

『五曹算経』 訳注[†] 稿 (1)

馬 場 理恵子^{††}

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、田村 誠

馬場 理恵子、張替 俊夫

Translation and Annotation of “The Mathematical Classic of
Wu Cao (五曹算経)” Vol. 1

BABA Rieko

Abstract

“The Mathematical Classic of Wu Cao” was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons (算経十書) during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on “The Nine Chapters on the Mathematical Art (九章算術).”

This is the first article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 19 of the first volume.

『五曹算経』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算経十書の一つで

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

^{††} 京都女子大学 非常勤講師

草 稿 提 出 日 2月28日

最 終 原 稿 提 出 日 3月10日

ある。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『五曹算経』の訳注を完成させることを目的としている。本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。本論文では、『五曹算経』巻一の算題 [一] ～ [十九] に対する訳注を与える。

作者と成書年代：作者と成書年代は不明。『旧唐書』経籍下に「五曹算経五卷（甄鸞撰）」とある。銭宝琮は、甄鸞を西魏・北周の人とし、彼が当時の州県の行政と関連する算術問題を搜集して『五曹算経』の五巻を編纂したと指摘している。田曹・兵曹・集曹・倉曹・金曹の「五曹」が全てみえるのは、東晋の文帝の時の職官として『宋書』百官志にみえる記事が最初であり、このことから、本書の成立年代を甄鸞より以前に考えることもできる。

五曹算経巻一

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉勅注釋⁽¹⁾

注：(1) この文は後世付け加えられたものであると銭宝琮は述べている。

田曹^[1]

訓読：田曹⁽²⁾

注：(2) 田曹は、農事を管轄する官。『晋書』職官志に「太康中、有吏部・殿中及五兵・田曹・度支・左民爲六曹尚書」とみえるが、『五曹算経』でいう五曹は尚書を指すのではなく、將軍などの幕府の属僚（幕僚）を指すのであろう。東晋以降、幕僚における「〇曹」という部門を表す語が頻出する。晋から南北朝時代は刺史や太守などの地方官が將軍を兼任することが常態化したので、これらの幕僚も事実上、地方官化していくという背景がある。幕僚としての職務上、こうした実務的な算術も必要とされたのであろう。

[1] 生人之本、上用天道、下分地利。故田曹爲首。

訓読：人を生かすの本にして、上は天道を用い、下は地利を分かつ。故に田曹を首と爲す。

訳：(田曹とは) 人を生かす根本であり、上は天道を用い（自然の運行をよみ）、下は（農業のために）地の利を区分する。故に田曹を初めとする。

[一]今有方田、廣・從(縦)各五十六步。問爲田幾何。

荅曰、一十三畝奇十六步。

術曰、列田五十六步、自相乗、得三千一百三十六步。以畝法除之、即得。

訓読：今方田有り⁽³⁾、広・從各おの五十六步。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、一十三畝奇十六步⁽⁴⁾。

術に曰う、田五十六步を列^{なら}べ⁽⁵⁾、自ら相乗じて、三千一百三十六步を得。畝法⁽⁶⁾を以て之を除せば、則ち得⁽⁷⁾。

注：(3)「方田」は正方形の田。『孫子算経』巻中[一四]「今有方田、桑生中央。從角至桑一百四十七步。問爲田幾何」。『九章算術』では、方田は長方形の田の意味で用いられる。

(4)「奇」はあまりの意。『孫子算経』巻中[一三]「荅曰、三十一畝奇六十步」。

(5)ここで「列」は「置」と同様に用いられている。『孫子算経』では計算の場合は「置」を用い、計算結果では「列」を用いる。『孫子算経』巻上[八]「凡乗之法、重置其位、上下相觀・・・以上命下、所得之數列於中位」。『五曹算経』ではその区別がなくなったのであろう。

(6)「畝法」は広さの歩数を畝に換算する法(除数)、240のこと。『九章算術』方田[二]「方田術曰、廣從步數相乗得積步。以畝法二百四十步除之、即畝數。百畝爲一頃」。

(7)計算は以下の通り。

$$56\text{步} \times 56\text{步} = 3136\text{平方步}$$

$$3136\text{平方步} \div 240 = 13\text{畝余り}16\text{平方步}$$

訳：今、方田があり、縦と広はそれぞれ56歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、13畝余り16平方歩。

術にいう、田の1辺56歩をならべて、自乗し、3136平方歩を得る。畝法240で割ると、答えが得られる。

[二]今有方田、廣・從(縦)各六十八步。問爲田幾何。

荅曰、一十九畝奇六十四步。

術曰、列田六十八步、自相乗、得四千六百二十四步。以畝法除之、即得。

訓読：今、方田有り、広・従各おの六十八歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、一十九畝奇六十四歩。

術に曰う、田六十八歩を列べ、自ら相乗じて、四千六百二十四歩を得。畝法を以て之を除せば、則ち得⁽⁸⁾。

注：(8) 計算は以下の通り。

$$68\text{歩} \times 68\text{歩} = 4624\text{平方歩}$$

$$4624\text{平方歩} \div 240 = 19\text{畝余り}64\text{平方歩}$$

訳：今、方田があり、広と縦はそれぞれ68歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、19畝と余り64平方歩。

術にいう、田の1辺68歩をならべて、自乗し、4624平方歩を得る。畝法240で割ると、答えが得られる。

[三]今有直田、廣八十歩、従(縦)一百九十歩。問爲田幾何。

答曰、六十三畝奇八十歩。

術曰、列廣八十歩、以従(縦)一百九十歩乘之、得一萬五千二百歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、直田有り⁽⁹⁾、広八十歩、従一百九十歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、六十三畝奇八十歩。

術に曰う、広八十歩を列べ、従一百九十歩を以て之に乗じ、一万五千二百歩を得。畝法を以て之を除せば、則ち得⁽¹⁰⁾。

注：(9) 「直田」は長方形の田。算術文献中の本文に「直田」と出てくるのは本題が最初。

注釈中に見えるものでは『九章算術』方田 [二六]「術曰、半廣以乘正従」の劉注に「半廣者、以盈補虚爲直田也」とあり、長方形の意で用いられている。参考文献5)注(71)参照。

(10) 計算は以下の通り。

$$80\text{歩} \times 190\text{歩} = 15200\text{平方歩}$$

$$15200\text{平方歩} \div 240 = 63\text{畝余り}80\text{平方歩}$$

訳：今、直田があり、広は80歩、縦は190歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、63畝と余り80平方歩。

術にいう、広80歩をならべ、縦190歩をこれに掛けて、15200平方歩を得る。畝法240で割ると、答えが得られる。

[四]今有圭田、從(縦)三十歩、一頭廣二十四歩、一頭無歩。問爲田幾何。

荅曰、一畝奇一百二十歩。

術曰、列一頭廣二十四歩、半之、得一十二歩。以從(縦)三十歩乘之、得三百六十歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、圭田有り⁽¹¹⁾、從三十歩⁽¹²⁾、一頭⁽¹³⁾の広二十四歩、一頭、歩無し。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

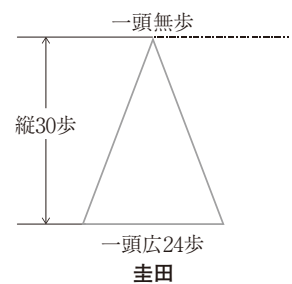
答に曰う、一畝奇一百二十歩。

術に曰う、一頭の広二十四歩を列べて、之を半にし、一十二歩を得。從三十歩を以て之に乗じて、三百六十歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽¹⁴⁾。

注：(11)「圭田」とは、二等辺三角形の田。『九章算術』方田 [二五] [二六]「又有圭田 廣十二歩、正從二十一步。・・・術曰、半廣以乘正從」。参考文献5) 参照。

(12)「從」は二等辺三角形の高さに当たる。『九章算術』では「正從」と呼ぶ。前注(11) 参照。

(13)「一頭」とは、一端。「一頭無歩」とは一端の辺がないということ。この両者の隔たりが「從」である。ここでは三角形であることを表している。『九章算術』方田 [二七]「今有邪田、一頭廣三十歩、一頭廣四十二歩、正從六十四歩。問爲田幾何」。



(14) 計算は以下の通り。

$$24歩 \div 2 = 12歩$$

$$12歩 \times 30歩 = 360平方歩$$

$$360平方歩 \div 240 = 1畝余り120平方歩$$

訳：今、圭田があり、高さは30歩、底辺は24歩で、反対の端には歩がない。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、1畝と余り120平方歩。

術にいう、底辺にあたる広80歩をならべ、これを2で割り、12歩を得る。高さ30歩をこれに掛けて、360平方歩を得る。畝法240で割ると、答えが得られる。

[五]今有腰鼓田、従(縦)八十二歩、兩頭各廣三十歩、中央廣十二歩。問爲田幾何。答曰、八畝奇四十八歩。

術曰、并三廣得七十二歩、以三除之、得二十四歩。以従(縦)八十二歩乘之、得一千九百六十八歩。以畝法除之、即得。

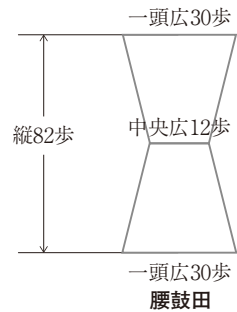
訓読 :今、腰鼓田有り⁽¹⁵⁾、従八十二歩、兩頭⁽¹⁶⁾各おの広三十歩、中央の広十二歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、八畝奇四十八歩。

術に曰う、三広を并せて七十二歩を得、三を以て之を除せば、二十四歩を得。従八十二歩を以て之に乘じ、一千九百六十八歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽¹⁷⁾。

注:(15)「腰鼓田」について。「腰鼓」とは、古代の打楽器をいう。

側面から見ると両端が大きく、真ん中がくびれて細くなっている。所謂「こしづつみ」。本題では長辺30歩、短辺12歩の二つの等脚台形を短辺であわせた形の田をいう。『楊輝算法』「田畝比類乗除捷法」巻上に「腰鼓田」と関連する田形として「三廣田」が挙げられている。「一頭廣四歩、一頭廣六歩、中廣八歩、正従一十二歩。問田幾何。答曰、七十八歩」とあり、計算は「倍中闊爲十六歩、併兩廣十歩、其二十六。用長十二乗、得三百一十二、以四除之」のように行う。則ち $(中広 \times 2 + 一頭広 + 一頭広) \div 4 \times 正従$ となり、これを畝法240で割ると答えが得られる。本題では後注(17)のように計算しているが、これでは求められず『楊輝算法』が正しい。台形単体であれば、上下辺の平均から面積を求めることができるが、本題は上中下辺の平均を用いて面積を求めようとしているので、誤っている。



(16)「兩頭」とは、平行に向かい合う両端の辺のこと。台形の平行する一辺を「一頭」という。台形の面積の求め方は $(一頭広 + 一頭広) \div 2 \times 従$ 。『九章算術』方田 [二七]「今有邪田、一頭廣三十歩、一頭廣四十二歩、正従六十四歩。問爲田幾何。…術曰、并兩邪而半之、以乘正若廣。又可半正従若廣、以乘并、畝法而一」。

(17) 本題では以下のように計算するが、解法は誤っている。

$$30\text{歩} + 30\text{歩} + 12\text{歩} = 72\text{歩}$$

$$72\text{歩} \div 3 = 24\text{歩}$$

$$82\text{歩} \times 24\text{歩} = 1968\text{平方歩}$$

$$1968\text{平方歩} \div 240 = 8\text{畝余り}48\text{平方歩}$$

「三広田」の計算に従うと以下のようになり、正しい答えが得られる。

$$(30\text{歩} + 30\text{歩} + 12\text{歩} \times 2) \div 4 \times 82\text{歩} = 1722\text{平方歩}$$

$$1722\text{平方歩} \div 240 = 7\text{畝余り}42\text{平方歩}$$

訳：今、腰鼓田があり、高さは82歩、両端の広はおのの30歩で、中央の広は12歩である。

問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、8畝と余り48平方歩。

術にいう、3つの広を足して72を求め、3で72を割ると、24歩が得られる。縦82歩を24歩に掛けて、1967平方歩を得る。畝法240を以てこれを割ると、答えが得られる。

[六]今有鼓田、兩頭各廣四十歩、中央廣五十二歩、從(縦)八十五歩。問爲田幾何。答曰、一十五畝奇一百四十歩。

術曰、并三廣得一百三十二歩、以三除之、得四十四歩。以從(縦)八十五歩乘之、得三千七百四十歩。以畝法除之、即得。

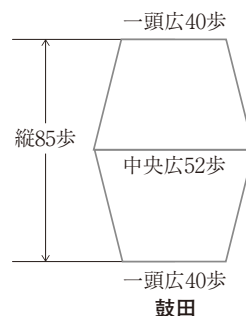
訓読：今、鼓田有り⁽¹⁸⁾、兩頭各おのの広四十歩、中央の広五十二歩、從八十五歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、一十五畝奇一百四十歩。

術に曰う、三広を併せて一百三十二歩を得、三を以て之を除せば、四十四歩を得。從八十五歩を以て之に乘じ、三千七百四十歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽¹⁹⁾。

注：(18)「鼓」について。「鼓」は打楽器で、上下が狭く真ん中が膨らんだ形状をしている。ここでは、短辺40歩、長辺52歩の等脚台形を長辺で合わせた形の田。本題では後注(19)のように計算するが、前題[五]「腰鼓田」と同じく解法が誤っている。

(19)本題の計算は以下のようなのであるが、解法は誤っている。



$$40\text{歩} + 40\text{歩} + 52\text{歩} = 132\text{歩}$$

$$132\text{歩} \div 3 = 44\text{歩}$$

$$44\text{歩} \times 85\text{歩} = 3740\text{平方歩}$$

$$3740\text{平方歩} \div 240 = 15\text{畝余り}140\text{平方歩}$$

前注(15)で挙げた「三広田」の計算に従うと以下のようになり、正しい答えが得られる。

$$(40\text{歩} + 40\text{歩} + 52\text{歩} \times 2) \div 4 \times 85\text{歩} = 3910\text{平方歩}$$

$$3910\text{平方歩} \div 240 = 16\text{畝余り}70\text{平方歩}$$

訳：今、鼓田があり、両端の広はおのおの40歩、中央の広は52歩、縦は85歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、15畝と余り140歩。

術にいう、3つの広を足して132を求め、3で132を割ると、44歩が得られる。縦85歩を44歩に掛けて、3740平方歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[七]今有弧田、弦八十歩、矢五歩。問爲田幾何。

答曰、二百歩。

術曰、列弦八十歩、半之、得四十歩。以矢五歩乘之、即得。

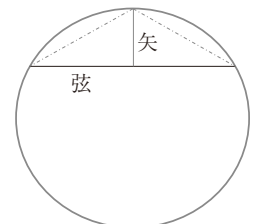
訓読：今、弧田有り⁽²⁰⁾、弦八十歩、矢五歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、二百歩。

術に曰う、弦八十歩を列べ、之を半にし、四十歩を得。矢五歩を以て之に乗ずれば、即ち得⁽²¹⁾。

注：(20) 弧田は、弓形の田。本題では円の内接三角形(右図参照)

の面積を求めている。『九章算術』方田[三五][三六]では「今有弧田、弦三十歩、矢十五歩。問爲田幾何。……術曰、以弦乘矢、矢又自乗、并之、二而一」とあり、(弦×矢+矢²)÷2とする近似を与えているが、これは弧田が半円の時に内接正12角形の半分の面積で近似するものである。『張丘建算経』巻中では『九章算術』の逆算が行われている。



弧田

(21) 本題では以下のように計算しており、内接する二等辺三角形の面積を求めているにすぎない。

$$80\text{歩} \div 2 = 40\text{歩}$$

$$40\text{歩} \times 5\text{歩} = 200\text{平方歩}$$

『九章算術』方田の弧田の術文に従うと以下のようなになる。

$$(80 \times 5 + 5^2) \div 2 = 212.5\text{平方歩}$$

訳：今、弧田があり、弦80歩、矢5歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、200歩。

術にいう、弦80歩をならべ、2で割ると、40歩を得る。矢5歩を40歩に掛けると、答えが得られる。

[八]今有蛇田、頭廣三十三歩、胃廣五十七歩、尾廣十八歩、従(縦)九十(二)歩^[-]。問爲田幾何。

答曰、一十三畝奇一百九十二歩。

術曰、并三廣得一百八歩、以三除之、得三十六歩。以従(縦)九十二歩乘之、得三千三百一十二歩。以畝法除之、即得。

校訂：[-] 載震本に従い「二」を補う。

訓読：今、蛇田有り⁽²²⁾、頭広三十三歩、胃広五十七歩、尾広十八歩、従九十二歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

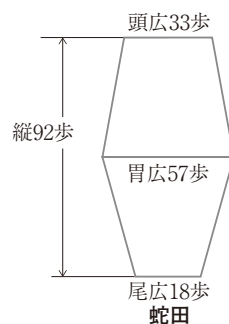
答に曰う、一十三畝奇一百九十二歩。

術に曰う、三広を并せて一百八歩を得、三を以て之を除せば、三十六歩を得。従九十二歩を以て之に乘じ、三千三百一十二歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽²³⁾。

注：(22)「蛇田」とは、「鼓田」の一頭広異なる形の田で、おながふくらんだ蛇のような形になる。

(23) 本題は胃広の位置によって答えが異なり、問題として不完全問題である。計算は以下の通りであるが、解法は誤っている。

$$33\text{歩} + 57\text{歩} + 18\text{歩} = 108\text{歩}$$



$$108\text{歩} \div 3 = 36\text{歩}$$

$$36\text{歩} \times 92\text{歩} = 3312\text{平方歩}$$

$$3312\text{平方歩} \div 240 = 13\text{畝余り}192\text{平方歩}$$

胃広の中広(ちょうど中間)にある場合には、注(15)で挙げた「三広田」の計算に従えば以下のように正しい答えが得られる。

$$(33\text{歩} + 18\text{歩} + 57\text{歩} \times 2) \div 4 \times 92\text{歩} = 3795\text{平方歩}$$

$$3795\text{平方歩} \div 240 = 15\text{畝余り}195\text{平方歩}$$

訳：今、蛇田があり、頭広33歩、胃広57歩、尾広18歩、縦92歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、13畝と余り192平方歩。

術にいう、3つの広を足して108歩を求め、3で108歩を割ると、36歩が得られる。縦92歩を36歩に掛けて、3312平方歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[九]今有牆田、方周一千歩。問爲田幾何。

答曰、二頃六十畝奇一百歩。

術曰、列田方周一千歩、以四除之、得二百五十歩、自相乗、得六萬二千五百歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、牆田有り⁽²⁴⁾、方の周一千歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、二頃六十畝奇一百歩。

術に曰う、田の方の周一千歩を列べ、四を以て之を除せば、二百五十歩を得、自ら相乗じて、六万二千五百歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽²⁵⁾。

注：(24) 牆田について。「牆」は「垣根」のこと。垣根によって囲われた正方形の田。

(25) 本題での計算は以下の通り。

$$1000\text{歩} \div 4 = 250\text{歩} \quad \dots \text{正方形の一辺}$$

$$250\text{歩} \times 250\text{歩} = 62500\text{平方歩}$$

$$62500\text{平方歩} \div 240 = 2\text{頃}60\text{畝余り}100\text{平方歩} \quad (1\text{頃は}100\text{畝})$$

訳：今、牆田があり、正方形の周1000歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、2頃60畝と余り100平方歩。

術にいう、正方形の周1000歩をならべて、4で1000歩を割ると、250歩が得られ、250歩を自乗すると、62500平方歩が得られる。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[十]今有簫田^[-]、從(縦)四十八歩、一頭廣二十五歩、一頭廣三十五歩。問爲田幾何。答曰、六畝。

術曰、并二廣得六十歩、半之、得三十歩。以從(縦)四十八歩乘之、得一千四百四十歩。以畝法除之、即得。

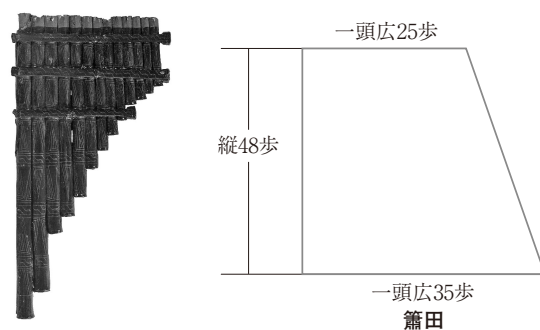
校訂：[-] 南宋本は誤りて「簫」に作る。載震本に従い「簫」に改める。

訓読：今、簫田有り⁽²⁶⁾、從四十八歩、一頭の廣二十五歩、一頭の廣三十五歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、六畝。

術に曰う、二廣を并せて六十歩を得、之を半にし、三十歩を得。從四十八歩を以て之に乘じ、一千四百四十歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽²⁷⁾。

注：(26)「簫田」について。簫は竹管を使った縦吹き楽器で、長さの異なる管を並べたパンパイプと呼ばれる形のもの。排簫。湖北省随県曾侯乙墓から最古の排簫が出土している(右写真参照)。「簫田」はその形に似たもので、直角台形(半梯)の田を指す。



(曾侯乙墓出土『排簫』)

(27) 本題の計算は以下の通り。

$$25歩 + 35歩 = 60歩$$

$$60歩 \div 2 = 30歩$$

$$30歩 \times 48歩 = 1440平方歩$$

$$1440平方歩 \div 240 = 6畝$$

訳：今、簾田があり、縦48歩、1端の広は25歩、1端の広は35歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、6畝。

術にいう、2つの広を足して60歩を得、60歩を2で割ると、30歩が得られる。縦48歩を30歩に掛けて、1440平方歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一一]今有田、桑生中央。從隅至桑一百四十七歩。問爲田幾何。

答曰、一頃八十三畝奇一百八十歩。

術曰、列一百四十七歩、以二乗之、得二百九十四歩。以五乗之、得一千四百七十歩。以七除之、得二百一十歩、自相乗、得四萬四千一百歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、田有り、桑、中央に生ず⁽²⁸⁾。隅より桑に至るまで一百四十七歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、一頃八十三畝奇一百八十歩。

術に曰う、一百四十七歩を列べ、二を以て之に乘じ、二百九十四歩を得。五を以て之に乘じ、一千四百七十歩を得。七を以て之を除せば、二百一十歩を得、自ら相乗じて、四万四千一百歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽²⁹⁾。

注：(28) 対角線の長さより正方形の一辺を求め、そこから正方形の面積を求める問題である。『孫子算経』に本題と数字・解法とも一致した同一問題がある。巻中 [一四] 「今有方田、桑生中央。從角至桑一百四十七歩」。対角線の自乗を半分にして面積を与える方が正確な計算であるが、本題の方法では大きな近似値を与えている。

(29) 本題での計算は以下の通り。

$$147歩 \times 2 = 294歩$$

$$294歩 \times 5 = 1470歩$$

$$1470歩 \div 7 = 210歩$$

$$210歩 \times 210歩 = 44100平方歩$$

$$44100平方歩 \div 240 = 1 頃83畝余り180平方歩$$

訳：今、田があり、桑が中央に生えていて、田の角から桑まで147歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、1頃83畝と余り180歩。

術にいう、147歩をならべて、2を掛けて、294歩を得る。5を294歩に掛けて、1470歩を得る。7で1470歩を割ると、210歩が得られ、210歩を自乗すると、44100歩が得られる。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一二]今有丘田、周六百四十歩、徑三百八十歩。問爲田幾何。

荅曰、二頃五十三畝奇八十歩。

術曰、列周六百四十歩、半之、得三百二十歩。又列徑三百八十歩、半之、得一百九十歩。二位相乗得六萬八百歩。以畝法除之、即得。

訓読：今丘田有り⁽³⁰⁾、周六百四十歩、徑三百八十歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

荅に曰う、二頃五十三畝奇八十歩。

術に曰う、周六百四十歩を列べ、之を半にし、三百二十歩を得。又徑三百八十歩を列べ、之を半にし、一百九十歩を得。二位は相乗じて六万八百歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽³¹⁾。

注：(30)「丘田」について。丘のように隆起した形の田。本題は『孫子算経』巻中[二一]と数字・解法ともに同じ問題である。「今有丘田、周六百三十九歩、徑三百八十歩。・・・」。この「丘田」を『九章算術』では「宛田」とよぶ。「丘田」「宛田」における「徑」は、直径の義ではなく、直径の両端と頂点を結ぶ最短線のことをいう。『九章算術』方田[三三]「今有宛田、下周三十歩、徑十六歩。問爲田幾何。・・・術曰、以徑乘周、四而一」。

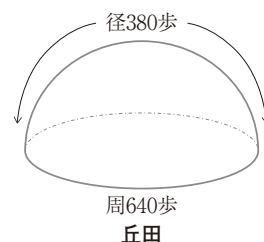
(31) 本題での計算は以下の通り。

$$640歩 \div 2 = 320歩$$

$$380歩 \div 2 = 190歩$$

$$320歩 \times 190歩 = 60800平方歩$$

$$60800平方歩 \div 240 = 2頃53畝余り80歩$$



訳：今、丘田があり、円周640歩、徑380歩である。田の面積はどれだけか。

荅にいう、2頃53畝と余り80歩。

術にいう、円周640歩をならべ、これを半分にして、320歩を得る。また、徑380歩をならべ、これを半分にして、190歩を得る。二つの値を互いに掛けて60800歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一三] 今有箕田、一頭廣八十六歩、一頭廣四十歩、從(縦)九十歩。問爲田幾何。
 荅曰、二十三畝奇一百五十歩。

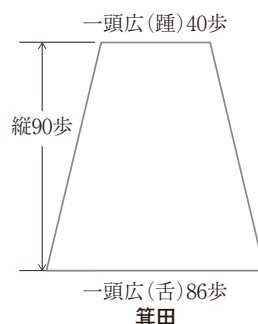
術曰、并二廣得一百二十六歩、半之、得六十三歩。以從(縦)九十歩乘之、得五千六百七十歩。以畝法除之、即得。

訓読：今箕田有り⁽³²⁾、一頭の広八十六歩、一頭の広四十歩、從九十歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、二十三畝奇一百五十歩。

術に曰う、二広を并せて一百と二十六歩を得、之を半にし、六十三歩を得。從九十歩を以て之に乘じ、五千六百七十歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽³³⁾。

注：(32)「箕田」とは等脚台形の田。『九章算術』では長辺を「舌」、短辺を「踵」といい、本題では「一頭廣八十六歩」が「舌」、「一頭廣四十歩」が「踵」にあたる。『九章算術』方田 [二九] 「今有箕田、舌廣二十歩、踵闊五歩、正從三十歩。……術曰、并踵舌而半之、以乘正從。畝法而一」。



(33) 本題の計算は以下の通り。

$$86歩 + 40歩 = 126歩$$

$$126歩 \div 2 = 63歩$$

$$63歩 \times 90歩 = 5670平方歩$$

$$5670平方歩 \div 240 = 23畝余り150歩$$

訳：今、箕田があり、一端の広が86歩、一端の広が40歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、23畝と余り150歩。

術にいう、二つの広を合わせて126歩を得、これを半分にして、63歩を得る。縦90歩を63歩に掛けて、5670歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一四] 今有四不等田、東三十五歩、西四十五歩、南二十五歩、北一十五歩。問爲田幾何。

荅曰、三畝奇八十歩。

術曰、并東西得八十歩、半之、得四十歩。又并南北得四十歩、半之、得二十歩。二位相乗得八百歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、四不等田有り⁽³⁴⁾、東三十五歩、西四十五歩、南二十五歩、北一十五歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、三畝奇八十歩。

術に曰う、東西を并せて八十歩を得、之を半にし、四十歩を得。又南北を并せて四十歩を得、之を半にし、二十歩を得。二位相乗じて八百歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽³⁵⁾。

注：(34)「四不等田」とは、不等辺四角形の田のこと。本題は問題として不完全問題である。後注(35)のように面積を求めているが、この計算では不等辺四角形的面積を求めることはできない。『楊輝算法』「田畝比類乗除捷法」巻下に「五曹刊誤三題」とあり、『五曹算経』の計算法では不等辺四角形的面積は求められないと言及されている。「五曹四不等田・・・答稱三畝八十歩、非」。本題は、前題までが台形の問題であったことを考慮すると、二辺が平行である四角形を想定し、台形の類型問題として立てられた可能性もある。

(35) 本題は以下のように計算しているが、そもそも不等辺四角形の形が決まらないので、面積を求めることはできない。

$$(35歩 + 45歩) \div 2 = 40歩$$

$$(25歩 + 15歩) \div 2 = 20歩$$

$$40歩 \times 20歩 = 800平方歩$$

$$800平方歩 \div 240 = 3畝余り80歩$$

訳：今、四方の長さが等しくない田があり、東が35歩、西が45歩、南が25歩、北が15歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、3畝と余り80歩。

術にいう、東西の長さを合わせて80歩を得、これを半分にし、40歩を得る。又南北の長さを合わせて40歩を得、これを半分にして、20歩を得る。二つの値を互いに掛けて800歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一五]今有覆月田、從(縦)三十歩、徑十歩。問爲田幾何。

荅曰、一百五十歩。

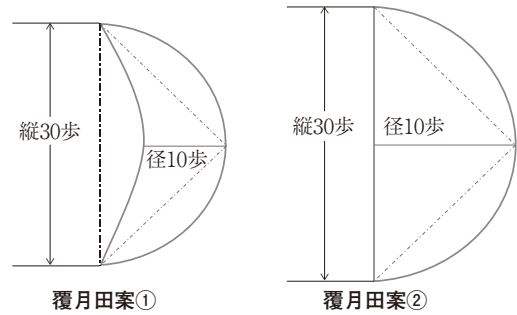
術曰、列徑十歩、半之、得五歩。以從(縦)三十歩乘之、即得。

訓読：今覆月田有り⁽³⁶⁾、從三十歩、徑十歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、一百五十歩。

術に曰う、徑十歩を列べ、之を半にし、五歩を得。從三十歩を以て之に乗ずれば、即ち得⁽³⁷⁾。

注：(36)「覆月田」とは、半楕円もしくは三日月のような形を想定したものか(図案①、案②参照)。いずれにしても三角形で近似をするので、計算法は弧矢田と同じ。日本の関孝和『求積』では、「覆月」を半円としているが、本題はそれとは異なる。



(37) 本題での計算は以下の通り。弧田を求めるのと同様の計算法で、これでは内接する二等辺三角形の面積しか求められない。

$$10\text{歩} \div 2 = 5\text{歩}$$

$$5\text{歩} \times 30\text{歩} = 150\text{歩}$$

訳：今、覆月田があり、縦30歩、径10歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、150歩。

術にいう、径10歩をならべ、これを半分にして、5歩を得る。縦30歩を5歩に掛けると、答えが得られる。

[一六]今有田、形如牛角。從(縦)五十歩、口廣二十歩。問爲田幾何。

荅曰、二畝奇二十歩。

術曰、列口廣二十歩、半之、得十歩。以從(縦)五十歩乘之、得五百歩。以畝法除之、即得。

訓読：今田有り、形は牛角の如し。従五十歩、口広二十歩⁽³⁸⁾。問う、田を為すこと幾何ぞ。
答に曰う、二畝奇二十歩。

術に曰う、口広二十歩を列べ、之を半にし、十歩を得。従五十歩を以て之に乘じ、五百歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽³⁹⁾。

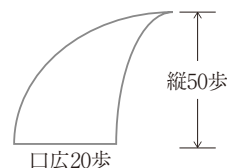
注：(38) 本題は牛の角のような形の田を求める問題で、これを三角形として考えている。
『楊輝算法』「田畝比類乗除捷法」巻下では「牛角田」という言葉があるが、本題の想定とは異なっている。「口広」は牛角の根元にあたる所。

(39) 本題の計算は以下の通り。三角形として求めている。

$$20\text{歩} \div 2 = 10\text{歩}$$

$$10\text{歩} \times 50\text{歩} = 500\text{平方歩}$$

$$500\text{平方歩} \div 240 = 2\text{畝余り}20\text{歩}$$



訳：今、田があり、形は牛の角のようである。縦50歩、口広20歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、2畝と余り20歩。

術にいう、口広20歩をならべ、これを半分にして、10歩を得る。縦50歩を10歩に掛けて500歩を得る。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一七]今有圓田、周七十八歩、徑二十六歩。問爲田幾何。

答曰、二畝奇二十七歩。

術曰、先列周七十八歩、半之、得三十九歩。又列徑二十六歩、半之、得一十三歩。二位相乗得五百七歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、円田有り⁽⁴⁰⁾、周七十八歩、徑二十六歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答に曰う、二畝奇二十七歩。

術に曰う、先に周七十八歩を列べ、之を半にし、三十九歩を得。又徑二十六歩を列べ、之を半にし、一十三歩を得。二位相乗じて五百七歩を得。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽⁴¹⁾。

注：(40) 「円田」とは円形の田。『九章算術』方田[三一]「今有圓田、周三十歩、徑十歩……術曰、半周半径相乗得積歩」。なお、周78歩、徑26歩なので、本題では円

周率は3であると分かる。(径26×3=周78)。

(41) 本題の計算は以下の通り。

$$78\text{歩} \div 2 = 39\text{歩}$$

$$26\text{歩} \div 2 = 13\text{歩}$$

$$39\text{歩} \times 13\text{歩} = 507\text{平方歩}$$

$$507\text{平方歩} \div 240 = 2\text{畝余り}27\text{歩}$$

訳：今、円田があり、周78歩、径26歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、2畝と余り27歩。

術にいう、先に周78歩をならべ、これを半分にして、39歩を得る。又径26歩をならべ、これを半分にして、13歩を得る。二つの値を互いに掛けると507歩が得られる。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

[一八] 今有環田、外周三十歩、内周一十二歩、徑三歩。問爲田幾何。

答曰、六十三歩。

術曰、并内外周得四十二歩、半之、得二十一步。以徑三歩乘之、即得。

訓読：今、環田有り⁽⁴²⁾、外周三十歩、内周一十二歩、徑三歩。問う、田を爲すこと幾何ぞ。

答に曰う、六十三歩。

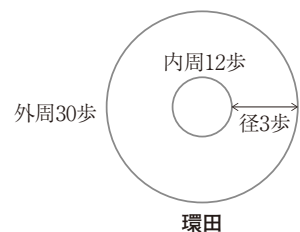
術に曰う、内外周を并せて四十二歩を得、之を半にし、二十一步を得。径三歩を以て之に乗ずれば、即ち得⁽⁴³⁾。

注：(42) 「環田」はドーナツ状の形の田。『九章算術』方田 [三七] [三八] 「今有環田、中周九十二歩、外周一百二十二歩、徑五歩。・・・術曰、并中・外周而半之、以徑乘之、爲積歩」。本題の計算法は『九章算術』と同じである。「環田」における「径」は外周の半径より内周の半径を引いた差をいう。

(43) 本題の計算は以下の通り。

$$(30\text{歩} + 12\text{歩}) \div 2 = 21\text{歩}$$

$$21\text{歩} \times 3\text{歩} = 63\text{平方歩}$$



訳：今、環田があり、外周30歩、内周12歩、径3歩である。問う、田の面積はどれだけか。

答にいう、63歩。

術にいう、内外の周を合わせて42歩を得、これを半分にして、21歩を得る。径3歩をこれに掛ければ、答えが得られる。

[一九]今有田、従(縦)一百歩、廣四十二歩。中有圓池、周三十歩、徑一十歩。問池占外爲田幾何。

荅曰、一十七畝奇四十五歩。

術曰、列従(縦)一百歩、以廣四十二歩乘之、得四千二百歩、爲田積。又列池周三十歩、半之、得一十五歩。列徑一十歩、半之、得五歩。二位相乗得七十五歩、爲池積。以減田積、餘四千一百二十五歩。以畝法除之、即得。

訓読：今、田有り、従一百歩、広四十二歩。中に円池有り、周三十歩、径一十歩⁽⁴⁴⁾。問う、池の占むるの外に田を為すこと幾何ぞ。

荅に曰う、一十七畝奇四十五歩。

術に曰う、従一百歩を列べ、広四十二歩を以て之に乘じ、四千二百歩を得、田積と為す。又池の周三十歩を列べ、之を半にし、一十五歩を得。径一十歩を列べ、之を半にし、五歩を得。二位相乗じて七十五歩を得、池積と為す。以て田積より減ずれば、余は四千一百二十五歩。畝法を以て之を除せば、即ち得⁽⁴⁵⁾。

注：(44) 本題は長方形の田の中に円形の池がある田の面積を求める問題である。

(45) 本題の計算は以下の通り。

$$100\text{歩} \times 42\text{歩} = 4200\text{平方歩} \quad \dots \text{田積}$$

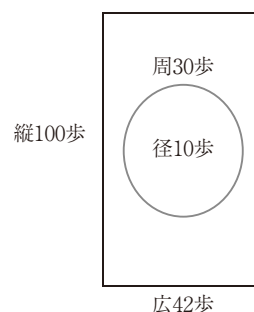
$$30\text{歩} \div 2 = 15\text{歩}$$

$$10\text{歩} \div 2 = 5\text{歩}$$

$$15\text{歩} \times 5\text{歩} = 75\text{平方歩} \quad \dots \text{池積}$$

$$4200\text{平方歩} - 75\text{平方歩} = 4125\text{平方歩}$$

$$4125\text{平方歩} \div 240 = 17\text{畝余り}45\text{歩}$$



訳：今、田があり、縦100歩、広42歩である。中に円池があり、周30歩、径10歩である。問う、池が占めている以外の田の面積はどれだけか。

荅にいう、17畝と余り45歩。

術にいう、縦100歩をならべ、広42歩を100歩に掛けると、4200歩が得られ、これを「田

積」とする。又池の周30歩をならべ、これを半分にして、15歩を得る。径10歩をならべ、これを半分にして、5歩を得る。二つの値を互いに掛けて75歩を得て、これを「池積」とする。田積から池積を引くと、余りは4125歩となる。畝法240でこれを割ると、答えが得られる。

参考文献

- 1) 『宋刻算経六種』中『五曹算経』五卷(文物出版社、1981年12月)
- 2) 郭書春、劉鈍点校『算経十書』所収『五曹算経』五卷(九章出版社、2001年4月)
- 3) 錢宝琮点校『算経十書』所収『五曹算経』五卷(中華書局、2021年1月)
- 4) 楊輝『楊輝算法』(百部叢書集成本)
- 5) 大川俊隆「『九章算術』訳注稿(2)」(大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号、2008年6月)
- 6) 東京国立博物館編『特別展 曾侯乙墓』(日本経済新聞社、1992年1月)