使われなくなったのであろう。

(28) 計算は以下の通り。

- ① 周長286尺を2乗して81796尺を得、そこに深さ36尺を掛けて12で割る。

$$286\text{尺} \times 286\text{尺} = 81796\text{平方尺}$$

$$81796\text{平方尺} \times 36\text{尺} = 2944656\text{立方尺}$$

$$2944656\text{立方尺} \div 12 = 245388\text{立方尺}$$

- ② 12で割る理由は以下の通り。

円の面積は  $\pi r^2$ 。周長は  $2\pi r$ 。

$$(2\pi r)^2 = 4\pi^2 r^2$$

$\pi$  をおよそ3と考え、全体を12で割る。

$$\pi r^2 h = 4\pi^2 r^2 \times h \div 12$$

- ③ 立方尺から斛に換算するのに斛法1.62 ( $1\frac{62}{100}$ ) で割る。

$$245388 \div 1.62 = 151474\text{斛} 7\frac{11}{27}\text{升}$$

訳：今、円形の穴で下周286尺、深さ3丈6尺のものがある。問う、粟はどれだけ入るか。

答えにいう、151474斛  $7\frac{11}{27}$  升。

術にいう、周286尺を置き、自乗して81796平方尺を得る。深さ3丈6尺をこれに掛け、2944656立方尺を得て、12で割り、245388立方尺を得る。斛法1尺6寸2分(1.62)でこれを割ると答えが得られる。

[一一] 今有方窖廣四丈六尺、長五丈四尺、深三丈五尺。問、受粟幾何。

答曰、五萬三千六百六十六斛六斗六升三分升之(一) <二>[-]。

術曰、置廣四丈六尺、長五丈四尺、相乘、得二千四百八十四尺。以深三丈五尺乘之、得八萬六千九百四十尺。以斛法一尺六寸二分除之、即得。

校訂：[一] 南宋本は「一」になっている。計算より「二」に改める。

訓読：今、方窖<sup>(29)</sup>の広四丈六尺、長五丈四尺、深さ三丈五尺有り。問う、粟を受るること幾何ぞ<sup>(30)</sup>。

答えに曰う、五万三千六百六十六斛六斗六升三分升の二。

術に曰う、広四丈六尺、長さ五丈四尺を置き、相乗じて、二千四百八十四尺を得。深さ三丈五尺を以て之に乘じ、八万六千九百四十尺を得。斛法一尺六寸二分を以て之を除せば、即ち得<sup>(31)</sup>。

注：(29) 方窖とは方形の穴。

(30) 本題は四角柱の容積を求める問題である。四角の体積や容積を求める問題は『九章算術』商功章に「方塚壙」がある。同じく商功章 [二七] 題には「今有倉、廣三丈、袤四丈五尺、容粟一萬斛。問、高幾何」とあり、同じく四角柱に関する同種の問題がみられる。また、『数』体積類にも、「倉」(【3-12】【3-13】)があり、これらが四角柱の体積を求める問題である。

(31) 計算は以下の通り。

①  $46尺 \times 54尺 \times 35尺 = 86940$ 立方尺

② 斛法 $1.62$  ( $1 \frac{62}{100}$ ) で割る。

$$86940 \text{立方尺} \div 1.62 = 53666.6 \text{斛} 6 \text{斗} \frac{2}{3} \text{升}$$

訳：今、方窖で広が4丈6尺、縦が5丈4尺、深さが3丈5尺のものがある。問う、粟はどれだけ入るか。

答えにいう、53666斛6斗6升 $\frac{2}{3}$ 升。

術にいう、広4丈6尺(46尺)、縦5丈4尺(54尺)を掛けて、2484平方尺を得る。深さ3丈5尺(35尺)を2484平方尺に掛け86940立方尺を得る。斛法1尺6寸2分(1.62)で割ると答えが得られる。

[一二] 今有圓窖周五丈四尺、深一丈八尺。問、受粟幾何。

答曰、二千七百斛。

術曰、先置周五丈四尺、自[一]相乗得二千九百一十六尺。以深一丈八尺乘之、得五萬二千四百八十八尺、以一十二除之、得四千三百七十四尺。以斛法一尺六寸二分除之、即得。

**校訂：**〔一〕南宋本は「相乗」となっているが、錢宝琮は「自相乗」とする。錢宝琮に従い改める。

**訓読：**今、円窖の周五丈四尺、深さ一丈八尺有り。問う、粟を受ること幾何ぞ。

答に曰う、二千七百斛。

術に曰う、先に周五丈四尺を置き、自ら相乗じて二千九百一十六尺を得。深さ一丈八尺を以て之に乘じ、五万二千四百八十八尺を得。一十二を以て之を除せば、四千三百七十四尺を得。斛法一尺六寸二分を以て之を除せば、即ち得<sup>(32)</sup>。

**注：**(32) 計算は以下の通り。

① 周長54尺を自乗して2916尺を得、そこに深さ18尺を掛けて12で割る。

$$54尺 \times 54尺 = 2916平方尺$$

$$2916平方尺 \times 18尺 = 52488立方尺$$

$$52488立方尺 \div 12 = 4374立方尺$$

② 斛法 $1.62$  ( $1 \frac{62}{100}$ ) で割る。

$$4374立方尺 \div 1.62 = 2700斛$$

**訳：**今、円窖の周5丈4尺、深さ1丈8尺のものがある。問う、粟はどれだけ入るか。

答にいう、2700斛。

術にいう、先に周5丈4尺(54尺)を置き、自乗して2916平方尺を得る。深さ1丈8尺(18尺)を2916に掛けて、52488立方尺を得る。12でこれを割ると4374立方尺を得る。斛法1尺6寸2分(1.62)で割ると答えが得られる。

〔一三〕今有圓田周三百步、徑一百步。問、得田幾何。

答曰、三十一畝奇六十步。

術曰、先置周三百步、半之、得一百五十步。又置徑一百步、半之、得五十步。相乗、得七千五百步。以畝法二百四十步除之、即得。

又術、周自相乗、得九萬步、以一十二除之、得七千五百步。以畝法除之、得畝數。又術、徑自乗、得一萬。以三乗之、得三萬步。四除之、得七千五百步。以畝法除之、得畝數。

**訓読：**今、円田周三百步、徑一百步有り。問う、田を得ること幾何ぞ。



答えに曰う、三十一畝奇六十歩<sup>(33)</sup>。

術に曰う、先に周三百歩を置き、之を半にし、一百五十歩を得。又、径一百歩を置き、之を半にし、五十歩を得。相乗じて七千五百歩を得。畝法二百四十歩<sup>(34)</sup>を以て之を除せば、即ち得<sup>(35)</sup>。

又術に、周自ら相乗じ、九万歩を得、十二を以て之を除せば、七千五百歩を得。畝法を以て之を除せば、畝数を得<sup>(36)</sup>。

又術に、径自乗して一万を得。三を以て之に乘じ、三万歩を得。四もて之を除し、七千五百歩を得。畝法を以て之を除せば、畝数を得<sup>(37)</sup>。

注：(33) 円の面積を求める問題である。円田に関する問題は『九章算術』方田章 [三一]、[三二] 題にみえる。本題は方田章 [三一] 題の数字を10倍に置き換えた応用問題である。「今有圓田、周三十歩、徑十歩。問、爲田幾何。答曰、七十五歩」([三一] 題)。また、『数』面積類に同じく円の面積を求める問題がみえる(【2-12】【2-13】)。

「奇」は、『九章算術』方田章 [三一] [三二] 題の「術曰」の劉注に「晋武庫中…以此術求之、得畧一百六十一寸有奇」とあり、李籍の『音義』に「余数也」と云う。また、『居延漢簡』六・一二簡「□□所負卅六算奇十三算」、及び、『里耶秦簡』J1⑧1519「戸嬰四石四斗五升、奇不衛(率)六斗」にみえる「奇」も同様に余数を意味していると思われる。

(34) 「畝法」とは、平方歩を畝に換算する時に用いる除数 240のこと。『九章算術』方田章 [一] 題の「術曰」に「方田術曰、廣從歩數相乗得積歩。以畝法二百四十歩除之、即畝數」とある。

(35) 計算は以下の通り。半周×半径で円の面積を求めている。

$$300\text{歩} \div 2\text{歩} = 150\text{歩}$$

$$100\text{歩} \div 2\text{歩} = 50\text{歩}$$

$$150\text{歩} \times 50\text{歩} = 7500\text{平方歩}$$

$$7500\text{平方歩} \div 240\text{平方歩} = 31\frac{60}{240}\text{畝}$$

よって、答えの31畝余り60平方歩が得られる。

(36) 『九章算術』方田章 [三一] [三二] 題「円田」にも同様の別解がある。「又術曰、周自相乗、十二而一」。円周<sup>2</sup>÷12で円の面積を求めている。

$$300\text{歩} \times 300\text{歩} = 90000\text{平方歩}$$

$$90000\text{平方歩} \div 12 = 7500\text{平方歩}$$

$$7500\text{平方歩} \div 240\text{平方歩} = 31\frac{60}{240}\text{畝}$$

(37) 『九章算術』方田章 [三一] [三二] 題「円田」にも同様の別解がある。「又術曰、  
徑自相乗、三之、四而一」。直径<sup>2</sup> ×  $\frac{\pi}{4}$ で円の面積を求めている。

$$100\text{歩} \times 100\text{歩} = 10000\text{平方歩}$$

$$10000\text{平方歩} \times 3 = 30000\text{平方歩}$$

$$30000\text{平方歩} \div 4 = 7500\text{平方歩}$$

$$7500\text{平方歩} \div 240\text{平方歩} = 31\frac{60}{240}\text{畝}$$

**訳：**今、円田の周300歩、径100歩のものがある。問う、田の面積はどれほどか。

答えにいう、31畝余り60平方歩。

術にいう、先に周300歩を半分にして150歩を得る。又、径100歩を半分にして50歩を得る。150歩と50歩を互いに掛けて7500平方歩を得る。畝法240平方歩で7500を割れば答えが得られる。

又別の計算法では、周を自乗して90000平方歩を得て、12で割ると7500平方歩を得る。畝法240平方歩で割れば畝数を得られる。

又別の計算法では、径を自乗して10000平方歩を得る。3を10000平方歩に掛けて30000平方歩を得る。4で30000平方歩を割ると、7500平方歩を得る。畝法240平方歩で割れば、畝数が得られる。

[一四] 今有方田、桑生中央。從角至桑一百四十七歩。問、爲田幾何。

答曰、一頃八十三畝奇一百八十歩。

術曰、置角至桑一百四十七歩、倍之、得二百九十四歩。以五乗之、得一千四百七十歩。以七除之、得二百一十歩。自相乗、得四萬四千一百歩。以二百四十歩除之、即得。

**訓読：**今、方田有り、桑、中央に生ず。角より桑に至るは一百四十七歩。問う、田を為すこと幾何ぞ<sup>(38)</sup>。

答えに曰う、一頃八十三畝奇一百八十歩。

術に曰う、角より桑に至るまでの一百四十七歩を置き、之を倍し、二百九十四歩を得。五を以て之に乘じ、一千四百七十歩を得。七を以て之を除し、二百一十歩を得<sup>(39)</sup>。自ら相乗じて、四万四千一百歩を得。二百四十歩を以て之を除せば、即ち得<sup>(40)</sup>。

**注：**(38) 対角線の長さより正方形の面積を求める問題である。

(39) 「以五乗之、得一千四百七十歩。以七除之、得二百一十歩」について。正方形の

一辺を $a$ とし、対角線を $b$ とすると、その比は $a : b \doteq 5 : 7$ 。よって $a = \frac{5}{7}b$ となる。対角線が294歩であるので、これに $\frac{5}{7}$ を掛けると210歩、即ち正方形の一辺が得られる。『九章算術』句股章 [一一] 題劉注 (20) (参考文献12)) ではこの5 : 7を近似値であるとしている。

(40) 計算は以下の通り。

$$147\text{歩} \times 2 = 294\text{歩}$$

$$294\text{歩} \times 5 = 1470\text{歩}$$

$$1470\text{歩} \div 7 = 210\text{歩}$$

$$210\text{歩} \times 210\text{歩} = 44100\text{平方歩}$$

$$44100\text{平方歩} \div 240\text{平方歩} = 183\frac{180}{240}\text{畝}$$

**訳：**今、方田があり、桑がその中央に生えている。田の角から桑までが147歩である。問う、田の面積はどれほどか。

答にいう、1頃83畝余り180平方歩。

術にいう、角から桑までの距離147歩を置き、これを2倍して294歩を得る。5を294歩に掛け、1470歩を得る。7で1470歩を割り、210歩を得る。自乗して44100平方歩を得る。畝法240平方歩で割れば答えが得られる。

[一五] 今有木、方三尺<sup>[-]</sup>、欲方五寸作枕一枚。問、得幾何。

答曰、二百一十六枚。

術曰、置方三尺、自相乗、得九尺、以高三尺乗之、得二十七尺。以一尺木八枕乗之、即得。

**校訂：**[一] 戴震本はこの後に「高三尺」を入れるが、なくとも通じる。

**訓読：**今、木、方三尺有り、方五寸をして枕一枚を作らんと欲す。問う、得ること幾何ぞ。

答に曰う、二百一十六枚。

術に曰う、方三尺を置き、自ら相乗じて、九尺を得て、高三尺を以て之に乗じ、二十七尺を得。一尺の木の八枕を以て之に乗ずれば、即ち得<sup>(41)</sup>。

**注：**(41) 計算は以下の通り。

$$3 \text{ 尺} \times 3 \text{ 尺} = 9 \text{ 平方尺}$$

$$9 \text{ 平方尺} \times 3 \text{ 尺} = 27 \text{ 立方尺}$$

一辺1尺の立方体から一辺5寸の立方体が8個できるので

$$27 \text{ 立方尺} \times 8 = 216 \text{ 枚}$$

**訳：**今、一辺が3尺の立方体の木があり、1辺が5寸の立方体で枕1つとしたい。枕はどれだけできるか。

答えにいう、216個。

術にいう、底面の方3尺を置き、自乗して9平方尺を得て、高さ3尺を9平方尺に掛け、27立方尺を得る。1立方尺の木で8枕できるので、この8を27に掛けると、答えが得られる。

[一六]今有索長五千七百九十四步、欲使作方。問、幾何。

答曰、一千四百四十八步三尺。

術曰、置索長五千七百九十四步、以四除之、得一千四百四十八步、餘二步。以六因之、得一丈二尺。以四除之、得三尺。通計即得。

**訓読：**今、索の長五千七百九十四歩有り、方を作らしめんと欲す。問う、幾何ぞ。

答えに曰う、一千四百四十八歩三尺。

術に曰う、索長五千七百九十四歩を置き、四を以て之を除せば、一千四百四十八歩を得、余は二歩。六を以て之に因すれば<sup>(42)</sup>、一丈二尺を得。四を以て之を除し、三尺を得。通計<sup>(43)</sup>すれば即ち得<sup>(44)</sup>。

**注：**(42)「因之」は掛け算を行う表現。『九章算術』宛田 [三三] [三四] 術曰の劉注(48)に「四因之」とあり、また、『張邱建算経』『夏侯陽算経』でも、「因之」が掛け算を行う表現として用いられている。掛け算を導く語としての「因」については、『数』『算数書』においては「因而」の表現で用いられており(参考文献16)の算題【4-3】参照)、こうした「因」の用法が隋代には「因之」の形で定着していたことがわかる。これら「因之」の用法において、法となる数は一桁のものが掛けられている。掛け算の表現としては「因」と「乗」があるが、後世、日本の和算では、「因」は「一桁の法をかくるをいう」という定義がされており(坂部広胖『算法点竄指南録』卷四「用字和解」)、「乗」との区別がされている。これは『九章算術』劉注や『孫

子算経』『張邱建算経』『夏侯陽算経』で見られる「因之」の用法と通じるものといえよう。

(43) 「通計」とは、通しで計<sup>かぞ</sup>えること。『九章算術』盈不足章[二]題の劉注に「通計齊則不盈不朒之正數」とある。ここまでは1448歩を置いておいて、余り2歩について計えてきたが、最後に1448歩も合わせて計えるという意味で「通計」という語が用いられている。

(44) 計算は以下の通り。

$$5794\text{歩} \div 4 = 1448\text{歩余り} 2\text{歩}$$

$$2\text{歩} \times 6 = 12\text{尺} (1\text{丈} 2\text{尺})$$

$$12\text{尺} \div 4 = 3\text{尺}$$

よって答えは1448歩3尺となる。

**訳：**今、長さ5794歩のひもがあり、正方形を作らせようとしている。問う、どれだけとなるか。

答えにいう、1448歩3尺。

術にいう、ひもの長さ5794歩を置き、4で割ると、1448歩が得られ、余りが2歩である。6(1歩=6尺)を余りの2歩に掛けると1丈2尺(12尺)を得る。12尺を4で割ると3尺が得られる。1448歩を合わせて計算すると答え(1448歩3尺)が得られる。

[一七]今有隄、下廣五丈、上廣三丈、高二丈、長六十尺。欲以一千尺作一方。問、計幾何。

答曰、四十八方。

(法)〈術〉曰、置隄上廣三丈、下廣五丈。并之、得八丈。半之得四丈。以高二丈乘之、得八百尺。以長六十尺乘之、得四萬八千。以一千尺除之、即得。

**校訂：**[一]南宋本では「法」に作るが、「術」の間違い。

**訓読：**今、隄有り、下広五丈、上広三丈、高二丈、長六十尺。一千尺を以て一方と作さんと欲す<sup>(45)</sup>。問う、計幾何ぞ。

答えに曰う、四十八方。

術に曰う、隄の上広三丈、下広五丈を置く。之を并せて八丈を得。之を半にして四丈を得。高二丈を以て之に乘じ、八百尺を得。長六十尺を以て之に乘じ、四万八千を

得。一千尺を以て之を除せば、即ち得<sup>(46)</sup>。

**注：**(45) 隄を崩して土塊が何個になるかを問う問題である。「隄」は「堤」と同字。次の〔一八〕題も同類の問題である。「隄」や「溝」の体積を求める公式は、『九章算術』商功章〔一〕題に「城、垣、隄、溝、塹、渠、皆同術。術曰、并上下廣而半之、以高若深乘之、又以袤乘之、即積尺」とある。また、「一方」は、1つの立方体の意。「以一千尺作一方」とは、1000立方尺で一つの立方体（すなわち一辺10尺の立方体）とするの意である。

(46) 計算は以下の通り。

丈を尺に直して計算すると

$$\{(30尺 + 50尺) \div 2\} \times 20尺 \times 60尺 = 48000立方尺$$

$$48000立方尺 \div 1000立方尺 = 48方$$

**訳：**今、堤があり、下広が5丈、上広が3丈、高さが2丈、長さが60尺である。1000立方尺で「一方」とする。問う、合計どれだけできるか。

答えにいう、48方。

術にいう、堤の上広3丈と下広5丈を置く。これを足して8丈を得る。これを $\frac{1}{2}$ して4丈を得る。高さ2丈を4丈に掛け、800尺（8丈）を得る。長さ60尺をこれに掛け48000立方尺を得る。1000立方尺で割ると答えが得られる。

〔一八〕今有溝、廣十丈、深五丈、長二十丈。欲以千尺作一方。問、得幾何。

答曰、一千方。

術曰、置廣一十丈、以深五丈乘之、得五千尺。又以長二十丈乘之、得一百萬尺。以一千除之、即得。

**訓読：**今、溝有り、広十丈、深五丈、長二十丈。千尺を以て一方と作さんと欲す。問う、得ること幾何ぞ。

答えに曰う、一千方。

術に曰う、広一十丈を置き、深五丈を以て之に乘じ、五千尺を得。又、長二十丈を以て之に乘じ、一百万尺を得。一千を以て之を除せば、即ち得<sup>(47)</sup>。

**注：**(47) 本題も〔一七〕と同様の問題である。ただし、〔一七〕題では断面が台形であったが、

本題では直方体の断面であり、上広・下広の平均を求める必要がない。

計算は以下の通り。

丈を尺に直して計算すると

$$100尺 \times 50尺 \times 200尺 = 1000000立方尺$$

$$1000000立方尺 \div 1000立方尺 = 1000方$$

**訳：**今、溝があり、広10丈、深さ5丈、長さ20丈である。1000立方尺で「一方」とする。溝はどれだけできるか。

答えにいう、1000方。

術にいう、広10丈(100尺)に深さ5丈(50尺)を掛け、5000尺を得る。又、長さ20丈(200尺)をこれに掛けて1000000立方尺を得る。1000立方尺でこれを割ると答えが得られる。

[一九]今有積二十三萬四千五百六十七步。問、爲方幾何。

答曰、四百八十四步九百六十八分步之三百一十一。

術曰、置積二十三萬四千五百六十七步爲實。次借一算爲下法、步之、超一位、至百而止。商<sup>[-]</sup>置四百於實之上、副置四萬於實之下、下法之上、名爲方法。命上商四百、除實。除訖、倍方法、一退、下法再退。復置上商八十、以次前商。副置八百於方法之下、下法之上、名爲廉法。方、廉各命上商八十以除。訖、倍廉法、上從方法。<方法>一退、(方法)下法再退<sup>[二]</sup>。復置上商四、以次前。副置四於方法之下、下法之上、名曰隅法。方、廉、隅各命上商四、[以]除實。除訖、[倍隅法、從方法]<sup>[三]</sup>。上商得四百八十四、下法得九百六十八、不盡三百一十一。是爲方四百八十四步九百六十八分步之三百一十一。

**校訂：**[一] 南宋本では全て「商」に作るが、「商」に改める。以下全て同じ。

[二] 語順が違う。南宋本は「上從方法一退方法下法再退」となっている。文意より後の「方法」と「一退」の語順を入れ替える必要がある。

[三] 載震校訂本により六字補う。

**訓読：**今、積二十三萬四千五百六十七步有り。問、方を爲すこと幾何ぞ。

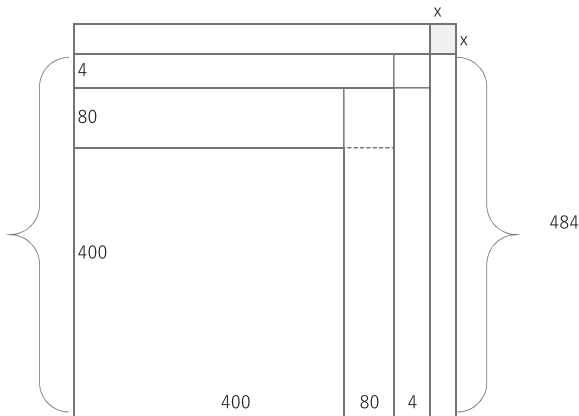
答えに曰う、四百八十四步九百六十八分步之三百一十一<sup>(48)</sup>。

術に曰う、積二十三萬四千五百六十七步を置きて実と爲す。次に一算を借りて下法と爲し<sup>(49)</sup>、之を歩<sup>すす</sup>むるに、一位を超え、百に至りて止む。商<sup>(50)</sup>、四百を実の上に置き、

副に四万を実の下、下法の上に置き、名付けて方法と為す。上商四百に命じて実を除す。除し訖われば、方法を倍し、一退し、下法は再退す。復た上商八十を置き、以て前商に次ぐ。副に八百を方法の下、下法の上に置き、名付けて廉法と為す。方、廉各おの上商八十に命じて以て除す。訖われば、廉法を倍し、上げて方法に従う。方法一退し、下法再退す。復た上商四を置き、以て前に次ぐ。副に四を方法の下、下法の上に置き、名付けて隅法と曰う<sup>(51)</sup>。方、廉、隅各おの上商四に命じ、以て実を除す。除し訖われば、隅法を倍して、方法に従う。上商四百八十四を得、下法九百六十八を得、尽きざるは三百一十一。是、方四百八十四歩九百六十八分歩の三百一十一と為す<sup>(52)</sup>。

**注：**(48) 開平法の問題である。『九章算術』少広章 [一二] ~ [一六] 題に同類の問題がみえる。計算法は「開方。術曰、置積爲實。借一算、歩之、超一等。議所得、以一乗所借一算爲法、而以除。除已、倍法爲定法。其復除、折法而下。復置借算、歩之如初、以復議一乗之、所得副以加定法、以除。以所得副從定法。復除、折下如前。若開之不盡者爲不可開、當以面命之。若實有分者、通分内子爲定實、乃開之。訖、開其母報除。若母不可開者、又以母乘定實、乃開之。訖、令如母而一」とあり、『孫子算経』の解説とはやや異なる。

本題の分数の部分の計算について、図を用いて説明すると以下のようになる。



開平法図

面積234567の正方形から一辺484の正方形を除いた残りが311。本来は $311 = x \times (968 + x)$ によって $x$ が求められるが、 $x^2 < 1$ なので、 $x^2 \approx 0$ とみなし(図の斜線部分の面積を0とみなし)  $968x \approx 311$ として近似値を求めている。『九章算術』では平方根が整数となる問題しか扱わない。「術曰」の解説および劉徽の注で割り切れな



い場合の解説はあるが、具体例は挙げられていない。本題では具体的に小数点以下について分数で近似値を与えている。なお、本題のこの近似値は真の値より大きい。

(49)「借一算」は計算位置を示すための算木一本のこと。その位置する段を「下法」とよぶ。

(50)「商」は『九章算術』でいう「議所得」にあたる。

(51)「方法」「廉法」「隅法」は『九章算術』でいう「定法」にあたる。

(52) 計算は以下の通り。

① 実に面積234567を置く。

実	2	3	4	5	6	7
---	---	---	---	---	---	---

② 借一算を下法とし、一、百、万と一桁飛ばしで位を進める。

実	2	3	4	5	6	7
下法		1				

③ 商400を実の上に置き、40000を実と下法の間に置いて「方法」とする。

商				4		
実	2	3	4	5	6	7
方法			4			
下法					1	

④ 方法4を商4に掛けて実より除く(234567-40000×4)。方法を2倍し1つ位を下げる。下法は2つ位を下げる。

商				4		
実		7	4	5	6	7
方法				8		
下法						1

⑤ 商80を置き、前の商に並べ、方法と下法の間に800を置き、廉法とする。

商				4	8	
実		7	4	5	6	7
方法				8		
廉法					8	
下法						1

- ⑥ 商80を方法と廉法に掛け、それぞれ実より除く ( $74567 - 8000 \times 8 - 800 \times 8$ )。廉法を2倍し、上の方法に加え、方法は1つ位を下げ、下法は2つ位を下げる。

商	4	8	
実	4	1	6 7
方法(+廉法)	9	6	
下法			1

- ⑦ 商4を置き、前の商に並べ、方法と下法の上に4を置き、隅法とする。

商	4	8	4
実	4	1	6 7
方法(+廉法)	9	6	
隅法			4
下法			1

- ⑧ 商4を方法と廉法と隅法に掛け、それぞれ実より除く ( $4167 - 900 \times 4 - 60 \times 4 - 4 \times 4$ )。隅法を2倍し、上の方法に加える。

商	4	8	4
実	3	1	1
方法(+廉法+隅法)	9	6	8

ここで下に残った「方法+廉法+隅法」をあらためて下法とよび、残った実が尽きざる311である。故に、正方形の一辺  $484\frac{311}{968}$  歩が得られる。

訳：今、面積234567平方歩がある。問う、正方形の一辺はどれだけか。

答えにいう、 $484\frac{311}{968}$  歩。

術にいう、面積234567平方歩を実とする。次に1算を借りて下法とする。これを進めるのに位を一つ飛ばしにし、100の位で止める。商400を実の上に置き、別に40000を実の下、下法の上に置き、方法と名付ける。上商4(を方法に掛けて)、実から引く。引き終われば、方法を2倍し、1つ位を退け、下法は2つ位を退ける。また上商80を置き、前の商に続ける。別に800を方法の下、下法の上に置き、廉法と名付ける。方法と廉法各々に上商8を掛けて、それぞれ実から引く。引き終われば、廉法を2倍し、上の方法に加える。方法は1つ位を退け、下法は2つ位を退ける。また、上商4を置

き、前の商に続ける。別に4を方法の下、下法の上に置き、隅法と名付ける。方法と廉法と隅法各々に上商4を掛けて、それぞれ実から引く。引き終われば、隅法を2倍して、方法に加える。上商は484を得、下法は968を得、余りは311となる。これで正方形の1辺、 $484\frac{311}{968}$ 歩が得られる。

[二〇]今有積三萬五千歩。問、爲圓幾何。

答曰、六百四十八歩一千二百九十六分歩之九十六。

術曰、置積三萬五千歩、以一十二乘之、得四十二萬[歩]<sup>[-]</sup>、爲實。次借一算、爲下法、歩之、超一位、至百而止。上商置六百【餘】<sup>[二]</sup>於實之上。副置六萬於實之下、下法之上、名爲方法。命上商六百、除實。除訖、倍方法。方法一退、下法再退。復置上商四十、以次前商。副置四百於方法之下、下法之上、名爲廉法。方、廉各命上商、以除實。除訖、倍廉法、從方法。方法一退、下法再退。復置上商八、次前商。副置八於方法之下、下法之上、名爲隅法。方、廉、隅各命上商八、以除實。除訖、倍隅法、從方法。上商[得]<sup>[三]</sup>六百四十八、下法得一千二百九十(七)<六>、不盡九十六。是爲方六百四十八歩一千二百九十(七)<六>分歩之九十六<sup>[四]</sup>。

校訂：[-] 南宋本には「歩」がないが、文意より加える。

[二]「餘」は衍字。

[三] 南宋本には「得」がないが、文意より加える。

[四] 南宋本では「七」となっているが、計算より「六」に改める。

訓読：今、積三万五千歩有り。問う、円を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、六百四十八歩一千二百九十六分歩の九十六<sup>(53)</sup>。

術に曰う、積三万五千歩を置き、一十二を以て之に乘じ、四十二万歩を得て、実と為す。次に一算を借り、下法と為し、之を歩<sup>すす</sup>むるに、一位を超え、百に至りて止む。上商六百を実の上に置く。副に六万を実の下、下法の上に置き、名づけて方法と為す。上商六百に命じて、実を除す。除し訖われば、方法を倍す。方法一退し、下法再退す。復た上商四十を置き、以て前商に次ぐ。副に四百を方法の下、下法の上に置き、名づけて廉法と為す。方、廉各おの上商に命じて、以て実を除す。除し訖われば、廉法を倍し、方法に従<sup>くわ</sup>う。方法一退し、下法再退す。復た上商八を置き、前商に次ぐ。副に八を方法の下、下法の上に置き、名づけて隅法と為す。方、廉、隅各おの上商八に命じて、以て実を除す。除し訖われば、隅法を倍し、方法に従<sup>くわ</sup>う。上商六百四十八を得、

下法一千二百九十六を得、尽きざるは九十六。是れ方六百四十八歩一千二百九十六分歩の九十六と為す<sup>(54)</sup>。

注：(53) 開円術の問題である。面積 ( $\pi r^2$ ) に12 ( $\doteq 4\pi$ ) をかけて開平方し、円周 ( $2\pi r$ ) を求めている。『九章算術』少広章 [一七] [一八] 題に同類の問題がみえる。『九章算術』では開方を用いた具体的な計算法についての解説はなく「開方」でやれとあるだけである。そのため、『孫子算経』では具体例をあげて詳しく解説したものであろう。

(54) 計算は以下の通り。

- ① 面積35000を置き、12を掛けて420000とし、実とする。

実 4 2 0 0 0 0

- ② 借一算を下法とし、一、百、万と一桁飛ばしで位を進める。

実 4 2 0 0 0 0

下法 1

- ③ 商600を実の上に置き、別に60000を実と下法の間に置き方法とする。

商 6

実 4 2 0 0 0 0

方法 6

下法 1

- ④ 商6に方法6を掛けて、実より引き ( $420000 - (60000 \times 6) = 60000$ )、引き終われば、方法を2倍し、方法は位を1つ下げ、下法を2つ下げる。

商 6

実 6 0 0 0 0

方法 1 2

下法 1

- ⑤ 商4を置く。別に方法と下法の上に400を置き、廉法とする。

商		6	4		
実	6	0	0	0	0
方法	1	2			
廉法			4		
下法			1		

- ⑥ 商4を方法と廉法に掛け、それぞれ実より引く ( $60000 - 4 \times 12000 - 4 \times 400 = 10400$ )。廉法を2倍し、方法に加える。方法の位を1つ下げ、下法の位を2つ下げる。

商		6	4		
実	1	0	4	0	0
方法(+廉法)		1	2	8	
下法				1	

- ⑦ 商8を置き、別に方法と下法の上に8を置き、隅法とする。

商		6	4	8	
実	1	0	4	0	0
方法(+廉法)		1	2	8	
隅法				8	
下法				1	

- ⑧ 商8を方法と廉法と隅法に掛け、それぞれ実より除く ( $10400 - 8 \times 1280 - 8 \times 8 = 96$ )。隅法を2倍し、方法に加える。

商		6	4	8	
実			9	6	
方法(+廉法+隅法)		1	2	9	6

ここで下に残った「方法+廉法+隅法」をあらためて下法とよび、残った実が尽きざる96である。故に周長  $648\frac{96}{1296}$  歩が得られる。

訳：今、面積35000平方歩がある。問う、円周はどれだけか。

答えにいう、 $648\frac{96}{1296}$ 歩。

術にいう、面積35000平方歩を置き、12をこれに掛け、420000を得て、実とする。次に1算を借り、下法とし、これを進めるのに、位を一桁飛ばしにし、100の位で止める。上商600を実の上に置く。別に60000を実の下、下法の上に置き、方法と名付ける。上商600で実より引く。引き終われば、方法を2倍する。方法は1つ位を退け、下法は2つ位を退ける。また上商40を置き、前の商に続ける。別に400を方法の下、下法の上に置き、廉法と名付ける。方法、廉法をそれぞれ上商40に掛け、それぞれ実より引く。引き終われば、廉法を2倍し、方法に加える。方法は1つ位を退け、下法は2つ位を退ける。また上商8を置き、前の商に続ける。別に8を方法の下、下法の上に置き、隅法と名付ける。方法、廉法、隅法をそれぞれ上商8に掛けて、実より引く。引き終われば、隅法を2倍し、方法に加える。上商は648を得、下法は1296を得、余りは96。これが円周 $648\frac{96}{1296}$ 歩となる。

[二一]今有丘田、周六百三十九歩、徑三百八十歩。問、爲田幾何。

答曰、二頃五十二畝二百二十五歩。

術曰、半周得三百一十九歩五分、半徑得一百九十歩。二位相乗、六萬七百五歩。以畝法除之、即得。

**訓読：**今、丘田有り<sup>(55)</sup>、周六百三十九歩、徑三百八十歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答えに曰う、二頃五十二畝二百二十五歩。

術に曰う、周を半して三百一十九歩五分を得、徑を半して一百九十歩を得。二位相乗すれば、六万七百五歩。畝法を以て之を除せば、即ち得<sup>(56)</sup>。

**注：**(55) ここでいう「丘田」は「宛田」のこと。丘のように隆起した形をいい、その表面積を求めている。李継閔は「宛田」に注して「その形は土堆・丘陵・墓塚の如くして、後世これを「丘田」と俗称している」としている。本題の「丘田」が本来の「宛田」にあたる(参考文献19参照)。『九章算術』方田章[三三][三四]題に宛田の問題があり、その「術曰」に「以徑乗周、四而一」として計算法が挙げられている。この「徑」は円弧状のアーチ型のことであり、宛田における直径の両端と頂点を結ぶ地上の最短線のこと。「徑」が乗っている曲面が球面であるとしても、その球の大きさが確定できないので、そもそもこの計算は確定できない。得られた値は平面的な「円田」のもので、概数である。「畝法」については前注(34)参照。

(56) 計算は以下の通り。

$$319.5 \times 190 = 639 \times 380 \div 4 = 60705$$

$$60705 \div 240 = 252 \text{畝余り} 225 \text{歩}$$

**訳：**今、丘田があり、周長639歩、径380歩である。問う、田はどれだけできるか。答えにいう、2 頃52畝225歩。

術にいう、周を半分にして319歩5分を得、径を半分にして190歩を得る。二つの数を互いに掛けると、60705歩となる。畝法240で割ると答えが得られる。

[二二]今有築城。上廣二丈、下廣五丈四尺、高三丈八尺、長五千五百五十尺。秋程人功三百尺。問、須功幾何。

答曰、二萬六千一十一功。

術曰、并上、下廣、得七十四尺、半之、得三十七尺。以高乘之、得一千四百六尺。又以長乘之、得積七百八十萬三千三百尺。以秋程人功三百尺除之、即得。

**訓読：**今城を築く有り。上広二丈、下広五丈四尺、高三丈八尺、長五千五百五十尺。秋程の人功三百尺。問う、功を須<sup>もち</sup>うること幾何ぞ<sup>(57)</sup>。

答えに曰う、二万六千一十一功。

術に曰う、上・下広を併せて、七十四尺を得、之を半にし、三十七尺を得。高を以て之に乘じ、一千四百六尺を得。又長を以て之に乘じ、積七百八十萬三千三百尺を得。秋程人功三百尺を以て之を除せば、即ち得<sup>(58)</sup>。

**注：**(57) 「城」の問題については、[一七] 題参照。類似の問題は『九章算術』商功章 [七] 題にある。「今有穿渠、上廣一丈八尺、下廣三尺六寸、深一丈八尺、袤五萬一千八百二十四尺。問積幾何。答曰、一千七萬四千五百八十五尺六寸。秋程人功三百尺。問、用徒幾何。答曰、三萬三千五百八十二人。功内少一十四尺四寸」。「秋程人功」とは秋季の労働規定における1人当たりの1日の労働量を指すものであり、本題でも『九章算術』と同じく300立方尺という仕事量が規定されている。『居延新簡』に「…四百尺、人功百五十六尺」(E.P.T57:73)、「…人功百五十六尺」(E.P.T58:36)とある。また、睡虎地秦簡の秦律、工人程(108)に「隸臣、下吏、城旦、與工從事者、冬作、爲矢程、賦之三日而當夏二日」とあり、程についての規定がみられる。(参考文献14)、15)の注(14)参照)。

(58) 計算は以下の通り。丈を尺に直して計算する。

$$\{(20尺 + 54尺) \div 2\} \times 38尺 \times 5550尺 = 7803300立方尺$$

1人当たりの1日の労働量300立方尺で割る。

$$7803300立方尺 \div 300立方尺 = 26011功$$

**訳：**今、城を築いている。上広2丈、下広5丈4尺、高さ3丈8尺、長さ5550尺である。秋季の労働規定における1人当たりの1日の労働量は300立方尺である。問う、必要となる労働量はどれだけか。

答えにいう、26011功。

術にいう、上広と下広を足して74尺を得、これを半分にし、37尺を得る。高さ38尺をこれに掛け、1406尺を得る。又、長さ5550尺をこれに掛け、7803300立方尺を得る。秋季の労働規定に基づいて300立方尺でこれを割ると、答えが得られる。

[二三] 今有穿渠、長二十九里一百四歩、上廣一丈二尺六寸、下廣八尺、深一丈八尺。秋程人功三百尺。問、須功幾何。

答曰、三萬二千六百四十五人、不盡六十九尺六寸。

術曰、置里數、以三百歩乘之、內零歩、六之、得五萬二千八百二十四尺。并上、下廣、得二丈六寸。半之、以深乘之、得一百八十五尺四寸。以長乘、得九百七十九萬三千五百六十九尺六寸。以人功三百尺除之、即得。

**訓読：**今、渠を穿つ有り、長さ二十九里一百四歩、上広一丈二尺六寸、下広八尺、深さ一丈八尺。秋程の人功三百尺。問う、功を須うること幾何ぞ<sup>(59)</sup>。

答えに曰う、三万二千六百四十五人、尽きざるは六十九尺六寸<sup>(60)</sup>。

術に曰う、里数を置き、三百歩を以て之に乘じ、零歩に内れ<sup>(61)</sup>、之を六し、五万二千八百二十四尺を得。上・下広を并せて、二丈六寸を得。之を半にし、深さを以て之に乘じ、一百八十五尺四寸を得。長さを以て乘じ、九百七十九万三千五百六十九尺六寸を得。人功<sup>(62)</sup>三百尺を以て之を除せば、即ち得<sup>(63)</sup>。

**注：**(59) 前題 [二二] と同類の問題である。

(60) 69尺6寸というのは、底面1平方尺にした時の高さの値である。訳では69.6立方尺と訳す。

(61)「零歩」は余り・端数の歩の意。『九章算術』では細かい数の意味で用いられている。



ここでは、「一百四歩」を言う。(参考文献14) 訳注稿(21) 注(15) 参照)

(62) 「人功」については前注(57) 参照。

(63) 計算は以下の通り。

① 里数と歩数を尺に換算する。

1里は300歩なので、29里×300歩=8700歩

8700歩+104歩=8804歩

1歩は6尺なので、8804歩×6尺=52824尺

②  $\{(12\frac{3}{5} + 8) \div 2\} \times 18 \times 52824 = 9793569\frac{3}{5}$ 立方尺

$9793569\frac{3}{5}$ 立方尺 $\div$ 300立方尺=32645人余り $69\frac{3}{5}$ 尺

**訳：**今、地を掘って水渠を作ろうとしており、長さ29里104歩、上広1丈2尺6寸、下広8尺、深さ1丈8尺である。秋季の労働規定における1人当たりの1日の労働量は300立方尺である。問う、必要となる労働量はどれだけか。

答えにいう、32645人、 $69\frac{3}{5}$ 立方尺余る。

術にいう、里数29里に300を掛けて歩に換算する。これに余りの104歩を加え、8804歩とし、これに6を掛けて尺に換算すると52824尺になる。上広と下広を足して、20尺6寸を得る。これを半分にして、深さ18尺をこれに掛け、185平方尺4寸を得る。長さ52824尺をこれに掛けて $9793569\frac{3}{5}$ 立方尺を得る。労働量300立方尺で割ると答えが得られる。

[二四]今有錢六千九百三十。欲令二百一十六人作九分、分之。八十一人人與二分、七十二人人與三分、六十三人人與四分。問、三種各得幾何。

答曰、二分、人得錢二十二、三分、人得錢三十三、四分、人得錢四十四。

術曰、先置八十一人於上、七十二人次之、六十三人在下。上位以二乘之、得一百六十二、次位以三乘之、得二百一十六、下位以四乘之、得二百五十二。副并三位、得六百三十、爲法。又置錢六千九百三十爲三位。上位以一百六十二乘之、得一百一十二萬二千六百六十、又以二百十六乘中位、得一百四十九萬六千八百八十、又以二百五十二乘下位、得一百七十四萬六千三百六十、各爲實。以法六百三十各除之、上位得一千七百八十二、中位得二千三百七十六、下位得二千七百七十二。各以人數除之、即得。

**訓読：**今、錢六千九百三十有り。二百一十六人をして九分を作し<sup>(64)</sup>、之を分けしめんと欲す。

八十一人は人ごとに二分を与え、七十二人は人ごとに三分を与え、六十三人は人ごとに四分を与え。問う、三種各おの得ること幾何ぞ。

答えに曰う、二分は、人ごとに錢二十二を得、三分は、人ごとに錢三十三を得、四分は、人ごとに錢四十四を得<sup>(65)</sup>。

術に曰う、先に八十一人を上に置き、七十二人を之に次ぎ、六十三人は下に在り。上位、二を以て之に乘じ、一百六十二を得、次位、三を以て之に乘じ、二百一十六を得、下位四を以て之に乘じ、二百五十二を得。副に三位を併せ、六百三十を得、法と為す。又、錢六千九百三十を置いて三位と為す。上位、一百六十二を以て之に乘じ、一百一十二万二千六百六十を得、又二百十六を以て中位に乘じ、一百四十九万六千八百八十を得、又二百五十二を以て下位に乘じ、一百七十四万六千三百六十を得、各おの實と為す。法六百三十を以て各おの之を除し、上位、一千七百八十二を得、中位、二千三百七十六を得、下位、二千七百七十二を得。各おの人数を以て之を除せば、即ち得<sup>(66)</sup>。

注：(64) 以下の計算から上位、中位、下位の各人が受け取る錢数の比率が2：3：4であるから「九分」といっているだけで、「九分」に意味はない。

(65) 比例配分の問題である。『九章算術』衰分章〔七〕題に類題がみえる。「今有粟粟五斛。五人分之、欲令三人得三、二人得二。問、各幾何。答曰、三人、人得一斛一斗五升十三分升之五。二人、人得七斗六升十三分升之十二。」

(66) 計算は以下の通り。

① 人数を3位に分けて置き、それぞれに比の値を掛ける。

$$\text{上位 } 81 \times 2 = 162 \text{分}$$

$$\text{中位 } 72 \times 3 = 216 \text{分}$$

$$\text{下位 } 63 \times 4 = 252 \text{分}$$

② 3位を足して630分とし、法とする。比の値の総和。

③ 別に6930錢を3位に置き、それぞれに錢数を掛け実とする。これは比例配分の比率となる。

$$\text{上位 } 6930 \times 162 = 1122660$$

$$\text{中位 } 6930 \times 216 = 1496880$$

$$\text{下位 } 6930 \times 252 = 1746360$$

④ 法630でそれぞれを割る。上位、中位、下位が得る総数が得られる。

$$1122660 \div 630 = 1782$$

$$1496880 \div 630 = 2376$$

$$1746360 \div 630 = 2772$$

⑤ この総数を各位の人数で割ると各人の銭数が得られる。

$$1782 \div 81 = 22\text{銭}$$

$$2376 \div 72 = 33\text{銭}$$

$$2772 \div 63 = 44\text{銭}$$

**訳：**今、6930銭があり、216人で9分してこれを分けさせようとする。81人は2分を与え、72人は3分を与え、63人は4分を与える。問う、3種がそれぞれ得る銭はどれだけか。

答えにいう、2分は、1人22銭を得、3分は、1人33銭を得、4分は、1人44銭を得る。

術にいう、先に81人を上に置き、72人をその次に置き、63人は下に置く。上位は2を81に掛け、162を得、次位は3を72に掛け、216を得、下位は4を63に掛け、252を得る。別に三つを足して、630を得、法とする。又、6930銭を3つの位(上位、中位、下位)に置く。上位は162を6930に掛け、1122660を得、又216を中位の6930に掛け、1496880を得、又252を以て下位の6930に掛け、1746360を得、それぞれを法とする。法630でそれぞれを割ると、上位は1782を得、中位は2376を得、下位は2772を得る。それぞれ人数でこれを割れば答えが得られる。

[二五]今有五等諸侯、共分橘子六十顆、人別加三顆。問、五人各得幾何。

答曰、公一十八顆、侯一十五顆、伯一十二顆、子九顆、男六顆。

術曰、先置人数、別加三顆於下、次六顆、次九顆、次一十二顆、上十五顆。副并之、得四十五。以減六十顆、餘、人数除之、人得三顆。各加不并者、上得一十八、爲公分、次得一十五、爲侯分、次得十二、爲伯分、次得九、爲子分、下得六、爲男分。

**訓読：**今、五等の諸侯有り、共に橘子六十顆を分け、人ごとに別に三顆を加う。問う、五人各おの得ること幾何ぞ。

答えに曰う、公は一十八顆、侯は一十五顆、伯は一十二顆、子は九顆、男は六顆<sup>(67)</sup>。

術に曰う、先に人数を置いて、別に三顆を下に加え、次に六顆、次に九顆、次に一十二顆、上に十五顆。副に之を并せて、四十五を得。以て六十顆より減じ、余は人数もて之を除し、人ごとに三顆を得。各おの并せざるに加うれば、上は一十八を得て、公の分と爲し、次に一十五を得て、侯の分と爲し、次に十二を得て、伯の分と爲し、

次に九を得て、子の分と為し、下は六を得て、男の分と為す<sup>(68)</sup>。

注：(67) 等差数列による配分問題である。「橘子」は柑橘系の果実のこと。

(68) 計算は以下の通り

① 先に人数を置き、別に三顆を下に加える

男	子	伯	侯	公
3	6	9	12	15

これが3顆の差をつけた数である。これらを足して45を得る。

② 全部の果実60から45を引き、余りを人数で割る。

$$60 - 45 = 15$$

$$15 \div 5 = 3 \text{ (平等に分ける個数)}$$

③ 先に並べた列数にそれぞれ3を足すと答えが得られる。

公	$15 + 3 = 18$
侯	$12 + 3 = 15$
伯	$9 + 3 = 12$
子	$6 + 3 = 9$
男	$3 + 3 = 6$

訳：今、五等の諸侯がおり、橘子60個を分けるのに、人ごとに3個の差をつけて加えていく。問う、5人がそれぞれ得るのは何個か。

答えにいう、公は18個、侯は15個、伯は12個、子は9個、男は6個。

術にいう、先に人数を置いて、差の3個を下に置き、次に6個、次に9個、次に12個、上に15個を置く。別にこれらを足して45を得る。これを60から引き、余りは人数で割ると、1人に3個ずつ分配できる。それぞれ先に足していない分(1人3個)を加えると、上は18となり、公の分とし、次は15となり、侯の分とし、次は12となり、伯の分とし、次は9となり、子の分とし、下は6となり、男の分とする。

[二六] 今有甲、乙、丙三人持錢。甲語乙、丙「各將公等所持錢半以益我錢、成九十」。乙復語甲、丙「各將公等所持錢半以益我錢、成七十」。丙復語甲、乙「各將公等所持錢半以益我錢、成五十六」。問、三人元持錢各幾何。

答曰、甲七十二、乙三十二、丙四。

術曰、先置三人所語爲位、以三乘之、各爲積、甲得二百七十、乙得二百一十、

丙得一百六十八。各半之、甲得一百三十五、乙得一百五、丙得八十四。又置甲九十、乙七十、丙五十六、各半之。以甲、乙減丙、以甲、丙減乙、以乙、丙減甲、即各得元數。

**訓読：**今、甲・乙・丙三人錢を持つ有り。甲、乙・丙に語るに「各おの公等の持する所の錢半を將ちて、以て我錢に益せば、九十と成らん」と<sup>(69)</sup>。乙復た甲・丙に語るに「各おの公等の持する所の錢半を將ちて、以て我錢に益せば、七十と成らん」と。丙復た甲・乙に語るに「各おの公等の持する所の錢半を將ちて、以て我錢に益せば、五十六と成らん」と。問う、三人元、錢を持つこと各おの幾何ぞ。

答えに曰う、甲七十二、乙三十二、丙四。

術に曰う、先に三人語る所を置き位と為し、三を以て之に乘じ、各おの積と為せば、甲は二百七十を得、乙は二百一十を得、丙は一百六十八を得。各おの之を半にし、甲は一百三十五を得、乙は一百五を得、丙は八十四を得。又、甲九十、乙七十、丙五十六を置き、各おの之を半にす。甲・乙を以て丙より減じ、甲・丙を以て乙より減じ、乙・丙を以て甲より減ずれば、即ち各おの元の數を得<sup>(70)</sup>。

**注：**(69)「將」は「もちて、とりて」の意。『戦国策』秦策一「蘇秦始將連横説秦惠王曰…」。

(70) 3人がもともと持っている錢数を求める問題。術文に沿った計算は以下の通り。

- ① 甲、乙、丙が言っている錢数(90錢、70錢、56錢)を置き、これに3を掛け、それらを半分にする。

$$\text{甲}90\text{錢} \times 3 = 270 \quad 270 \div 2 = 135$$

$$\text{乙}70\text{錢} \times 3 = 210 \quad 210 \div 2 = 105$$

$$\text{丙}56\text{錢} \times 3 = 168 \quad 168 \div 2 = 84$$

- ② また別に最初の錢数(90錢、70錢、56錢)を置き、それらを半分にする。

$$\text{甲}90\text{錢} \div 2 = 45$$

$$\text{乙}70\text{錢} \div 2 = 35$$

$$\text{丙}56\text{錢} \div 2 = 28$$

- ③ ②で求めた数をそれぞれ甲乙、甲丙、乙丙で足し、①で求めた数より引く。

$$\text{①丙} - (\text{②甲} + \text{②乙}) = 84 - (45 + 35) = 4$$

$$\text{①乙} - (\text{②甲} + \text{②丙}) = 105 - (45 + 28) = 32$$

$$\text{①甲} - (\text{②乙} + \text{②丙}) = 135 - (35 + 28) = 72$$

本題は『九章算術』の方程章の説明で解釈することもできるが、もう少し簡易な方法で求めた可能性がある。次のように考えられる。

(1) 甲、乙、丙の持っている銭数を次のようにおく。

$$\textcircled{1} \text{ 甲} + \frac{\text{乙}}{2} + \frac{\text{丙}}{2} = 90$$

$$\textcircled{2} \frac{\text{甲}}{2} + \text{乙} + \frac{\text{丙}}{2} = 70$$

$$\textcircled{3} \frac{\text{甲}}{2} + \frac{\text{乙}}{2} + \text{丙} = 56$$

(2) (1) の式を整理すると

$$\textcircled{1} = \text{甲} + \frac{1}{2} (\text{乙} + \text{丙}) = 90$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{3} = \text{甲} + \frac{3}{2} (\text{乙} + \text{丙}) = 70 + 56$$

よって

$$3 \times \textcircled{1} - (\textcircled{2} + \textcircled{3}) = 2 \text{ 甲} = 3 \times 90 - (70 + 56) = 144$$

$$\frac{\{3 \times \textcircled{1} - (\textcircled{2} + \textcircled{3})\}}{2} = \text{甲} = 72$$

となり、術文における「以三乗之…各半之」の $\frac{3}{2}$ の数がでてくる。本題術曰は結果だけを用いて計算している為、どのような原理で計算したかという説明はない。

**訳：**今、甲、乙、丙の三人が銭を持っている。甲が乙・丙に「それぞれ諸君が持つ銭の半分を私の銭に足せば、90銭になる」と言った。乙がまた甲・丙に「それぞれ諸君が持つ銭の半分を私の銭に足せば、70銭になる」と言った。丙がまた甲・乙に「それぞれ諸君が持つ銭の半分を私の銭に足せば、56銭になる」と言った。問う、3人がもともともっていた銭はそれぞれいくらか。

答えにいう、甲72銭、乙32銭、丙4銭。

術にいう、先に3人が言った銭数を置いて(算木を置く)位とし、3をこれらに掛けて、それぞれの積とすると、甲は270、乙は210、丙は168となる。それぞれこれらを半分にすると、甲は135、乙は105、丙は84となる。又、甲90、乙70、丙56を置き、それぞれ半分(45、35、28)にする。甲・乙(45+35)を以て丙(84)より減じ、甲・丙(45+28)を以て乙(105)より減じ、乙・丙(35+28)を以て甲(135)より減ずれば、即ちそれぞれ元の数が得られる。

[二七]今有女子善織、日自倍、五日織通五尺。問、日織幾何。

答曰、初日織一寸三十一分寸之一十九、次日織三寸三十一分寸之七、次日織六寸三十一分寸之一十四、次日織一尺二寸三十一分寸之二十八、次日織二尺五寸三十一分寸之二十五。

術曰、各(出)<置>列衰<sup>[-]</sup>、副并、得三十一、爲法。以五尺乘未并者、各自爲實。如法而一、即得。

校訂：[-] 南宋本では「置」が「出」となっている。これに従い改める。

訓読：今、女子の善く織る有り、日に自ら倍し、五日にして織ること通して五尺たり<sup>(71)</sup>。問う、日に織ること幾何ぞ<sup>(72)</sup>。

答えに曰う、初日織ること一寸三十一分寸之一十九、次の日織ること三寸三十一分寸之七、次の日織ること六寸三十一分寸之一十四、次の日織ること一尺二寸三十一分寸之二十八、次の日織ること二尺五寸三十一分寸之二十五。

術に曰う、各おの列衰を置き、副に并せて、三十一を得、法と爲す。五尺を以て未だ并せざる者に乗じ、各おの自ら実と爲す。法の如くして一とすれば、即ち得<sup>(73)</sup>。

注：(71)「五日織通五尺」とは5日で織ったものを合わせると5尺になるということ。前注(43)の「通計」と同じ用法。

(72) 本題は列衰の問題である。『九章算術』衰分章[四]題に「今有女子善織。日自倍、五日織五尺。問、日織幾何」、また『数』【5-1】に「 $\square$ 五。其述(術)曰、始日直(置)一、次直(置)二、次直(置)四。而并之七、=爲法。以十尺扁(遍)乘其直、各自爲實。=如法得一尺」、及び『算数書』「女織」に「鄰里有女惡自喜也。織日自再、五日織五尺。問、始織日及其次各幾何」と同様の問題がみえる。表現に多少の差異はあるが、求める数値はほぼ同じである。『算数書』『九章算術』『孫子算経』の細かな異同については参考文献15)を参照。これらは『数』から『孫子算経』まで受け継がれてきた同じ系統の算題である。

(73) 計算は以下の通り。

① 1日ごとに倍ずつ布を織っていくので、列衰は「1、2、4、8、16」となる。

列衰を別に足した31(1+2+4+8+16)を法とする。

② 5尺を列衰それぞれに掛け、それぞれを実とする。

$$1 \times 5 = 5$$

$$2 \times 5 = 10$$

$$4 \times 5 = 20$$

$$8 \times 5 = 40$$

$$16 \times 5 = 80$$

③ ②で得られた実をそれぞれ法31で割ると答えが得られる。

$$\frac{5}{31}, \frac{10}{31}, \frac{20}{31}, \frac{40}{31}, \frac{80}{31}$$

訳：今、機織りの上手な女子がいて、日ごとに自ら倍々して織り、5日で織った布は全部で5尺となった。問う、1日ごとにどれだけ織ったか。

答えにいう、初日に織ったのは $1\frac{19}{31}$ 寸、次の日織ったのは $3\frac{7}{31}$ 寸、次の日織ったのは $6\frac{14}{31}$ 寸、次の日織ったのは $1$ 尺 $2\frac{28}{31}$ 寸、次の日織ったのは $2$ 尺 $5\frac{25}{31}$ 寸であった。

術にいう、それぞれ列衰を置き、別にこれらを併せて31を得て法とする。5尺をまだ併せていない列衰それぞれに掛けて、そのそれぞれの値(5、10、20、40、80)を実とする。法で割ると答えが得られる。

[二八]今有人盗庫絹、不知所失幾何。但聞草中分絹。人得六匹、盈六匹、人得七匹、不足七匹。問、人・絹得幾何。

答曰、賊一十三人。絹八十四匹。

術曰、先置人得六匹於右上、盈六匹於右下、後置人得七匹於左上、不足七匹於左下。維乘之所得并之爲絹、并下盈不足爲人。

訓読：今、人の庫の絹を盗む有り、失う所幾何かを知らず。但し草中<sup>しか</sup>に絹を分くるを聞く。人六匹を得れば、六匹を盈し、人七匹を得れば、七匹を不足する。問、人と絹得ること幾何ぞ<sup>(74)</sup>。

答えに曰う、賊一十三人。絹八十四匹。

術に曰う、先に人六匹を得るを右上に、六匹を盈すを右下に置く、後に人七匹を得るを左上に、七匹を不足するを左下に置く<sup>(75)</sup>。之を維乗して得る所は之を併せて絹と為し、下の盈不足を併せて人と為す<sup>(76)</sup>。

注：(74) 現在における過不足算であり、和算では「盗人算」「絹盗人算」といわれる。「塵劫記」(岩波文庫版)には「きぬぬす人を知る事」と題して「さる盗人、橋のしたにて、きぬをわけとるをみれば、八たんづつわくれば七たんたらず、又七たんづつわくれば八たんあまると云。ぬす人の数もきぬの数もしれ申候。ぬす人十五人有。きぬは百十三たん。法に、八たんに七たんをくわへる時十五になる。これをぬす人のかずとしるべし。何も此心もち有べし」とある。

(75) 「右上」「右下」「左上」「左下」という表現は算盤における布算の位置をわかり



やすく説明している。初学者向けか。

(76) 盈不足術の問題である。計算は以下の通り。

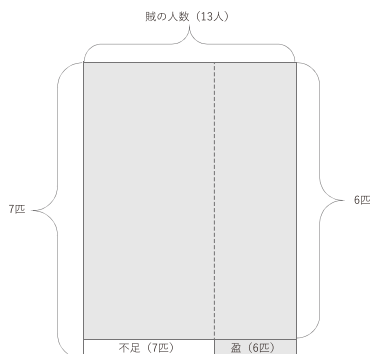
- |          |          |
|----------|----------|
| ① 左      | 右        |
| 7 (人得七匹) | 6 (人得六匹) |
| 7 (不足七匹) | 6 (盈六匹)  |

これを図示すると、絹は図の影をつけた部分となる。したがって左右を縦乗して合わせると絹の数となる。

$$(7 \times 6) + (7 \times 6) = 84 \text{匹 (絹の数)}$$

- ② 下の盈不足を合わせれば人数となる。

$$7 + 6 = 13 \text{人 (賊の人数)}$$



盈不足の図

訳：今、倉庫の絹を盗む人がいた、どれだけ盗まれたのかわからない。しかし草むらで絹を分けている声が聞こえた。1人6匹を得ると、6匹余り、1人7匹を得ると、7匹足らない。問う、盗人の人数と盗まれた絹はそれぞれどれだけか。

答えにいう、賊13人。絹84匹。

術にいう、先に1人6匹を得るというのを右上に置き、6匹を余したものを右下に置く、後に1人7匹を得るというのを左上に置き、7匹足らないのを左下に置く。これをたすき掛けしたものを足して絹の数量とし、下の盈不足を足して賊の人数とする。

## 参考文献

- 1) 南宋本影印『孫子算経』三卷(文物出版社、1980年3月)
- 2) 銭宝琮校勘『算経十書』所収『孫子算経』三卷(『李儼・銭宝琮科学史全集』第四卷)

- 3) 郭書春校点『算經十書』所収『孫子算經』三卷(九章出版社、2001年4月)
- 4) 『孫子算經』三卷(乾隆四十二年二月 倣汲古閣影宋本重雕)(知不足齋叢書所収)
- 5) 叢書集成本『孫子算經』(四庫全書本・武英殿聚珍版)
- 6) 澤田吾一『日本数学史講話』付録『孫子算經』(1928年11月、刀江書院)
- 7) 大山梅次『中国算書 孫子算經 について』(私家版、2001年10月)
- 8) 紀志剛『南北朝隋唐数学』第三章『孫子算經』(2000年2月、河北科学技術出版社)
- 9) 『中国数学史大系』第4巻の第二編第一章『孫子算經』(1999年8月、北京師範大学出版社)
- 10) 錢宝琮「孫子算經考」(『錢宝琮科学史論文選集』科学出版社、1993年)
- 11) 李儼「孫子算經補注」(『中国古代数学史料』)
- 12) 矢崎武人『訓読算經五書』(近畿和算ゼミナール、2007年10月)
- 13) 嚴敦傑「孫子算經研究」(『学芸』16巻3号、1937年)
- 14) 中国古算書研究会編『九章算術訳注稿』(1)~(32)大阪産業大学論集 人文・社会科学編(2008年~2018年)
- 15) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』-中国最古の数学書-』(朋友書店、2006年10月)
- 16) 中国古算書研究会編『岳麓書院藏秦簡『数』訳注-秦漢出土古算書訳注叢書(2)-』(朋友書店、2016年11月)
- 17) 吳朝陽「嶽麓秦簡《數》之“石”、穀物堆密度與出米率」簡帛網(2013年1月30日)  
([http://www.bsm.org.cn/show\\_article.php?id=1826](http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1826))
- 18) 大川俊隆「秦漢における穀物換算率について」大阪産業大学論集人文科学篇116(2005年)
- 19) 李繼閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 20) 大川俊隆「『孫子算經』訳注稿(1)」大阪産業大学論集人文・社会科学編36(2019年6月)