

# 『九章算術』 訳注<sup>†</sup> 稿 (29)

大 川 俊 隆<sup>†</sup>

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters  
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 29

OHKAWA Toshitaka

## Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-ninth article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 8 of Chapter 9, Gougu (句股).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

---

<sup>†</sup>This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

<sup>†</sup>大阪産業大学 名誉教授

草 稿 提 出 日 6 月30日

最 終 原 稿 提 出 日 7 月25日

本論文では、句股章の算題 [一] ～ [八] に対する訳注を与える。

## 句股<sup>[1]</sup>

[1][劉注]以御高深廣遠。

訓読：以て高・深・広・遠を御す。

訳：句股の術をもって高・深・広・遠の長さをおさめる。

[一]今有句三尺、股四尺。問、爲弦幾何。答曰、五尺。

[二]今有弦五尺、句三尺。問、爲股幾何。答曰、四尺。

[三]今有股四尺、弦五尺。問、爲句幾何。答曰、三尺。

句股<sup>[2]</sup>術曰、句・股各自乗、并而開方除之、即弦<sup>[3]</sup>。

又股自乗、以減弦自乗、其餘開方除之、即句<sup>[4]</sup>。

又句自乗、以減弦自乗、其餘開方除之、即股<sup>[5]</sup>。

訓読：今句三尺、股四尺有り。問う、弦を爲すこと幾何ぞ。答えに曰う、五尺。

今弦五尺、句三尺有り。問う、股を爲すこと幾何ぞ。答えに曰う、四尺。

今股四尺、弦五尺有り。問う、句を爲すこと幾何ぞ。答えに曰う、三尺。

句股の術に曰う<sup>(1)</sup>、句・股各おの自乗し、并せて開方して之を除せば、即ち弦。

又股自乗し、以て弦の自乗より減じ、其の余は開方して之を除せば、即ち句。

又句自乗し、以て弦の自乗より減じ、其の余は開方して之を除せば、即ち股。

注：(1)李籍『音義』に「句、短面也。股、長面也。短長相推、以求其弦。故曰句股」と云う。『周髀算経』上に「故折矩、以爲句廣三、股修四、徑隅五」の注に「應圓之周、横者謂之廣、句亦廣。廣、短也」「應方之匝、從者謂之修。修、長也」「自然相應之率。徑、直。隅、角也。亦謂之弦」とある。『周髀算経』の成立年代は不明（『漢書』芸文志に不載、『隋書』経籍志に載る）であるが、直角三角形の特殊な形、句3、股4、弦5において、句股定理が認識されていたことが分かる。

訳：今（直角三角形の）句が3尺、股が4尺である。問う、弦の長さはいくらか。答えにいう、5尺。

今（直角三角形の）弦が5尺、句が3尺である。問う、股の長はいくらか。答えにいう、

4尺。

今(直角三角形の)股が4尺、弦が5尺である。問う、句の長はいくらか。答えにいう、3尺。

句股の術にいう、句・股はそれぞれ自乗し、それを併せて開平方すれば、それが弦の長さである。

また、股は自乗して、弦の自乗したものから引き、その余りを開平方すれば、それが句の長さである。

また、句は自乗して、弦の自乗したものから引き、その余りを開平方すれば、それが股の長さである。

[2][劉注]短面曰句、長面曰股、相與結角曰弦。句短其股、股短其弦。將以施於諸率。故先具此術、以見其源也。

訓読：短面を句と曰い、長面を股と曰い、相与に角を結ぶを弦と曰う。句は其の股より短く、股は其の弦より短し。將に以て諸率に施さんとす<sup>(2)</sup>。故に先に此の術を具え、以て其の源を見す也<sup>(3)</sup>。

注：(2)「將以施於諸率」とは、今算題[一][二][三]に挙げるのは、直角三角形における句3、股4、弦5という一組の数値であるが、これを様々な組の数値(「諸率」)に拡張させて、一般的な句股術としようとする、という意であろう。

(3)「故先具此術」の「具」は『説文』卷三上に「共置也」と云う。「見其源也」とは、「句3、股4、弦5」という比率が、最初に認識された数値であることを云うものでであろう。『周髀算經』卷上に「以爲句廣三、股修四、徑隅五」とこの比率が記されている。

訳：(直角三角形の)短い辺を句と言ひ、長い辺を股と言ひ、この句と股の角を連結した斜辺を弦と云う。句はその股より短く、股はその弦より短い。この「句3、股4、弦5」という比率から様々な比率に拡張させようとしている。故にまずこの「句3、股4、弦5」という基本の数値を置き、その源を明らかにするのである。

[3][劉注]句自乘爲朱方、股自乘爲青方、令出入相補、各從其類因就其餘不移動也。合成弦方之冪、開方除之、即弦也。

訓読：句は自乗して朱方と爲し、股は自乗して青方と爲し<sup>(4)(5)</sup>、出入して相補い、各おの其の類<sup>よ</sup>従り因りて其の余の移動せざるに就かしむる也<sup>(6)</sup>。合わせて弦方の冪を成し、開方して之を除せば、即ち弦也<sup>(7)</sup>。

注：(4)以下の劉注には図があったと考えられるが、現存しない。この図は、「句3、股4、

弦5」の条件で画かれたものか、句股定理を一般的に解説したものか明らかでない。今、後者と考え、白尚恕が引く清の李銳の復元図と郭書春の図(図1)を基に考えて行く。(但し、後文の劉注[7]に「句與股求弦、亦如前圖。句三自乗爲朱冪、股四自乗爲青冪、合朱・青、得二十五、爲弦五自乗冪」とあるので、前者の可能性もある)。

(5) 句、股それぞれを一辺とする正方形を作るということ。この両句の後ろには、「弦を自乗して方と為す」という意の句が省略されているのであろう。

(6) 「令出入相補」とは弦方の正方形からはみ出ている部分を弦方の足りない部分に補うとの意であろう。「各從其類因就其餘不移動也」とは朱方・青方(「其類」とはこれを指す)で弦冪からはみ出ている部分を弦冪の動かない部分に加えて弦冪の正方形を完成させるという意であろう。(図1参照)。

(7) 弦の正方形が完成すれば、次にこれを開平方すれば、それが弦の長さとなるとの意。

訳：句は自乗して句を一辺とする朱の正方形とし、股は自乗して股を一辺とする青の正方形とし、(弦も同様にそれを一辺とする正方形を作る)。その後、朱方・青方の弦方からはみ出ている部分を補うのだが、朱方・青方それぞれの類から弦方の動かない部分に加える。そうすると、弦の正方形が合成されるので、これを開平方すると、それが弦一辺の長さとなる。

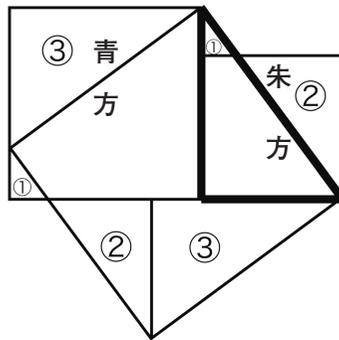


図1

[4] 臣淳風等謹按、此術以句・股冪合成弦冪。(句方於内、則句短於股)<sub>[一]</sub>。(令)[今]<sub>[一]</sub>股自乘以減弦自乘、餘者即句冪也。故開方除之、即句也。

校訂：[一]「句方於内、則句短於股」の2句を白尚恕は衍文であり、これを削ると文意が通じると云う。郭書春はこれに反対するが、ここでは白氏に従う。

[二]「令」は楊輝本に「今」に作る。これに従う。

**訓読：**臣淳風等謹みて按ずるに、此の術は句・股の冪を以て合わせて弦の冪と成す。今句自乗して以て弦の自乗より減ずれば、余は即ち句の冪也。故に開方して之を除せば、即ち句也。

**訳：**臣淳風等謹んで按じますに、此の術は句・股の冪を合せて弦の冪としている。今、股を自乗して以て弦の自乗から引くと、余りは即ち句の冪となる。故にこれを開平方すれば、即ち句となる。

[5] [劉注] 句・股冪合以成弦冪。令去其一、則餘在者皆可得而知之。

**訓読：**句・股の冪合わせて以て弦の冪と成す。其の一を去らしむるも、則ち余在する者は皆得て之を知るべし。

**訳：**句・股を一辺とする正方形の面積を合わせると、弦を一辺とする正方形の面積となる。だから、句・股・弦のうちから一つをとり除いても、残る者二つからとり除いた一つをみな知ることができる。

[四] 今有圓材徑二尺五寸。欲爲方版、令厚七寸。問廣幾何。答曰、二尺四寸(五分)<sub>[-]</sub>。

術曰、令徑二尺五寸自乗、以七寸自乗減之。其餘開方除之、即廣<sub>[6]</sub>。

**校訂：**「五分」は、計算から衍文である。

**訓読：**今円材の径二尺五寸なる有り。方版<sup>(8)</sup>と為さんと欲するに、厚をして七寸たらしむ。問う、広は幾何ぞ。答に曰く、二尺四寸。

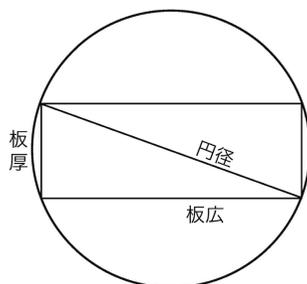
術に曰く、径二尺五寸をして自乗せしめ、七寸の自乗を以て之より減ず。其の余は開方して之を除すれば、即ち広<sup>(9)</sup>。

**注：**(8) 「方版」は断面が長方形の板。「版」は睡虎地秦簡『秦律十八種』131に「令縣及都官取柳及木檠(柔)可用書者、方之以書。毋(無)方者乃用版」とある。

(9) 本題は円材から板を得る時に、直径と板の厚さから板の最大幅を求める問題で、その状況については図2参照。具体的計算は、 $25^2 - 7^2 = 576$ ,  $\sqrt{576} = 24$ 。

**訳：**今円材の直径2尺5寸のものがある。これを方板にしようとするに、その厚さを7寸にさせたい。問う、その広はいくらか。答にいう、2尺4寸。

術にいう、直径の2尺5寸を自乗させ、7寸の自乗をこれから引く。その残りを開平方すれば、即ち広となる。



円材図

図 2

[6] [劉注] 此以圓徑二尺五寸爲弦、版厚七寸爲句、所求廣爲股也。

訓読：此れ円径二尺五寸を以て弦と爲し、版の厚さ七寸を句と爲せば、求むる所の広を股と爲す也。

訳：この問題では、円材の直径2尺5寸を弦とし、方版の厚7寸を句となすと、求める広は股となるのである。

[五] 今有木長二丈、圍之三尺。葛生其下、纏木七周、上與木齊。問葛長幾何。答曰、二丈九尺。

術曰、以七周乘三[尺]圍爲股<sub>[-]</sub>、木長爲句、爲之求弦。弦者葛之長<sub>[7]</sub>。

校訂：[-]李潢は「術文「以七周乘三圍爲股」疑有衍誤。當作「以七周乘圍爲股」、或作「以七周乘三尺」と云う。ただ、下の劉注[7]にも「七周乘三圍」の句があり、一概に衍誤だとは決め付けることはできない。文意が通るようにするには、「七周乘三[尺]圍」と、「尺」字を補ってやればよい。

訓読：今木の長二丈、之を囲むこと三尺なる有り<sup>(10)</sup>。葛其の下に生え、木に纏わること七周、上は木と齊し。問う、葛の長幾何ぞ。答に曰う、二丈九尺。

術に曰う、七周を以て三尺の囲に乗じて股と爲し、木の長を句と爲し、之を爲して弦を求む。弦とは葛の長<sup>(11)</sup>。

- 注：(10)「圍之三尺」は「囲の三尺」とも訓める。下の術文「以七周乘 [三] 圍爲股」中の「圍」は明らかに名詞であるが、この算題の劉注[7]に「圍之爲句」や「圍之謂之股」とあり、これは明らかに動詞である。これによって、ここは「圍」を動詞としておく。
- (11) この計算法は、1周する葛の幅を小股と考え、7周する幅を股とし、木の長さを句と考えると、葛の長さが弦になるという考えに基いている。劉注[7]を参照。具体的計算は $7 \times 3 = 21$ ,  $21^2 + 20^2 = 841$ ,  $\sqrt{841} = 29$  (図 3 参照)。

訳：今高さが2丈で、その幹の周囲が3尺の木がある。葛がその下に生え、それが木を7周して、上が木の高さと同じ高さになっている。問う、葛の長さは如何ほどか。

答えにいう、2丈9尺。

術にいう、7周を3尺の幹の周に掛けて股とし、木の高さを句とし、これから弦を求める。弦が葛の長さである。

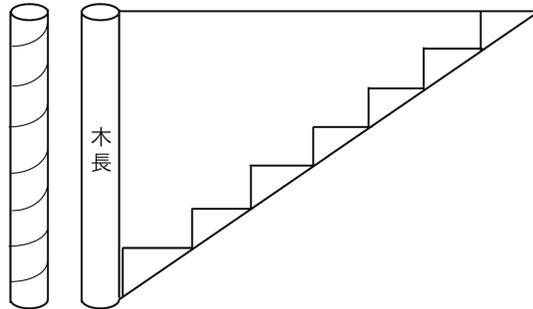


図 3

[7] [劉注] 據圍廣・木長求葛之長。其形葛卷 (裏) [裏]<sub>[-]</sub>表。以筆管青線宛轉有似葛之纏木、解而觀之、則每周之間自有相間成句・股・弦。則其間木長爲股、「圍之」爲句、葛長爲弦。(弦) 七周乘三 [尺] 圍<sub>[-]</sub>、是并合衆句以爲一句、則句長而股短。故術以木長謂之句、圍之謂之股、言之倒互。

句與股求弦、亦如前圖。句三自乘爲朱冪、股四自乘爲青冪、合朱・青、得二十五、爲弦五自乘冪。出上第一圖、句・股冪合爲弦冪、明矣。然二冪之數謂倒 (在) [互]<sub>[-]</sub>於弦冪之中而已、可更相 [表]<sub>[-]</sub>裏。〔居裏〕<sub>[-]</sub>者則成方冪、其居表者則成矩冪。二 [冪] 表裏形 (訛) [詭] 而數均<sub>[-]</sub>。

又按此圖、句冪之矩 (青) [朱]、卷 (白) [居] 表<sub>[-]</sub>、是其冪以股・弦差爲廣、股・弦并爲袤、

而股冪方其裏。股冪之矩青、卷(白)[居]表<sub>内</sub>、是其冪以句・弦差爲廣、句・弦并爲袤、而句冪方其裏。是故差之與并用除之、短長互相乘也。

校訂：[一]「裏」では文意が通じない。戴震の校勘に従って「裏」に改める。

[二]「七周」の前の「弦」は衍文。「七周乘三[尺]圍」は、「三」と「圍」の間に「尺」字を補う。本文の校訂[一]参照。

[三]「倒在」は李潢の校訂に従って「倒互」に改める。

[四]「可更相裏」は、李潢の校訂に従って「可更相表裏」と「表」を「相」の下に加える。

[五]李潢の校訂に従って、「者」の前に「居裏」の二字を加える。

[六]「二表裏形訛而數均」は、錢宝琮の点校に従って「二」と「表裏」の間に「冪」を補い、「訛」は「詭」とする。

[七]「青、卷白表」は、李潢の校訂に従って「朱、卷居表」とする。

[八]「卷白表」は、李潢の校訂に従って「卷居表」とする。

訓読：圜の広・木の長に抛りて葛の長を求む。其の形、葛、袤を卷裏す<sup>(12)</sup>。筆管の青線宛転たる<sup>(13)</sup>、葛の木に纏わるに似る有るを以て、解きて之を觀れば、則ち毎周の間に自ずから相問して句・股・弦を成す有り<sup>(14)</sup>。則ち其の間の木の長を股と爲し、之を圜するを句と爲し、葛の長を弦と爲す。七周を以て三尺の圜に乗ずるは是れ衆句を并合して以て一句と爲せば、則ち句長くして股短し<sup>(15)</sup>。故に術に「木の長を句と爲し、之を圜するは之を股と謂い、之を言うに倒互す<sup>(16)</sup>。

句と股ともて弦を求むるは、亦た前図の如し<sup>(17)</sup>。句三は自乗して朱冪と爲し、股四は自乗して青冪と爲し、朱・青を合わせて二十五を得、弦五の自乗の冪と爲す。上の第一図を出づるも<sup>(18)</sup>、句・股の冪は合して弦冪と爲ること明らけし。然れども二冪の数は弦冪の中に倒互するのみにして、更々相表裏すべしと謂う<sup>(19)</sup>。裏に居る者は則ち方冪を成し、其れ表に居る者は則ち矩冪を成す。二冪の表裏は形詭<sup>ことな</sup>るも<sup>(20)</sup>数は均し。

又此の図<sup>(21)</sup>を按ずるに、句冪の矩は朱にして、巻きて表に居る。是れ其の冪は股・弦の差を以て広と爲し、股・弦の并を袤と爲し、而して股冪は其の裏に方たり<sup>(22)</sup>。股冪の矩は青にして、巻きて表に居る。是れ其の冪は句・弦の差を以て広と爲し、句・弦の并を袤と爲し、而して句冪は其の裏に方たり<sup>(23)</sup>。是の故に差と并は用いて之を除し、短・長互いに相乗ずる也<sup>(24)</sup>。

注：(12)「裏」とは木の幹、これを裏と表現した。「卷裏」とは巻きつつむこと。

(13)「筆管の青線」の「青線」の義不明。「宛転」はオノマトペ。変化する様、美し

く曲がる様などの義もあるが、ここではゆるくめぐる様の義であろう。和語のクルクル、グルグルくらいに相当。しかし、これらから引伸した「弓を巻く縄」の義もある。

- (14) 「毎周の間」とは、葛が木の幹を一周する間の意。「相間す」とは、へだたること、この「間」は動詞。葛が幹を一周する間は曲線であるが、これを平面に写せば、句(幹一周の長さ)・股(一周する高さ)・弦(一周する葛の長さ)に分かれることを云う。
- (15) 「七周を以て三尺の圜に乗ず」とは、葛は7周しているので、一周分3尺に7を掛けるということ。これにより、一つ一つの「句」が併せられ、「大きな直角三角形の一句」となる。そこで、句股の長さを見ると、句が $3 \times 7 = 21$ 尺、股が幹の長さで2丈=20尺、句の方が長くなる。
- (16) 中国では、句は股より短くなければならないという「原則」があったので、それゆえ本題の術では、本来「広」=幅の義であった句を木の長さとし、本来木の長さであった股を幹の周の7周分とする。これが「之を言うに倒互す」ということである。「倒互」とは、上下近義の連文で、どちらも「ひっくり返える」の義。
- (17) 「前図」とは、川原氏に従って、「句股弦互求図」(図4①)と考えると、以下の「句三は自乗して朱冪と為し、股四は自乗して青冪と為し、朱・青を合わせて二十五、弦五の自乗の冪と為す」という記述と合致する。李継閔によれば、下の「第一図」(「句股弦互求図」か)も併せて、前図には他に②「股実之矩図」と③「句実之矩図」があったと考えられる。
- (18) 「上の第一図を出づ」の「第一図」とは、図4①「句股弦互求図」を指すのであろう。川原氏はこの文を「たとえ数値が上の第一図(句股弦互求図)を超えとしても」と解する。ここでは「句3、股4、弦5という数値以外のものであっても」と解しておく。
- (19) 弦冪を正方形として考えた場合、句冪・股冪をその中に配置する方法には、「股実之矩図」「句実之矩図」(図4②③)がある。
- (20) 「詭」はここでは異なるの義。『漢書』劉輔伝に「此其言必有卓詭切至、當聖心者」とある。趙爽の「勾股論」に「形詭而量均、體殊而數齊」とある。この句とほぼ同意である。
- (21) 「此の図」とは、注(19)の「句実之矩図」「股実之矩図」(図4②③)を云う。「句実之矩図」に対応するのは、「句冪の矩は朱にして、巻きて表に居る。…而して股冪は其の裏に方たり」まで。「股実之矩図」に対応するのは、「股冪の矩は青にして、巻きて表に居る。…而して句冪は其の裏に方たり」まで。

(22) 劉徽は「句実之矩図」を以て解説している。「矩」は長方形あるいは長方形状の図形。ここではL字型の図形であるが、後に述べるように長方形2つが合わさったものと考えている。「句冪の矩は朱にして、巻きて表に」あるので、句冪の面積は股・弦の差を広くする帯が股冪を巻いているものと等しい。すなわち図5において、弦を一辺とする正方形ABCDと股を一辺とする正方形EBFIの差である図形AEIFCDの面積が句冪の面積である。この図形の面積は股・弦の差を一辺とし、もう一辺を弦とする長方形AEGDと股とする長方形IFCGの和に等しく、したがって

$$\text{句冪} = (\text{弦} - \text{股}) \times \text{弦} + (\text{弦} - \text{股}) \times \text{股} = (\text{弦} - \text{股}) \times (\text{弦} + \text{股}) = \text{広} \times \text{袤}$$

となる。すなわち、股・弦の差を広とし、股・弦の和を袤として、この2者を掛けると求まることをいう。

(23) 注(22)と同様に、ここでも「股実之矩図」を以て解説している。「股冪の矩は青にして、巻きて表に」あるので、股冪の面積は句・弦の差を広くし、句・弦の和を袤として、この2者を掛けると求まることを云う。すなわち、

$$\text{股冪} = (\text{弦} - \text{句}) \times \text{句} + (\text{弦} - \text{句}) \times \text{弦} = (\text{弦} - \text{句}) \times (\text{弦} + \text{句}) = \text{広} \times \text{袤}$$

となることをいう。

(24) 「差と并は用いて之を除」すとは、「股・弦の差」や「股・弦の和」を求める方法を示す。すなわち、句冪を、「股・弦の差」で割れば「股・弦の和」が、「股・弦の和」で割れば「股・弦の差」が求まることをいう。「短・長互いに相乗ず」とは、「股・弦の差」と「股・弦の和」を掛けると句冪が求まるという前半の逆算を述べている。

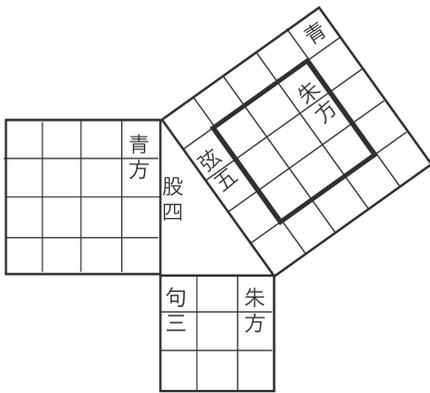
**訳：** 幹の周長・木の長さから葛の長さを求める。その形は、葛が木を縦に包み巻いている。その様は、青線が筆管をグルグル巻いているのが、葛が木に絡み付いているのに似ている。そこで、筆管の青線を解いて見てみると、一周ごとの間に区分されて句・股・弦の形を成しているのが分かる。そこで、一周ごとの間の木の長さを股とし、幹の周を句とし、葛の長さを弦とする。7周を3尺の周囲に掛け、全ての句を併せて一「句」とすると、句(21尺)の方が長く、股(2丈=20尺)の方が短くなる。そこで、本題の術では「木の長を句と為し」と言い、木を囲んでいる周長(7周分)を股と言っているが、これは本来の句・股の用法とは逆転している。

句と股から弦を求めるのはまた前図のようにする。句3を自乗して朱冪とし、股4を自乗して青冪とし、朱冪と青冪を合わせて25となるが、これは弦5の自乗の冪となる。たとえ上の第一図の句3、股4、弦5以外の数値が出てきても、句・股の冪が合わさると弦の冪となることは明々白々である。

しかし、句股の二冪の数値は、弦冪の中で入れ替わるだけで、それぞれ表裏とすべき

であるというのである。弦冪の裏に居るものは四角の冪をなし、表に居る者は矩形の冪をなす。二つの冪の表裏の形は異なっているが数値は等しいのである。

またこの図を考えるに、句冪が矩形の場合は朱が巻き込んで表にある。その冪は「股弦の差」を広とし、「股弦の和」を縦とし、(これらを掛け合わせて句冪とする)。一方、股冪は裏で正方形となる。股冪が矩形の場合は、青が巻き込んで表にあり、その冪は「句弦の差」を広とし、「句弦の和」を縦とし、(これらを掛け合わせて股冪とし)、一方、句冪は裏で正方形となる。これらの「差」と「和」を出すのは、(冪を)「和」と「差」で割り、冪を出す場合は、「差」(=短)と「和」(=長)を掛けるのである。



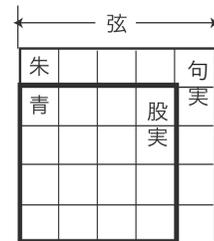
句股弦互求図

図 4 ①



股実之矩図

図 4 ②



句実之矩図

図 4 ③

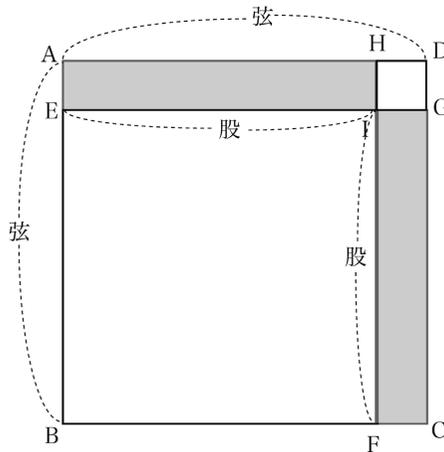


図 5

[六]今有池方一丈、葭生其中央、出水一尺。引葭赴岸、適與岸齊。問水深・葭長各幾何。

荅曰、水深一丈二尺、葭長一丈三尺。

術曰、半池方自乗<sup>[8]</sup>、以出水一尺自乗減之<sup>[9]</sup>。餘、倍出水除之、即得水深<sup>[10]</sup>。加出水數、得葭長<sup>[11]</sup>。

**訓読：**今池の方一丈なる有りて、葭<sup>(25)</sup>其の中央に生え、水より出づること一尺。葭を引きて岸に赴けば、適に岸と齊し。問う、水深・葭の長さ各おの幾何ぞ。

答えに曰う、水深一丈二尺、葭の長さ一丈三尺。

術に曰う、池の方を半にして自乗し、水より出づる一尺の自乗を以て之より減ず。余りは、水より出づるを倍して之を除せば、即ち水深を得。水より出づる数を加うれば、葭の長さを得<sup>(26)</sup>。

**注：**(25)『説文』卷一下に「葭、葦之未秀者」とあり、葦の穂が出ていないものの意。

(26) 本題の葭と水深、岸に寄せた場合の具体的状況は、**図6**参照。

本題は、句と弦・股の差が分かっている時の弦と股の求め方である。計算法

$$\left( \text{股} = \frac{\text{句}^2 - (\text{弦} - \text{股})^2}{2(\text{弦} - \text{股})} = \frac{\text{句}^2 - \text{差}^2}{2\text{差}} \right)$$

については後の劉注[9]の注(28)参照。本題では池の一辺の半分が句5、股・弦の差は葭の長さ1であるので、 $\text{股} = (5^2 - 1^2) \div (1 \times 2)$ となる。 $(5^2 - 1^2)$ が「半池方自乗、以出水一尺自乗減之」であり、 $\div (1 \times 2)$ が「餘、倍出水除之」である。

**訳：**今1丈四方の池があり、葭が池の中央に生えていて、水から1尺出ている。葭を岸まで引張ってくると、岸とちょうど等しくなる。問う、水深と葭の長さはそれぞれいくらか。

答えにいう、水深は1丈2尺、葭の長さは1丈3尺。

術にいう、池の一辺を半分にして自乗し、水から出ている1尺の自乗を、これから引く。余りは、水から出ている1尺を2倍して割れば、水深が得られる。これに水から出ている1尺を加えると、葭の長さが得られる。

[8][劉注]此以池方半之、得五尺爲句、水深爲股、葭長爲弦。以句及股・弦差求股・弦。故令句自乗、先見矩冪<sup>(27)</sup>也。

**訓読：**此れ池の方之を半にするを以て、五尺を得て句と為し、水深を股と為し、葭の長さを弦と為す。句及び股・弦の差を以て股・弦を求む。故に句を自乗せしめ、先ず矩冪を見わす也。

**注：**(27) 「矩」については注 (22) 参照。ここでは「句実之矩図」を用いる。「股冪を正方形にし内 (=裏) にして、その上 (=表) に矩形の句冪を配置するもの」を「矩冪」と呼んでいる。

**訳：**ここでは池の方 (1 丈) を半分にして、得られた 5 尺を句とし、水深を股とし、葭の長さを弦としている。句および股・弦の差から股・弦の長を求めめるのである。そこで、句を自乗することによって、まず矩冪を現わすのである。

[9] [劉注] 出水者、股・弦差。減此差冪於矩冪、餘爲倍股・弦差、乗股長之矩冪。

**訓読：**水より出づる者は股・弦の差。此の差の冪を矩冪より減ずれば、余りは股・弦の差を倍し、股の長さに乗ずるの矩冪と為す<sup>(28)</sup>。

**注：**(28) 本題の具体的な計算は注 (26) で示したが、劉徽はおそらく「句実之矩図」を用いて、より一般的に計算法を示そうとしている。

図 5 では、図形 AEIFCD の面積が句冪と等しかった (注 (22) 参照)。その図形から差を一辺とする正方形 HIGD (差冪) を除けば、残りは股・弦の差を一辺とし、股をもう一辺とする長方形 AEIH の面積の 2 倍に等しい。したがって、

$$\text{句冪} - (\text{弦} - \text{股})^2 = (\text{弦} - \text{股}) \times \text{股} \times 2$$

であり、これが「倍股・弦之差、乗股長之矩冪」である。なお、この「矩冪」はすぐ上の「減此差冪於矩冪」の「矩冪」とは異なっている。前者は L 字形の矩形で、後者はそれよりも正方形 HIGD の分だけ小さい。

以下は劉注 [10] で説明されることだが、さらにこの「矩冪」の一辺である股を求めするには、他の一辺である「倍股・弦之差」で「矩冪」を割ればよい。一般的計算法は

$$\text{股} = \frac{\text{句冪} - (\text{弦} - \text{股})^2}{2(\text{弦} - \text{股})} = \frac{\text{句冪} - \text{差冪}}{2 \times \text{差}}$$

となる。

**訳：**水から出た長さとは、股と弦の差である。この差の平方を矩冪から引くと、余りは、股と弦の差を 2 倍して、股の長さに乗けた矩冪となる。

[10] [劉注] 倍差爲矩冪之廣、水深是股。欲先見葭長者、出水一尺自乗、以加於半池方自乗、倍出水除之、即得。令此冪得出水一尺爲袤、故爲矩而得葭長也。

**訓読：**差を倍するを矩冪の広と為し、水深は是れ股なり<sup>(29)</sup>。先に葭の長さを見わさんと欲すれば、水より出づる一尺は自乗し、以て池の方を半にし自乗するに加え、水より出づるを倍し之を除せば、即ち得らる<sup>(30)</sup>。此の冪、水より出づる一尺を得て袤と為さしむ<sup>(31)</sup>、故に矩を為して葭の長さを得る也。

**注：**(29) 前注(28)で述べたように、矩冪(=句冪)から差冪を引いた残りは、股を一辺、2差をもう一辺とする長方形の面積に等しかった。したがって、

$$\text{股} = \frac{\text{句冪} - (\text{弦} - \text{股})^2}{2(\text{弦} - \text{股})} = \frac{\text{句冪} - \text{差冪}}{2 \times \text{差}}$$

であり、この2×差が「倍差爲矩冪之廣」の意である。

(30) 今まで述べられてきたのは、まず股(水深)を求める計算法であったが、「欲先見葭長者・・・即得」では、劉徽は先に葭の長さ(弦)を先に求める計算法を述べている。

注(28)と同様に図5で考えると、股・弦の差を2乗したものが正方形HIGDの面積であったので、句冪の面積にそれを加えると、長方形AEGDの面積の2倍となる。その1辺は股・弦の差1尺であり、もう1辺(袤)は2弦に等しい。したがって、

$$\text{句冪} + (\text{弦} - \text{股})^2 = (\text{弦} - \text{股}) \times \text{弦} \times 2$$

であり、

$$\text{弦} = \frac{\text{句冪} + (\text{弦} - \text{股})^2}{2(\text{弦} - \text{股})} = \frac{\text{句冪} + \text{差冪}}{2 \times \text{差}}$$

となる。

(31) 長方形AEGDの面積の2倍となっているので、この矩冪の袤は、さらに1差が加わって1辺(袤)が2弦になっているということ。

**訳：**差を2倍にしたものは矩冪の広(幅)で、水深が股である。先に葭の長さを出そうというのであれば、水から出ている1尺を自乗し、これを池の方の自乗に加え、これを水から出ている1尺を2倍した数で割れば、葭の長さが得られる。この矩形の面積にはさらに弦・股の差の自乗が加わっているので、この矩形では1辺(袤)が2弦の長さとなり、そこから矩形を考えて葭の長さが得られる。

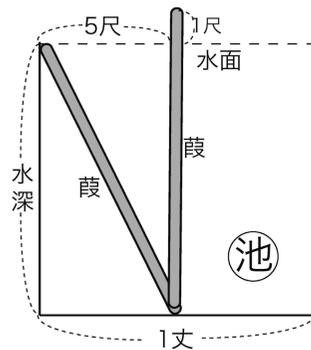


図6

[11][李注]臣淳風等謹按、此葭本出水一尺。既見水深、故加出水尺數而得葭長也。

訓読：臣淳風等謹しみて按ずるに、此の葭は本と水より出づること一尺。既に水深を見る。故に水より出づる尺数を加えて葭の長さを得る也。

訳：臣淳風等謹しみて按じますに、この葭はもともと水から1尺出ている。既に水深が明らかになったので、水より出ている尺数を加えると葭の長さが得られる。

[七]今有立木、繫索其末、委地三尺。引索(卻)[卻]行、去本八尺而索盡。問索長幾何。

答曰、一丈二尺六分尺之一。

術曰、以去本自乗<sup>[12]</sup>、令如委數而一<sup>[13]</sup>、所得、加委地數而半之、即索長<sup>[14]</sup>。

訓読：今立木有りて、索を其の末に繋ぐるに、地に委ぬる<sup>(32)</sup> こと三尺。索を引きて却行する<sup>(33)</sup> に本を去ること八尺にして索尽く。問う、索長幾何ぞ。

答に曰う、一丈二尺六分尺の一。

術に曰う、本を去るを以て自乗し、委ぬる数の如くして一とせしめ、得る所、地に委ぬる数を加えて之を半にすれば、即ち索長なり<sup>(34)</sup>。

注：(32) 本題の具体的状況は図7参照。「委」は、商功章 [二三] に「委粟平地」と、[二四] に「委菽依垣」と、[二五] に「委米依垣内角」と見える。訳注稿 (16) の注 (117) では「「委」は積み重ねること」とした。しかし、本題の「委地三尺」と併せ考えると、「委」は、そのままの状態に置くことと考えた方がよい。本題では「そのまま横たわる」と訳しておく。

(33) 「卻」と「却」は正確には別字。但ししばしば通用する。「却」はもと「卻」の俗字。ただ現在では「却」が正字。「却行」は、後へ歩く、あとずさりするの義。次の [八] 題にも「(卻) [卻]行」が見える。以下、一々指摘しない。

(34) 「本を去る」距離を句とし、立ち木の高さを股とし、索長を弦とすると、注 (22) で述べたように、句幕之矩図では句幕は一辺を股・弦の差、もう一辺を股・弦の和とする長方形の面積として表されていた。したがって句幕を股・弦の差で割ると股・弦の和となる。すなわち、

$$\frac{\text{句幕}}{\text{弦}-\text{股}} = \text{弦} + \text{股}$$

であり、これが「以去本自乗、令如委數而一」である。これに股・弦の差を加える

と2弦となるので、

$$\text{弦} = \left( \frac{\text{句}^2}{\text{弦} - \text{股}} + (\text{弦} - \text{股}) \right) \div 2 = \left( \frac{\text{句}^2}{\text{差}} + \text{差} \right) \div 2$$

であるということが「加委地數而半之、即索長」の意で、注(30)の求め方とはやや異なる。

なお、以下の[八]～[一〇]題も同じ解法で解かれている。

**訳：**今立ち木があり、その頂きに索をつなぐと、地面に3尺がそのまま横たわる。さらにこの索を引いて後退すると、木の根元から8尺のところまで索が尽きる。問う、索長はいくらか。

答えにいう、1丈 $2\frac{1}{6}$ 尺。

術にいう、木の根元からの距離8尺を自乗し、これを横たわった数で割る。得られた数に横たわった数を加え、これを半分にすると、索長となる。

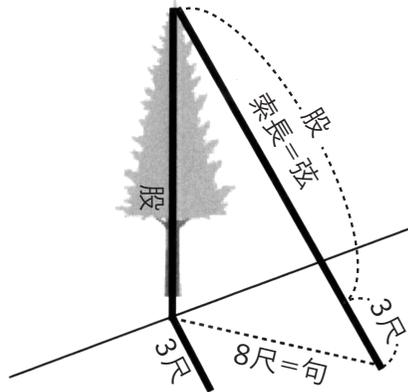


図7

[12][劉注]此以去本八尺爲句、所求索者弦也。「引而索盡」與「開門去闔」者、句及股・弦差求股・弦同一術。「去本自乘」者、先張矩冪。

**訓読：**此れ本をさること八尺を句と爲し、求むる所の索は弦也。「引きて索尽く」と「門を開き闔を去る」<sup>(35)</sup>とは、句及び股・弦の差もて股・弦を求むる同一の術也。「本を去るは自乗す」とは、先に矩冪を張る<sup>(36)</sup>。

**注：**(35)「引而索盡」とは、本題を指す。本題を4字で要約したもの。「開門去闔」とは、本章[一〇]の算題を指す。その算題を4字で要約したもの。[一〇]題も、句と股・

弦の差が分かっている、それから股・弦の長さを求めるもの。

(36) 「張る」とは、ここでは設定する程度の義。前題では「故令句自乗、先見矩冪也」と「見」字が用いられている。

訳：本題では、木の根元から離れる 8 尺を句とし、求める索の長さが弦である。「引きて索尽く」の本題と「門を開き閫を去る」の [一〇] 題とは句と股・弦の差が分かっている、これより股・弦それぞれの長さを求める同一の術なのである。「本を去りて自乗す」とは、さきに矩冪を設定するのである。

[13] [劉注] 「委地」者、股・弦差也。以除矩冪、即是股・弦并也。

訓読：「地に委ぬる」とは、股・弦の差也。以て矩冪を除せば、即ち是れ股・弦の并也<sup>(37)</sup>。

注：(37) 句冪之矩図において  $\frac{\text{矩冪}}{\text{弦}-\text{股}} = \frac{\text{句冪}}{\text{弦}-\text{股}} = \text{弦} + \text{股}$  であるということ。注 (34) 参照。

訳：「地に委ぬる (3 尺)」とは、股と弦の差である。これで矩冪を割れば、股と弦の和となる。

[14] [劉注] 子不可半者、倍其母。加差於并、則成兩索長、故又半之。其減差於并而半之、得木長也。

訓読：子の半にすべからざるは、其の母を倍にす<sup>(38)</sup>。差を并に加うれば、則ち兩索の長を成す。故に又之を半にす<sup>(39)</sup>。其れ差を并より減じて之を半にすれば、木の長さを得る也<sup>(40)</sup>。

注：(38) 具体的計算は、注 (34) にしたがひ、 $(\frac{8^2}{3}+3) \div 2 = (\frac{64}{3}+\frac{9}{3}) \div 2 = \frac{73}{3} \div 2$  となるが、 $\frac{73}{3}$  の分子 73 が奇数であり、2 で割れない。これが「子不可半者」の意。そこで 2 で割る代わりに、分母 3 に 2 を掛ける。これが「倍其母」の意である。

(39) 「加差於并」とは、弦と股の差 (弦-股) と并 (弦+股) を足すこと。その和は 2 弦となり、これが「成兩索長」ということ。

(40) 「減差於并」とは、并-差 = (弦+股) - (弦-股) = 2 股となるので、これを 2 で割ると、木長 (股) が出る。

訳：分子が半分にはできないものは、分母を倍にする。弦と股の差を弦と股の和に加えると、索長 (弦) の 2 倍となる。だから索長を求めるにはさらに 2 で割る。一方、弦と股の和から弦と股の差を引いて 2 で割れば木の長さが得られる。

[八] 今有垣高一丈。倚木於垣、高與垣齊。引木 (卻) 〈卻〉 行一尺、其木至地。問木幾何。

答曰、五丈五寸。

術曰、以垣高十尺自乗、如(卻)〈卻〉行尺數而一、所得、以加(卻)〈卻〉行尺數而半之、即木長數<sup>[15]</sup>。

**訓読：**今垣の高さ一丈なる有り。木を垣に倚するに、高は垣と斉し。木を引きて却行すること一尺にして、其の木、地に至る。問う、木幾何ぞ。

答えに曰う、五丈五寸。

術に曰う、垣の高十尺を以て自乗し、却行の尺数の如くして一とし、得る所は、以て却行の尺数を加えて之を半にすれば、即ち木長の数なり<sup>(41)</sup>。

**注：**(41) 本題の具体的状況は図8参照。計算法は[七]題と同じ。注(34)参照。垣の高さ10尺を句、垣の元から木の下までを股、木長を弦とする。木を1尺後ろにずらすと地面と重なるのだから、弦・股の差は1尺である。よって、公式  

$$\text{弦} = \left( \frac{\text{句}^2}{\text{差}} + \text{差} \right) \div 2$$
 に代入すると、 $\text{弦} = \left( \frac{10^2}{1} + 1 \right) \div 2 = 50\frac{1}{2}$ 尺となる。本題では、「却行の尺数の如くして一とし」の部分の計算は、「却行の尺数」が1だから割り算の必要はない。

**訳：**今高さ1丈の垣がある。木を垣にもたせかけると、高さは垣の上部と等しくなり、木を引きずって1尺後退させると、地面に横たわる。問う、木の長さはいくらか。

答えにいう、5丈5寸。

術にいう、垣の高さ10尺を自乗し、後退した尺数で割り、得られた数に後退の尺数を加えてこれを半分にすると、それが木の長さである。

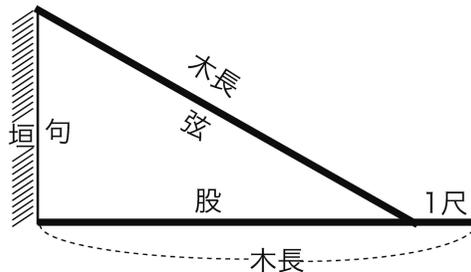


図8

[15][劉注]此以垣高一丈爲句、所求倚木者爲弦、引(郤)〈卻〉行一尺爲股・弦差。其爲術之意與「繫索」問同也。

訓読：此れ垣の高一丈を以て句と爲し、求むる所の倚木なる者を弦と爲し、引きて却行する1尺を股・弦の差と爲す。術を爲すの意は「繫索」問<sup>(42)</sup>と同じ也。

注：(42)「繫索」問とは、本章の[七]題を指す。

訳：本題では、垣の高さ1丈を句とし、求めるところのもたせかけた木を弦とし、後退した1尺を股・弦の差とする。術を行う意は前問と同じである。

(図1～8は小寺裕の作成したもの)

### 参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校註』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡『算數書』研究会編『漢簡『算數書』－中国最古の数学書－』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)

- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 5号(2009年 2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 6号(2009年 6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 7号(2009年10月)
- 23) 銭宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算経十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 8号(2010年 2月)
- 25) 汪莱撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年 6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」大阪産業大学論集 人文・社会科学編 9号(2010年 6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9)大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10)大阪産業大学論集 人文・社会科学編11号(2011年 2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11)大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号(2011年 6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12)大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号(2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)
- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿(13)大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号(2012年 2月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿(14)大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号(2012年 6月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編16号(2012年10月)
- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号(2013年 2月)

- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (3) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号 (2013年6月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (4) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号 (2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (5) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号 (2014年2月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (6) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号 (2014年6月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』 訳注稿 (15) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編22号 (2014年10月)
- 43) 郭書春『九章算術新校』 (中国科学技術大学出版社、2013年12月)
- 44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』 訳注稿 (16) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年2月)
- 45) 大川俊隆『九章算術』 訳注稿 (17) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年2月)
- 46) 吳朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相關研究』 (江蘇人民出版社、2014年5月)
- 47) 大川俊隆『九章算術』 訳注稿 (18) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年6月)
- 48) 角谷常子『九章算術』 訳注稿 (19) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年6月)
- 49) 角谷常子『九章算術』 訳注稿 (20) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号 (2015年10月)
- 50) 馬場理恵子『九章算術』 訳注稿 (21) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号 (2015年10月)
- 51) 馬場理恵子『九章算術』 訳注稿 (22) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編26号 (2016年2月)
- 52) 吉村昌之『九章算術』 訳注稿 (23) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編27号 (2016年6月)
- 53) 吉村昌之『九章算術』 訳注稿 (24) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編28号 (2016年10月)
- 54) 中国古算書研究会編『岳麓書院藏秦簡『数』 訳注 - 秦漢出土古算書訳注叢書 (2) -』 (朋友書店、2016年11月)

- 55) 張替俊夫『九章算術』訳注稿(25)大阪産業大学論集 人文・社会科学編29号(2017年3月)
- 56) 張替俊夫『九章算術』訳注稿(26)大阪産業大学論集 人文・社会科学編30号(2017年6月)
- 57) 田村誠『九章算術』訳注稿(27)大阪産業大学論集 人文・社会科学編30号(2017年6月)
- 58) 田村誠『九章算術』訳注稿(28)大阪産業大学論集 人文・社会科学編31号投稿中