

『九章算術』 訳注[†] 稿 (31)

田 村 誠[†]

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 31

TAMURA Makoto

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the thirty-first article based on our research and results in which we studied the problems 17 to 24 of Chapter 9, Gougu (句股).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

[†]大阪産業大学 全学教育機構 教授

草 稿 提 出 日 2月28日

最 終 原 稿 提 出 日 3月8日

本論文では、句股章の算題 [一七] ～ [二四] に対する訳注を与える。

注：(104) 算題 [一七] ～ [二四] では、句股がわかっている直角三角形と、それに相似な直角三角形の句または股の一方が与えられているときに、残りの一方を求めるといふ問題が扱われている。算題 [一六] までの劉徽注が、術を長方形の面積を用いて説明していることを考えれば、算題 [一七] ～ [二四] でも長方形の面積を用いて解釈されていたと考えるべきであろう。算題 [二一] を除いて、共通して用いられている考え方は次のようなものである。

長方形ABCDの対角線AC上に点Eをとる。Eを通り、辺ABに平行な直線と辺BC、ADとの交点をそれぞれQ、Sとする。またEを通り、辺ADに平行な直線と辺AB、CDとの交点をそれぞれP、Rとする。図17①参照。このとき、長方形PBQEと長方形SERDの面積は等しい。すなわち $PE \times QE = RE \times SE$ が成り立つ。

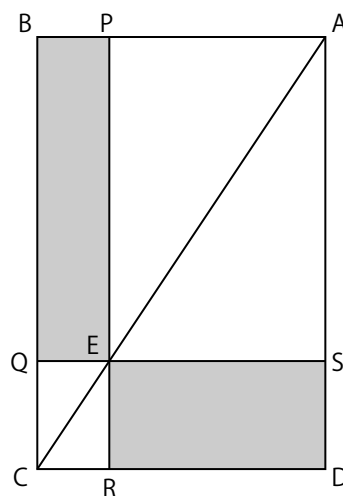


図17①

後の劉注 [30] の「正合半邑方自乗者、股率當乘見句」が、算題 [一七] に即してこの関係を説明したものになっている。なお、これと同じ内容の命題がユークリッド『原論』第1巻にあり、そこではより一般にABCDが平行四辺形で証明している。

[一七] 今有邑、方二百歩、各中開門。出東門十五歩有木。問、出南門幾何歩而見木。
 答曰、六百六十六歩太半歩。
 術曰、出東門歩數爲法^[29]。半邑方自乗爲實。實如法得一步^[30]。

訓読：今、邑有り、方二百歩、各おのの中に門を開く。東門を出づること十五歩に木有り。
 問う、南門を出づること幾何歩にして木を見るや。
 答えに曰う、六百六十六歩太半歩。
 術に曰う、東門を出づる歩数を法と為す。邑の方を半にして自乗して実と為す。実、法の如くして一步を得⁽¹⁰⁵⁾。

注：(105) 本題は1辺200歩の正方形の邑があり、各辺の midpoint に門がある。邑の中心をO、邑の東門をA、邑の東南角をB、木のある地点をC、邑の南門をD、南門を出て木が見える地点をEとすると、注(104)の関係により $AC \times ED = AB \times BD$ が成り立つ。図17②参照。 $AB = DB = 100$ 、 $AC = 15$ であるから $DE = \frac{AB \times DB}{AC} = \frac{AB^2}{AC} = \frac{100^2}{15} = \frac{2000}{3} = 666\frac{2}{3}$ (歩) である。

訳：今、邑が有り、1辺200歩の正方形で、各辺の真ん中に門を開いている。東門を出て15歩に木が有る。問う、南門を出て何歩で木が見えるか。

答えにいう、 $666\frac{2}{3}$ 歩である。

術にいう、東門を出て木までの歩数を法とする。邑の1辺を半分にして自乗して実とする。実を法で割ると歩数が得られる。

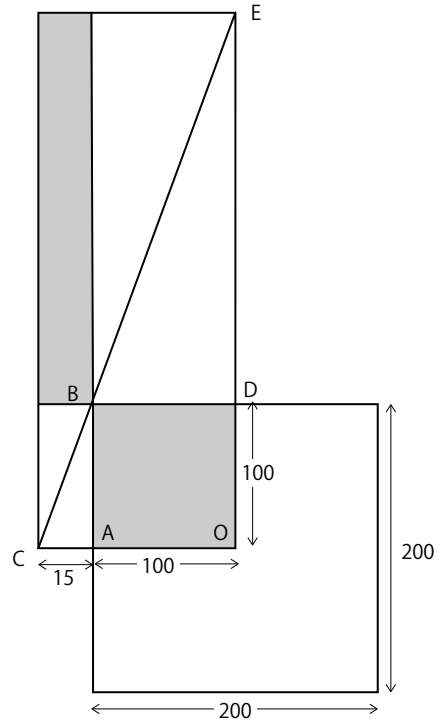


図17②

[29] 以句率爲法也。

訓読：句率を以て法と爲す也⁽¹⁰⁶⁾。

注：(106) 三角形ABCが率を与えるが、句率はACであり、これで割るというのである。

訳：句率を法とするのである。

[30] 此以出東門十五歩爲句率、東門南至隅一百歩爲股率、南門東至隅一百歩爲見句歩。欲以見句求股、以爲出南門數。正合「半邑方自乘」者、股率當乘見句。此二者數同也。

訓読：此れ東門を出づる十五歩を以て句率と爲し、東門より南して、隅に至る一百歩を股率と爲し、南門の東、隅に至る一百歩を見句の歩と爲す⁽¹⁰⁷⁾。見句を以て股を求め、以て南門を出づるの数と爲さんと欲す。正に「邑の方を半にして自乗する」者は、股率の当に見句に乗すべきに合す。此の二者の数同じき也。

注：(107) 「句率」はAC、「股率」はABである。「見」は「現」、目前としている、既知の、の意であり、「見句」は直角三角形EBDの最も短い辺BDを指す。

訳：この問題では、東門を出る15歩を句率とし、東門より南の角に至る100歩を股率とし、南門より東の角に至る100歩を既知の句の歩数とする。既知の句より股を求め、それを南門から出る歩数となそうとするのである。「邑の1辺を半分にして自乗」したものは、股率を既知の句に乗じるべきものとまさに一致している。この2つの数は同じである。

[一八]今有邑、東西七里、南北九里、各中開門。出東門十五里有木。問、出南門幾何歩而見木。

答曰、三百一十五歩。

術曰、東門南至隅歩數、以乘南門東至隅歩數爲實。以木去門歩數爲法。實如法而一^[31]。

訓読：今、邑有り、東西七里、南北九里、各おのの中に門を開く。東門を出づること十五里に木有り⁽¹⁰⁸⁾。問う、南門を出づること幾何歩にして木を見るや。

答えに曰う、三百一十五歩。

術に曰う、東門の南、隅に至る歩数は、以て南門の東、隅に至る歩数に乗じて実と為す。木の門を去る歩数を以て法と為す。実、法の如くして一とす⁽¹⁰⁹⁾。

注：(108) 本題が前題と異なるのは、邑が長方形になったということだけで、術は同じである。図18参照。

(109) 1里は300歩。邑の東門をA、邑の東南角をB、木のある地点をC、邑の南門をD、南門を出て木が見える地点をEとすれば、注

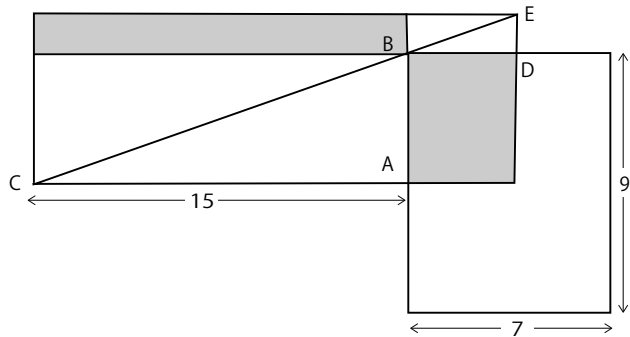


図18

(104) の関係より $DE \times AC = AB \times DB$ であり、術にあるように $DE = \frac{AB \times DB}{AC} = \frac{\frac{7}{2} \times 300 + \frac{9}{2} \times 300}{15 \times 300} = 315$ (歩) と求められる。

訳：今、邑が有り、東西は七里、南北は九里で、それぞれの真ん中に門を開く。東門を出

て15里に木が有る。問う、南門を出て何歩で木が見えるか。

答に曰う、315歩。

術にいう、東門より南の角に至る歩数を、南門より東の角に至る歩数に乗じて実とする。木と東門の隔たりの歩数を法とする。実を法で割る。

[31] 此以東門南至隅四里半爲句率、出東門十五里爲股率、南門東至隅三里半爲見股。所問出南門即見股之句。爲術之意、與上同也。

訓読：此れ東門の南、隅に至る四里半を以て句率と爲し、東門を出づる十五里を股率と爲し、南門の東、隅に至る三里半を見股と爲す。問う所の南門を出づるは即ち見股の句たり。術を爲すの意は上と同じき也⁽¹¹⁰⁾。

注：(110)「句率」がAB、「股率」はAC、「見股」がBDである。本注では、まず里数で計算しており、その方が計算が易くなる。これに従えば

$$DE = \frac{AB \times DB}{AC} = \frac{\frac{7}{2} \times \frac{9}{2}}{15} \times 300 = \frac{63}{60} \times 300 = 315 \text{ (歩) となる。}$$

訳：この問題では、東門より南の角に至る4里半を句率とし、東門を出る15里を股率とし、南門より東の角に至る3里半を既知の股とする。問うている南門を出た歩数は、既知の股に連なる句である。術の意味は上と同じである。

[一九] 今有邑、方不知大小、各中開門。出北門三十歩有木。出西門七百五十歩見木。問、邑方幾何。

答曰、一里。

術曰、令兩出門歩數相乘、因而四之爲實。開方除之、即得邑方^[32]。

訓読：今、邑有り、方は大小を知らず、各おのの中に門を開く。北門を出づること三十歩にして木有り。西門を出づること七百五十歩にして木を見ゆ。問う、邑の方は幾何ぞ⁽¹¹¹⁾。

答に曰う、一里。

術に曰う、兩つの門を出づる歩数をして相乗せしめ、因りて之を四して⁽¹¹²⁾実と爲す。開方して之を除けば、即ち邑の方を得⁽¹¹³⁾。

注：(111) 本題は大きさのわからない正方形の邑があり、各辺の midpoint に門がある。邑の北門をA、邑の北西角をB、木のある地点をC、邑の西門をD、西門を出て木が見える

地点をEとして、邑の一辺(2AB)を求めるといふ問題である。東西と南北は反対であるが、状況は算題[一七]と同じ。図19参照。

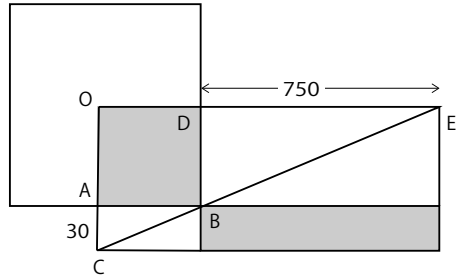


図19

- (112) 「因而」は掛け算を導く表現で、岳麓書院蔵秦簡『数』にも見える。54)の算題【4-3】注(3)、38)の注(47)参照。

- (113) 注(104)の関係から $AB \times DB = AC \times DE$ であり、 $AB = DB$ であるから $(2AB)^2 = 4AB^2 = 4AC \times DE$ である。 $AC = 30$ 、 $DE = 750$ より $2AB = \sqrt{4AC \times DE} = \sqrt{4 \times 30 \times 750} = \sqrt{90000} = 300$ (歩)、すなわち1里である。

訳：今、邑が有り、正方形で1辺の大小はわからないが、各辺の真ん中に門を開いている。北門を出て30歩に木が有る。西門を出て750歩で木が見える。問う、邑の1辺はどれほどか。

答えにいう、1里である。

術にいう、2つの門を出る歩数を互いにかけて、これを4倍して実とする。これを開平方すれば、邑の1辺を得る。

[32] 按、前術「半邑方自乗」、「出東門歩數」除之即「出南門歩數」。今兩出門相乘、爲半(方邑) <邑方> [一] 自乗、居一隅之積分。「因而四之」、即得四隅之積分。故以「爲實。開方除之、即邑方」也。

校訂：[一]「方邑」は誤りで、算題文中にある「邑方」が正しい。邑の一辺の意。

訓読：按ずるに、前術の「邑の方を半にして自乗す」は、「東門を出づるの歩數」もて之を除けば即ち「南門を出づるの歩數」。今、兩つの門を出づるは相乗すれば、邑の方を半にして自乗すと為すは、一隅の積分に居る。「因りて之を四す」れば即ち四隅の積分を得⁽¹¹⁴⁾。故に以て「実と為す。開方して之を除けば、即ち邑の方」也。

注：(114)「積分」は分割された面積の意。16)の注(2)に「積歩」(面積の歩數)や10)の劉注[14]に「積分」(分数の面積)とあり、「積」は面積を表す。また「一隅」は邑の正方形を4つの小正方形に分割したものの1つを表す。ここでの「一隅之積分」は、邑の中心をOとして、小正方形OABDの面積の意で、これは $AB \times DB$ に等しい。これが4つ集まると邑全体の面積となる。

訳：按ずるに、前の術の「邑の一辺を半分にして自乗」したものを、「東門を出た歩数」で割ると「南門を出た歩数」になる。今、2つの門を出た歩数を掛け合わせると、邑の1辺の半分の自乗になるというのは、1つの隅にある小正方形の面積になるということである。「よってこれを4倍する」と4隅の小正方形の面積の和が得られる。ゆえにこれを「実とする。開平方すれば邑の1辺となる」というのである。

[二〇]今有邑、方不知大小、各中開門。出北門二十歩有木。出南門十四歩、折而西行一千七百七十五歩見木。問、邑方幾何。

答曰、二百五十歩。

術曰、以出北門歩數乘西行歩數、倍之爲實^[33]。并出南・[北]^[-]門歩數、爲従法。開方除之、即邑方^[34]。

校訂：[-]文脈より「北」字を補う。

訓読：今、邑有り、方は大小を知らず、各おのの中に門を開く。北門を出づること二十歩に木有り。南門を出づること十四歩にして、折れて西に行くこと一千七百七十五歩にして木を見る。問う、邑の方は幾何ぞ⁽¹¹⁵⁾。

答えに曰う、二百五十歩。

術に曰う、北門を出づる歩数を以て西に行く歩数に乘じ、之を倍し実と為す。南・北門を出づる歩数を并せて従法と為す⁽¹¹⁶⁾。開方して之を除けば、即ち邑の方⁽¹¹⁷⁾。

注：(115) 本題は大きさのわ

からない正方形の邑があり、各辺の midpoint に門がある。邑の北門をA、邑の北西角をB、木のある地点をC、邑の南門をD、南門を出て曲がる地点をE、曲がって西に行つて木が見える地点をFとして、邑

の一辺 (=AD) を求めるという問題である。図20①参照。

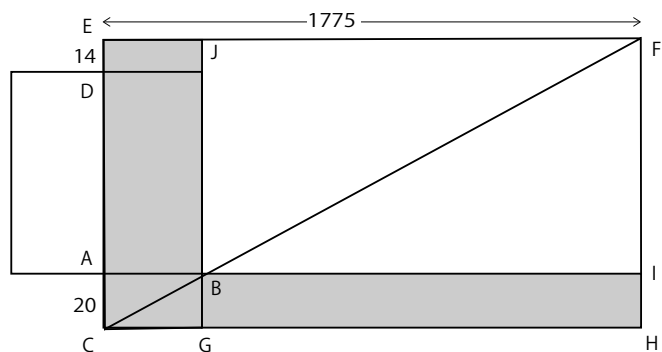


図20①

(116) 図20①のように点G、H、I、Jを定める。注(104)で述べたように、長方形ABJEと長方形BGHIの面積は等しい。ここで両者に長方形ACGBを加えると、長方形CGJEと長方形ACHIの面積が等しいことが得られ、したがって $AB \times EC = AC \times EF$ が成り立つ。邑の正方形の1辺を x とおくと $AB = \frac{x}{2}$ 、 $EC = 20 + x + 14$ であるから $x(x+34) = 2 \times (20 \times 1775) = 71000$ を解くということになる。「従法」は1次の項の係数のこと。

(117) 1次の項を持つ2次方程式なので、「開方」は帯従開平方のこと。60)の注(60)の②に従えば、計算は $(\sqrt{71000 \times 4 + 34^2} - 34) \div 2 = (\sqrt{285156} - 34) \div 2 = (534 - 34) \div 2 = 250$ となる。

訳：今、邑が有り、正方形の1辺の大小はわからないが、各辺の真ん中に門を開いている。北門を出て20歩に木が有る。南門を出て14歩のところまで折れて西へ1775歩で木が見える。問う、邑の1辺はどれほどか。

答えにいう、250歩である。

術にいう、北門を出る歩数を西へ行く歩数に乗じて、これを2倍して実とする。南北の門を出る歩数を合わせて従法とする。(帯従)開平方すれば、邑の1辺である。

[33] 此以折而西行爲股、自木至邑南十四歩爲句、以出北門二十歩爲句率、北門至西隅爲股率即半廣數。故以出北門句率乘西行股、得半廣股率乘句之冪。然此冪居半以西。故又倍之、合半以東也。

訓読：此れ、折れて西行するを以て股と爲し、木自り邑の南十四歩に至るを句と爲し、北門を出づる二十歩を以て句率と爲し、北門より西の隅に至るを股率と爲せば、即ち広を半にするの数。故に北門を出づるの句率を以て西行する股に乗ずれば、広を半にするの股率もて句に乗ずるの冪を得。然れども此の冪は半の以西に居る。故に又た之を倍して、半の以東を合する也⁽¹¹⁸⁾。

注：(118)「股」はEF、「句」はCE、「句率」がACで「股率」がABである。「半廣」の「廣」は邑の一辺。上注(116)で、ABは「半廣股率」すなわち $\frac{x}{2}$ であったから、長方形ECGJに東側も合わせれば帯従開平を行う長方形となる。その面積は $2AB \times EC = AC \times 2EF$ すなわち $x(x+34) = 2 \times (20 \times 1775) = 71000$ である。また「以西」「以東」は名詞で、邑の西半分、東半分を指す。

訳：この問題では、折れて西に行った距離を股とし、木より邑の南14歩までを句とし、北門を出た20歩を句率とし、北門から西の角までを股率とすると、すなわちこれは邑の

幅の半分の数である。ゆえに北門を出た句率を西へ行くところの股に乗ずれば、邑の幅の半分である股率を句に乗じた面積が得られる。しかしながら、この面積は西側の半分を占める。ゆえにまたこれを2倍して、東側の半分を合わせるのである。

[34] 此術之冪、東西廣如邑方、南北自木盡邑南十四步、爲袤。合 [南]_[-] 北步數爲廣・袤差。故連并兩步數爲従法、以爲隅外之冪也。

校訂：[-] 文脈により「南」字を補う。

訓読：此の術の冪は、東西の広は邑の方の如くし、南北は木自り邑の南十四歩に尽きて、袤と為す。南・北の歩数を合して広袤の差と為す。故に兩歩数を連并して従法と為し、以て隅外の冪と為す也⁽¹¹⁹⁾。

注：(119)「此術之冪」は上注[33]で東西を合わせた $2AB$ と EC を2辺に持つ長方形のことで、その面積は $2AB \times EC = x(x+34)$ 。「隅外之冪」は、そこから一辺 x の正方形を除いてできる長方形のことで、その2辺は広 x と従法 $AC+ED=34$ である。図20②参照。

訳：この術の面積、東西の幅(広)は邑の正方形の1辺であり、南北は木から邑の南十四歩までであって、これを袤とする。南・北の歩数を合わせて広袤の差とするので、ゆえに兩歩数を連ね合わせて従法とし、正方形の外にある面積とするのである。

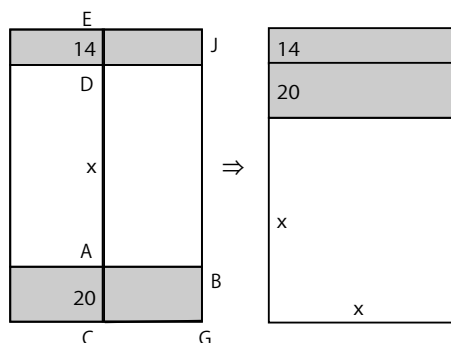


図20②

[二一] 今有邑、方十里、各中開門。甲・乙俱從邑中央而出。乙東出。甲南出、出門不知步數、邪向東門、磨邑適與乙會。率、甲行五、乙行三。問、甲・乙行各幾何。答曰、甲出南門八百步、邪東北行四千八百八十七步半及乙。乙東行四千三百一十二步半。

術曰、令五自乘、三亦自乘、并而半之、爲邪行率。邪行率減於五自乘者、餘爲南行率。以三乘五爲乙東行率^[35]。置邑方、半之、以南行率乘之、如東行率而一、即得出南門步數^[36]。以增邑方半、即南行^[37]。置南行步、求弦者以邪行率乘之、求東者以東行率乘之、各自爲實。實如南行率得一步^[38]。

訓読：今、邑有り、方十里、各おのの中に門を開く。甲・乙俱に邑の中央従り出づ。乙は東に出づ。甲は南に出で、門を出でて歩数を知らず、邪めに東門に向かい、邑を磨りて適に乙と会う。率は、甲の行くこと五、乙の行くこと三。問う、甲・乙の行くこと各おの幾何ぞ⁽¹²⁰⁾。

答えに曰う、甲は南門を出づること八百歩にして、邪めに東北に行くこと四千八百八十七歩半にして乙に及ぶ。乙は東に行くこと四千三百一十二歩半。

術に曰う、五をして自乗せしめ、三も亦た自乗し、并せて之を半にし、邪行率と為す⁽¹²¹⁾。邪行率は五を自乗する者より減じ、余は南行率と為す。三を以て五に乘じて乙の東行率と為す⁽¹²²⁾。邑の方を置き、之を半にし、南行率を以て之に乘じ、東行率の如くして一とすれば、即ち南門を出づる歩数を得。以て邑の方の半を増せば、即ち南行たり。南行の歩を置きて、弦を求むる者は邪行率を以て之に乘じ、東を求むる者は東行率を以て之に乘じ、各自を実と為す。実、南行率の如くして一步を得⁽¹²³⁾。

注：(120) 本題は、句弦和と股の比がわかっているときに算題 [一四] と同じ方法で句・股・弦の比を求め、さらにその比を用いて各辺を求める算題で、これだけ他と解法が異なっている。邑の中心をO、東門をA、甲・乙の出会う場所をB、邑の東南角をC、南門をD、甲が折れる地点をEとすると、句弦和と股の比より $OE+EB : OB = 5 : 3$ である。図21参照。

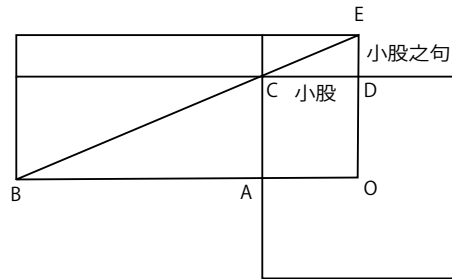


図21

(121) 「邪」は「斜」、斜めの意。60) の注 (62)、(77) 参照。斜行率(弦率)の求め方は算題 [一四] と同じで、弦率を弦と句弦和の積で表す。60) の注 (79)、(85) 参照。計算は $\frac{5^2+3^2}{2}=17$ となり、これが斜行率(弦率)である。

(122) 弦率を弦と句弦和の積で表していたので、

句弦和²-弦率=句弦和²-弦×句弦和=句×句弦和=句率、すなわち南行率となる。また股率=股×句弦和である。60) の注 (86) 参照。計算は、
句率=5²-17=8であり、股率=3×5=15である。

(123) 計算は邑の1辺の半分(AC、CD)が5里すなわち1500歩で、句股の比が8:15だから、南門を出た歩数DE=1500× $\frac{8}{15}$ =800歩である。したがって南行はOE=OD+DE=1500+800=2300歩となる。弦はEB=OE× $\frac{17}{8}$ =2300× $\frac{17}{8}$ =4887 $\frac{1}{2}$ 歩、

東行は $OB=OE \times \frac{15}{8}=2300 \times \frac{15}{8}=4312\frac{1}{2}$ 歩となる。

訳：今、邑が有り、正方形の1辺は10里で、各辺の中央に門を開いている。甲・乙がともに邑の中央から出発する。乙は東に出る。甲は南に出て、門を出て何歩の所かわからないが、そこから斜めに東門の延長線上に向かって、邑の南東角をかすめて行くとちょうど乙と出会った。歩く速さの率は、甲は5、乙は3。問う、甲・乙の行程はどれほどか。

答えにいう、甲は南門を出て800歩のところから、斜めに東北に行くこと4887歩半で乙に達する。乙は東に4312歩半行く。

術にいう、5を自乗し、3もまた自乗し、これらを合わせたものを半分にして斜行率とする。斜行率を5の自乗から引いて、残りを南行率とする。3を5に乗じて乙の東行率とする。邑の1辺を置いて、それを半分にして、南行率をこれに乘じ、東行率で割れば、南門を出てからの歩数が得られる。邑の1辺の半分を足してやれば、南行した歩数となる。南行した歩数を置いて、弦を求めるときは斜行率を乘じ、東行した歩数を求めるときは東行率を乘じ、それぞれを実とする。実を南行率で割れば歩を単位とした答えが得られる。

[35] 求三率之意、與上甲乙同。

訓読：三率を求むるの意は、上の甲乙と同じ⁽¹²⁴⁾。

注：(124)「三率」は「邪行率」「南行率」「東行率」のこと。「上」とは算題[一四]を指す。

訳：3つの率を求める方法は、上の甲乙と同じようにする。

[36] 邑半方、自南門至東隅五里、以爲小股。求出南門歩數爲小股之句、以東行爲股率、南行爲句率。故置邑方、半之、以南行句率乘之、如股率而一。

訓読：邑は方を半にし、南門より東隅に至る五里は、以て小股と為す。南門を出づる歩数を求めて小股の句と為し、東行を以て股率と為し、南行を句率と為す。故に邑の方を置き、之を半にし、南行句率を以て之に乘じ、股率の如くして一とす⁽¹²⁵⁾。

注：(125)「小股」は小句股弦(小直角三角形)の股で図21のCD、「小股之句」は小句股弦の句でDEである。三角形OBEでは、直角を挟む2辺のうち、長い方が東行OBでこれを「股率」とし、短い方が南行OEでこれを「句率」とする。本注[36]は内容として本文に何かを加えるものではない。

訳：邑は一辺を半分にすると、南門より東の角に至る5里となり、これを小股とする。南

門を出てからの歩数を求めて小股の句とし、東行を股率とし、南行を句率とする。ゆえに邑の1辺を置いて、これを半分にして、南行の句率をこれに乗じて、股率で割る。

[37]半邑者、謂從邑心中停也。

訓読：邑を半にする者は、邑心より中停するを謂う也。

訳：「邑を半にする」というのは、邑の中心から門で留まるまでをいうのである。

[38]此術與上甲乙同。

訓読：此の術上の⁽¹²⁶⁾甲乙と同じ。

注：(126)「上」は算題[一四]を指す。

訳：この術は上の甲乙と同じようにする。

[二二]有木、去人不知遠近。立四表、相去各一丈、令左兩表與所望參相直。從後右表望之、入前右表三寸。問、木去人幾何。

答曰、三十三丈三尺三寸少半寸。

術曰、令一丈自乗爲實。以三寸爲法。實如法而一^[39]。

訓読：木有り、人を去ること遠近を知らず。四表を立て⁽¹²⁷⁾、相去ること各おの一丈、左の兩表と望む所の參をして相直たらしむ。後右の表より之を望めば、前右の表より入ること三寸⁽¹²⁸⁾。問う、木の人を去ること幾何ぞ。

答えに曰う、三十三丈三尺三寸少半寸。

術に曰う、一丈をして自乗せしめて実と為す。三寸を以て法と為す。実、法の如くして一とす⁽¹²⁹⁾。

注：(127)「表」は目印、旗印。「立四表」で正方形の四隅に旗印を立てるということ。

(128)木のある地点をA、前左表をB、後左表をCとすると、「參」はA、B、Cの3点を指す。さらに後右表をD、前右表をE、前右表から3寸入った地点をFとすると、全体の位置関係は図22のようになる。ここで人は後左表の地点Cであり、本題は人と木の間

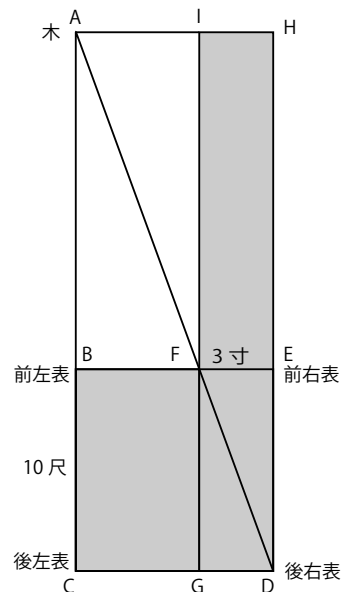


図22

の距離ACを求める問題である。

(129) 図22のように点G、H、Iを定める。注(104)で述べたように、長方形BCGFと長方形HIFEの面積は等しい。ここで両者に長方形FGDEを加えると、正方形BCDEと長方形HIGDの面積が等しいことが得られ、 $AC \times EF = CD \times DE$ が成り立つ。したがって計算は $AC = \frac{CD \times DE}{EF} = \frac{100 \times 100}{3} = 3333\frac{1}{3}$ (寸) すなわち33丈3尺3 $\frac{1}{3}$ 寸となる。

訳：木が有り、人からどれくらい離れているかその距離はわからない。正方形の四隅に表(旗印)を、各辺を1丈離して立てた。左の両方の表と望む所の三点が一直線になるようにする。右後ろの表から木を見ると右前の表から3寸入った。問う、木が人から離れているのはどれほどか。

答えにいう、33丈3尺3 $\frac{1}{3}$ 寸である。

術にいう、1丈を(寸に直し)自乗して実とする。3寸を法とする。実を法で割る。

[39] 此以「入前右表三寸」爲句率、右兩表相去一丈爲股率、左右兩表相去一丈爲見句、所問木去人者見句之股。股率當乘見句、此二率俱一丈、故曰「自乘」。以三寸爲法。實如法得一寸。

訓読：此れ「前右の表に入ること三寸」を以て句率と爲し、右の両表の相去る一丈を股率と爲し、左右の両表の相去る一丈を見句と爲せば、問う所の木の人の去る者は見句の股⁽¹³⁰⁾。股率は当に見句に乗ずべし。此の二率は俱に一丈にして、故に「自乗す」と曰う。三寸を以て法と爲す。実、法の如くして一寸を得。

注：(130)「入前右表三寸」は図22のEFでこれが「句率」、「右兩表相去一丈」はDEでこれが「股率」、「左右兩表相去一丈」はCDでこれが「見句」、「所問木去人者」はACでこれを「見句之股」とする。

訳：この問題は、右前の表から入る3寸を句率とし、右の両方の表の距離である1丈を股率とし、左右両方の表が隔たる1丈を既知の句とし、問うている木の人の人からの距離は、既知の句に連なる股とする。股率はまさに既知の句に乗じるのである。この2率はともに1丈であり、ゆえに「自乗する」といつているのである。3寸を法とする。実を法で割れば寸を単位とする答えが得られる。

[二三] 有山、居木西、不知其高。山去木五十三里、木高九丈五尺。人立木東三里、望木末適與山峯斜平。人目高七尺。問、山高幾何。

答曰、一百六十四丈九尺六寸太半寸。

術曰、置木高、減人目高七尺、餘以乘五十三里爲實。以人去木三里爲法。實如法而一。所得加木高、即山高^[40]。

訓読：山有り、木の西に居りて、其の高を知らず。山の木を去ること五十三里、木の高は九丈五尺。人木の東三里に立ちて、木の末を望めば適に山峯と斜平す。人目の高は七尺。問う、山の高は幾何ぞ⁽¹³¹⁾。

答えに曰う、一百六十四丈九尺六寸太半寸。

術に曰う、木の高を置き、人目の高七尺を減じ、余は以て五十三里に乗じて実と為す。人の木を去る三里を以て法と為す。実法の如くして一とす。得る所は木の高を加うれば、即ち山の高⁽¹³²⁾。

注：(131) 人目の位置をA、木の先端をB、木の人目の高さの位置をC、山の頂上をD、山の地点の木の高さの位置をEとする。図23参照。本題は注(104)の関係からDEを求め、さらに木の高さを加えて山の高さを求めるとい問題である。

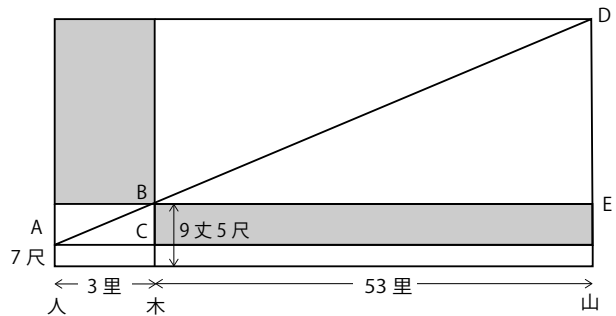


図23

(132) 注(104)の関係により $DE \times AC = BC \times BE$ であり、したがって $DE = \frac{BC \times BE}{AC} = \frac{(95-7) \times 53}{3} = 1554 \frac{2}{3}$ (尺) である。山の高さは $1554 \frac{2}{3} + 95 = 1649 \frac{2}{3}$ (尺) であり、 $\frac{2}{3}$ 尺は $\frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$ 寸なので 164 丈 9 尺 $6 \frac{2}{3}$ 寸である。

訳：山が有り、木の西にあつて、その高さはわからない。山から木までの距離は53里で、木の高さは9丈5尺である。人が木の東3里のところ立ち、木の末端を望むと、その先がちょうど山頂と重なった。人の目の高さは7尺。問う、山の高さはどれほどか。答えにいう、164丈9尺6 $\frac{2}{3}$ 寸。

術にいう、木の高さを置いて、人の目の高さ7尺を減じ、残りを53里に乗じて実とする。人が木から隔たる3里を法とする。実を法で割る。得た答えに木の高さを加えるとそれが山の高さである。

[40] 此術句股之義。以木高減人目高七尺、餘有八丈八尺、爲句率。去人目三里爲股率。山去木五十三里爲見股、以句率乘見股、如股率而一得句。加木之高、故爲山高也。

訓読：此の術は句股の義たり。木高を以て人目の高七尺を減ずれば、余は八丈八尺有り、句率と爲す。人目を去る三里を股率と爲す。山の木を去る五十三里を見股と爲し、句率を以て見股に乘じ、股率の如くして一とすれば句を得。木の高を加うれば、^{もとよ}故り山高と爲す也。

訳：この術は句股術の意である。木の高さは人の目の高さ7尺を減じると、残りは8丈8尺であり、これを句率とする。人目が隔たる3里を股率とする。山が木と隔たる53里を既知の股として、句率を既知の股に乘じ、股率で割れば句を得る。木の高さを加えると、言うまでもなく山の高さとなるのである。

[二四] 今有井、徑五尺、不知其深。立五尺木於井上。從木末望水岸、入徑四寸。問、井深幾何。

答曰、五丈七尺五寸。

術曰、置井徑五尺、以入徑四寸減之、餘以乘立木五尺爲實。以入徑四寸爲法。實如法得一寸^[41]。

訓読：今井有り、徑五尺にして、其の深を知らず。五尺の木を井の上に立て、木の末從り水岸を望めば、徑に入ること四寸⁽¹³³⁾。問う、井の深は幾何ぞ。

答に曰う、五丈七尺五寸。

術に曰う、井の徑五尺を置き、徑に入る四寸を以て之を減じ、余は以て立木五尺に乘じて實と爲す。徑に入る四寸を以て法と爲す。実法の如くして一寸を得⁽¹³⁴⁾。

注：(133) 「木」は棒のこと。井戸の端で棒の立っている地点をA、そこに立つ棒の先端をBとする。さらにACを井戸の直径とし、Cの真下で井戸の水面となる所(水岸)をDとし、ACとBDの交点をEとする。図24参照。本題は、水面までの深さCDを求める問題である。

(134) 注(104)の関係から $CD \times AE = AB \times CE$ である。
 $AB=50$ (寸)、 $AE=4$ (寸)、 $CE=AC-AE=50-4=46$ (寸)で

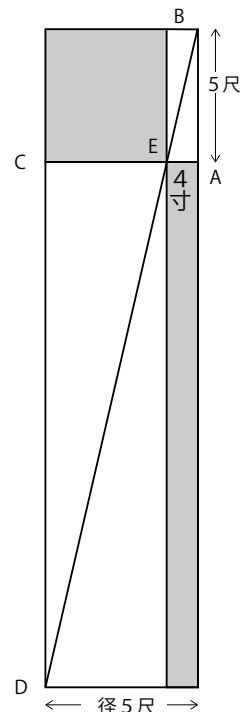


図24

あるので、井戸の深さ $CD = \frac{AB \times CE}{AE} = \frac{50 \times 46}{4} = 575$ (寸)、すなわち5丈7尺5寸である。

訳：今、井戸が有り、直径は5尺であり、その深さはわからない。5尺の棒を井戸の上に立て、棒の先端から井戸の水面の対岸を望むと、径のうちに4寸入る。問う、井戸の深さはどれほどか。

答えにいう、5丈7尺5寸。

術にいう、井戸の直径5尺を置いて、径に入る4寸をこれから減じて、残りは立てた棒の高さ5尺を乗じて実とする。径に入る4寸を法とする。実を法で割ると寸を単位とする答えが得られる。

[41] 此以入径四寸爲句率、立木五尺爲股率。井径四尺六寸爲見句。問井深者、見句之股也。

訓読：此れ径に入る四寸を以て句率と爲し、立木五尺を股率と爲す。井径四尺六寸を見句と爲す。井の深さを問う者は、見句の股也。

訳：この問題は径に入る4寸を句率とし、立てた棒の高さ5尺を股率とする。井戸の径の残り4尺6寸を既知の句とする。井戸の深さを問うているのは、既知の句に連なる股を問うているのである。

参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍「九章算術音義」(文淵閣四庫全書本および四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(『数学セミナー』1975年2月号～1976年4月号)

- 14) 張家山漢簡『算數書』研究会編『漢簡『算數書』－中国最古の数学書－』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 2号(2008年 2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 3号(2008年 6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第 4 四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 5号(2009年 2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 6号(2009年 6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 7号(2009年10月)
- 23) 銭宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 8号(2010年 2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年 6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫 新たに出現した二つの古算書一『数』と『算術』大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年 6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9)大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10)大阪産業大学論集 人文・社会科学編11号(2011年 2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11)大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号(2011年 6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12)大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号(2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)

- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿(13) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号(2012年2月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿(14) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号(2012年6月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(1) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編16号(2012年10月)
- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(2) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号(2013年2月)
- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(3) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号(2013年6月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(4) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号(2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(5) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号(2014年2月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(6) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号(2014年6月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿(15) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編22号(2014年10月)
- 43) 郭書春『九章算術新校』(中国科学技術大学出版社、2013年12月)
- 44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿(16) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号(2015年2月)
- 45) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(17) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号(2015年2月)
- 46) 吳朝陽『張家山漢簡《算數書》校証及相關研究』(江蘇人民出版社、2014年5月)
- 47) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(18) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号(2015年6月)
- 48) 角谷常子『九章算術』訳注稿(19) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号(2015年6月)
- 49) 角谷常子『九章算術』訳注稿(20) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号(2015年10月)
- 50) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(21) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号(2015年10月)

『九章算術』訳注稿 (31) (田村 誠)

- 51) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (22) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編26号 (2016年2月)
- 52) 吉村昌之『九章算術』訳注稿 (23) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編27号 (2016年6月)
- 53) 吉村昌之『九章算術』訳注稿 (24) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編28号 (2016年10月)
- 54) 中国古算書研究会編『岳麓書院藏秦簡『数』訳注 - 秦漢出土古算書訳注叢書 (2) -』(朋友書店、2016年11月)
- 55) 張替俊夫『九章算術』訳注稿 (25) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編29号 (2017年3月)
- 56) 張替俊夫『九章算術』訳注稿 (26) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編30号 (2017年6月)
- 57) 田村誠『九章算術』訳注稿 (27) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編30号 (2017年6月)
- 58) 田村誠『九章算術』訳注稿 (28) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編31号 (2017年10月)
- 59) 大川俊隆『九章算術』訳注稿 (29) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編31号 (2017年10月)
- 60) 大川俊隆、田村誠『九章算術』訳注稿 (30) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編32号 (2018年3月)