『九章算術』訳注[†]稿（27）

田　村　　　誠[†]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子

田村　誠、馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）” Vol. 27

TAMURA Makoto

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui（劉徽）and Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-seventh article based on our research and results in which we studied the problems 10 to 17 of Chapter 8, Fangcheng（方程）.

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

[†] This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

† 大阪産業大学 教養部 教授

草 稿 提 出 日　3月2日

最終原稿提出日　3月15日

本論文では、方程章の算題［一〇］～［一七］に対する訳注を与える。

[一〇]今有甲乙二人持錢、不知其數。甲得乙半而錢五十、乙得甲太半而亦錢五十。問、甲・乙持錢各幾何。

荅曰、甲持三十七錢半、乙持二十五錢。

術曰、如方程、損益之[27]。

訓読： 今、甲乙二人の銭持ちたる有り、其の数を知らず。甲は乙の半を得て銭五十、乙は甲の太半を得て亦た銭五十(65)。問う、甲・乙の持ちたる銭各おの幾何ぞ。

答に曰く、甲は三十七銭半を持ち、乙は二十五銭を持つ(66)。

術に曰く、方程の如くし、之を損益す。

注： (65) 甲、乙の持ち銭をx, y銭とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} x+\frac{1}{2}y=50 \\ \frac{2}{3}x+y=50 \end{cases}$$

となる。

(66) 本問は分数が入っている場合について述べている。ここでの計算は、後の劉注に従い右行を 2 倍、左行を 3 倍すると、各行が整数化され、

$$\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & \frac{1}{2} \\ 50 & 50 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 150 & 100 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \\ 50 & 100 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \\ 25 & 100 \end{pmatrix}$$

のようになる。したがって、

乙の持ち銭 (y)は25銭となり、

甲の持ち銭 (x)は $(100-1\times25)\div2=\frac{75}{2}=37\frac{1}{2}$銭

となる。

訳： 今、甲乙二人が銭を持っているが、その銭数はわからない。甲が乙の半分を得ると50銭に、乙が甲$\frac{2}{3}$を得るとまた50銭になる。問う、甲・乙の持っている銭は、各々どれほどか。

答にいう、甲は$37\frac{1}{2}$銭を持ち 、乙は25銭を持つ。

術にいう、方程術のようにして、足したり引いたりする。

[27] [劉注] 此問者言、一甲・半乙而五十、太半甲・一乙亦五十也。各以分母乘其全内子、行定。二甲・一乙而錢一百、二甲・三乙而錢一百五十。於是乃如方程。諸物有分者倣此。

訓読： 此の問う者の言うこころは、一甲・半乙にして五十、太半甲・一乙も亦た五十也。各おの分母を以て其の全に乗じ子に内るれば(67)、行定まる。二甲・一乙にして銭一百、二甲・三乙にして銭一百五十。是に於いて乃ち方程の如くす。諸そ物に分有る者は此れに倣う。

注： (67)「全」は整数(16)注(21)参照)。本句の意はここでは帯分数を仮分数に直すこと(17)注 (50) 参照) で、これを「通分内子」ともいう。方田章算題［三八]、また後の劉注[28]参照。

訳： この設問の意味は、１甲と$\frac{1}{2}$乙で50銭、$\frac{2}{3}$甲と１乙でもまた50銭ということである。それぞれ、分母を整数部分に乗じ、分子に加えれば、行が定まる。(前者を２倍して) ２甲と１乙では100銭、(後者を３倍して) ２甲と３乙では150銭となる。ここまで行って直ちに方程術のようにする。凡そ数に分数があるものはこれに倣う。

［一一]今有二馬・一牛、價過一萬如半馬之價。一馬・二牛價不滿一萬、如半牛之價。問、牛・馬價各幾何。

荅曰、馬價五千四百五十四錢一十一分錢之六、牛價一千八百一十八錢一十一分錢之二。

術曰、如方程、損益之[28]。

訓読： 今二馬・一牛有りて、価の一万を過ぐること半馬の価の如し。一馬・二牛の価の一万に満たざること、半牛の価の如し(68)。問う、牛・馬の価各おの幾何ぞ。

答に曰く、馬の価五千四百五十四銭一十一分銭の六、牛の価一千八百一十八銭一十一分銭の二(69)。

術に曰く、方程の如くし、之を損益す。

注： (68) 馬、牛の価格をそれぞれx, y銭とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 2x+y=10000+\frac{1}{2}x \\ x+2y=10000-\frac{1}{2}y \end{cases}$$

となる。

(69) 後の劉注に従い右行の$\frac{1}{2}x$と左行の$-\frac{1}{2}y$を移項すると $\begin{cases} \frac{3}{2}x+y=10000 \\ x+\frac{5}{2}y=10000 \end{cases}$

となる。その後の計算は、右行・左行とも２倍して続けると

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ \frac{5}{2} & 1 \\ 10000 & 10000 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 20000 & 20000 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 15 & 2 \\ 60000 & 20000 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 11 & 2 \\ 20000 & 20000 \end{pmatrix}$$

$$\to \text{法}\,11 \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \\ 20000 & 20000 \end{pmatrix}$$

のようになる。したがって、

牛の価格（y）は$20000 \div 11 = 1818\frac{2}{11}$銭となり、

馬の価格（x）は（$20000 \times 11 - 20000 \times 2$）$\div 3 \div 11 = \frac{180000}{33} = \frac{60000}{11} = 5454\frac{6}{11}$銭

となる。

訳：今、２馬と１牛が有って、価格は１万銭を超えること馬の価格の$\frac{1}{2}$に相当する。１馬と２牛の価格は１万銭に不足すること牛の価格の$\frac{1}{2}$に相当する。問う、牛・馬の価格は各々どれほどか。

答にいう、馬の価格は$5454\frac{6}{11}$銭、牛の価格は$1818\frac{2}{11}$銭である。

術にいう、方程術のようにし、これを足したり引いたりする。

[28] [劉注] **此一馬半與一牛價直（値）一萬也。二牛半與一馬亦直（値）一萬也。一馬半與一牛、通分内子、右行爲三馬・二牛、直（値）銭二萬。二牛半（於）[與]** [一] **一馬、通分内子、左行爲二馬・五牛、直（値）銭二萬也。**

校訂：[一]李潢云う、「於」字は「與」字の誤り、と。文意からこれに従う。

訓読：此れ一馬半と一牛の価は値（あたい）一万也。二牛半と一馬も亦た値一万也。一馬半と一牛は、分を通じて子に内るれば、右行は三馬·二牛と為し、値銭二万。二牛半と一馬は、分を通じて子に内るれば、左行は二馬・五牛と為し、値銭二万也(70)。

注：(70) ２馬と１牛では１万銭に$\frac{1}{2}$馬多く、１馬と２牛では１万銭に$\frac{1}{2}$牛足りないのであるから、$\frac{3}{2}$馬と１牛で１万銭であり、$\frac{5}{2}$牛と１馬でも１万銭である。注（68）の連立方程式で、上式右辺の$\frac{1}{2}x$と下式右辺の$-\frac{1}{2}y$ を移項すると

$$\begin{cases} \frac{3}{2}x + y = 10000 \\ x + \frac{5}{2}y = 10000 \end{cases}$$

となるのがそれである。それぞれの両辺を２倍して（「通分内子」）、

$$\begin{cases} 3x+2y=20000 \\ 2x+5y=20000 \end{cases}$$

とするのが、注 (69) の変形の第 1 段階である。

訳： ここでは$1\frac{1}{2}$馬と 1 牛の価値は10000銭である。$2\frac{1}{2}$牛と 1 馬もまた価値は10000銭である。$1\frac{1}{2}$馬と 1 牛は、分母を通じて分子に納め（て 2 倍す）れば、右行は 3 馬と 2 牛となり、その価値20000銭となる。$2\frac{1}{2}$牛と 1 馬も、分母を通じて分子に納め（て 2 倍す）れば、左行は 2 馬と 5 牛となり、その価値20000銭となる。

［一二］今有武馬一匹、中馬二匹、下馬三匹、皆載四十石、至阪皆不能上。武馬借中馬一匹、中馬借下馬一匹、下馬借武馬一匹、乃皆上。問、武・中・下馬一匹各力引幾何。
荅曰、武馬一匹力引二十二石七分石之六、中馬一匹力引十七石七分石之一、下馬一匹力引五石七分石之五。
術曰、如方程。各置所借、以正負術入之。

訓読： 今武馬(71)一匹、中馬二匹、下馬三匹有りて、皆な四十石を載せ、坂に至りて皆上る能わず。武馬は中馬一匹を借り、中馬は下馬一匹を借り、下馬は武馬一匹を借るれば、乃ち皆な上る(72)。問う、武・中・下馬一匹各おのの力引は幾何ぞ。

答に曰く、武馬一匹の力引は二十二石七分石の六、中馬一匹の力引は十七石七分石の一、下馬一匹の力引は五石七分石の五(73)。

術に曰く、方程の如くす。各おの借る所を置きて、正負術を以て之を入る。

注：（71）「武馬」は軍事用の馬のことで、ここでは強い馬の意。

（72）武馬、中馬、下馬一匹が引く力をそれぞれx, y, z石とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} x+y=40 \\ 2y+z=40 \\ x+3z=40 \end{cases}$$

となる。

（73）ここでの計算は、

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 40 & 40 & 40 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 40 & 40 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ 6 & 1 & 0 \\ 0 & 40 & 40 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 7 & 1 & 0 \\ 40 & 40 & 40 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \text{法}7 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 40 & 40 & 40 \end{pmatrix}$$

のようになる。したがって、

下馬一匹の引く力 (z) は$40 \div 7 = 5\frac{5}{7}$石、

中馬の実は $(40\times7-40\times1)\div2=120$ であり、中馬一匹の引く力 (y) は$120\div7=17\frac{1}{7}$石である。

武馬一匹の引く力 (x) は $(40\times7-120\times1)\div7=\frac{160}{7}=22\frac{6}{7}$石

となる。

訳：今、武馬が１匹、中馬が２匹、下馬が３匹いて、どれもが40石を載せており、坂まで来たが皆な上ることができなかった。武馬は中馬１匹を借りて、中馬は下馬１匹を借りて、下馬は武馬１匹を借りて、皆な上った。問う、武馬・中馬・下馬それぞれが引く力はどれほどか。

答にいう、武馬1匹の引く力は$22\frac{6}{7}$石、中馬1匹の引く力は$17\frac{1}{7}$石、下馬１匹の引く力は$5\frac{5}{7}$石。

術にいう、方程術のようにする。それぞれの借りるところを置いて、正負術を以てこれを計算する。

[一三]今有五家共井、甲二綆不足如乙一綆。乙三綆不足如丙一綆。丙四綆不足如丁一綆。丁五綆不足如戊一綆。戊六綆不足如甲一綆。各得所不足一綆、皆逮。問、井深・綆長各幾何。
荅曰、井深七丈二尺一寸、甲綆長二丈六尺五寸、乙綆長一丈九尺一寸、丙綆長一丈四尺八寸、丁綆長一丈二尺九寸、戊綆長七尺六寸。
術曰、如方程。以正負術入之[29]。

訓読：今五家の井を共にする有り。甲二綆(74)は足らざること乙一綆の如し。乙三綆は足らざること丙一綆の如し。丙四綆は足らざること丁一綆の如し。丁五綆は足らざること戊一綆の如し。戊六綆は足らざること甲一綆の如し。各おの得る所は足らざる一綆にして、皆な逮ぶ。問う、井の深・綆長は各おの幾何ぞ(75)。

答に曰く、井の深七丈二尺一寸、甲の綆長二丈六尺五寸、乙の綆長一丈九尺一寸、

丙の綆長一丈四尺八寸、丁の綆長一丈二尺九寸、戊の綆長七尺六寸(76)。

術に曰く、方程の如くす。正負術を以て之を入る。

注：(74)「綆」はつるべなわ。

(75) 甲、乙、丙、丁、戊の一綆の長さをそれぞれx, y, z, v, w寸とおき、井戸の深さをD寸とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 2x=D-y \\ 3y=D-z \\ 4z=D-v \\ 5v=D-w \\ 6w=D-x \end{cases} \quad \text{すなわち} \quad \begin{cases} 2x+y=D \\ 3y+z=D \\ 4z+v=D \\ 5v+w=D \\ 6w+x=D \end{cases}$$

となる。未知数が6つで式が5つであるから、これは不定方程式である。岳麓書院蔵秦簡『数』にも『張丘建算経』百鶏術に類する不定方程式は見られる（(54) 参照）が、そちらは自然数解が有限個しかないものである。本問は未知数が比例関係にあって、自然数解が無数に存在するため、方程式を満たすx, y, z, v, w, Dの最小の自然数解を得て解としている。すなわち各式の両辺をDで割り、$X=\frac{x}{D}$, $Y=\frac{y}{D}$, $Z=\frac{z}{D}$, $V=\frac{v}{D}$, $W=\frac{w}{D}$とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 2X+Y=1 \\ 3Y+Z=1 \\ 4Z+V=1 \\ 5V+W=1 \\ 6W+X=1 \end{cases}$$

となりこの解は定まる。ここで解X, Y, Z, V, Wは井戸の深さに対する各家の綆長の比率を表す。それぞれの分母の最小公倍数をDとして与えれば、$x=DX$, $y=DY$, $z=DZ$, $v=DV$, $w=DW$, およびDの組は初めの連立方程式の最小の自然数解となる。具体的な計算は次注参照。

(76) 注 (75) のX, Y, Z, V, Wの方程式から、計算は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 0 & 0 \\ 12 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\-3&0&0&3&1\\0&0&4&1&0\\0&5&1&0&0\\36&1&0&0&0\\3&1&1&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\0&0&0&3&1\\1&0&4&1&0\\0&5&1&0&0\\36&1&0&0&0\\4&1&1&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\0&0&0&3&1\\4&0&4&1&0\\0&5&1&0&0\\144&1&0&0&0\\16&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\0&0&0&3&1\\0&0&4&1&0\\-1&5&1&0&0\\144&1&0&0&0\\15&1&1&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\0&0&0&3&1\\0&0&4&1&0\\-5&5&1&0&0\\720&1&0&0&0\\75&1&1&1&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\0&0&0&3&1\\0&0&4&1&0\\0&5&1&0&0\\721&1&0&0&0\\76&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$\to \text{法}\,721\begin{pmatrix}0&0&0&0&2\\0&0&0&3&1\\0&0&4&1&0\\0&5&1&0&0\\1&1&0&0&0\\76&1&1&1&1\end{pmatrix}$$

のようになる。法721に対して、

戊の実は76、

丁の実は $(1\times721-76\times1)\div5=\frac{645}{5}=129$,

丙の実は $(1\times721-129\times1)\div4=\frac{592}{4}=148$,

乙の実は $(1\times721-148\times1)\div3=\frac{573}{3}=191$,

甲の実は $(1\times721-191\times1)\div2=\frac{530}{2}=265$

であるから、$X=\frac{265}{721}$, $Y=\frac{191}{721}$, $Z=\frac{148}{721}$, $V=\frac{129}{721}$, $W=\frac{76}{721}$ となる。したがって $D=721$ とすれば, $x=265$, $y=191$, $z=148$, $v=129$, $w=76$ と $D=721$ の組が最小の自然数解として得られる。

訳：今、五家が井戸を共有している。甲家の綆２本では（井戸の深さに）乙家の綆１本分足りない。乙家の綆３本では丙家の綆１本分足りない。丙家の綆４本では丁家の綆１本分足りない。丁家の綆５本では戊家の綆１本分足りない。戊家の綆６本では甲家の綆１本分足りない。それぞれの家ごとに足りないとした綆１本分を加えるとどの家も井戸の深さに達し及んだ。問う、井戸の深さと各家の綆長はどれだけか。

答にいう、井戸の深さは７丈２尺１寸、甲家の綆長は２丈６尺５寸、乙家の綆長は１丈９尺１寸、丙家の綆長は１丈４尺８寸、丁家の綆長は１丈２尺９寸、戊家の綆長

は７尺６寸である。

術にいう、方程術のようにする。正負術によって計算する。

[29] **[劉注]此率初如方程爲之、名各一逮井。其後、法得七百二十一、實七十六。是爲七百二十一綆而七十六逮井、而戊一綆逮之數定。逮七百二十一分之七十六。是故七百二十一爲井深、七十六爲戊綆之長。舉率以言之。**

訓読： 此の率は、初め方程の如く之を為すに、各おのの一逮井に名ず(77)。其の後、法七百二十一、実七十六を得。是れを七百二十一綆にして七十六逮井と為して、戊一綆逮ぶの数定む。逮ぶこと七百二十一分之七十六。是の故に七百二十一を井の深と為し、七十六を戊の綆の長と為す。率を挙げて以て之を言う。

注： (77)「逮井」は「井に逮(およ)ぶ」こと、すなわち井戸の深さの意。「一逮井に名ず」とは井戸の深さ１本分を与える綆長で立式するということで、注 (75) で X, Y, Z, V, W の方程式を立てるということに相当する。

訳： 此の率は、初め方程術としてそれを為すのに、それぞれ井戸の深さ１本分に対して行う。その後、法721と(戊の)実76を得る。これを綆721本で井戸の深さ76本分として、戊の綆１本の井戸の深さに対する率が定まる。井戸の深さに対する率は $\frac{76}{721}$ である。これゆえに721 (寸) を井戸の深さと為し、76 (寸) を戊１本の長さと為す。他の率も挙げて各々の綆長をいう。

[一四]今有白禾二步、青禾三步、黄禾四步、黑禾五步。實各不滿斗。白取青・黄、青取黄・黑、黄取黑・白、黑取白・青、各一步、而實滿斗。問、白・青・黄・黑禾實一步各幾何。

荅曰、白禾一步實一百一十一分斗之三十三、青禾一步實一百一十一分斗之二十八、黄禾一步實一百一十一分斗之十七、黑禾一步實一百一十一分斗之十。

術曰、如方程。各置所取、以正負術入之。

訓読： 今白禾二歩、青禾三歩、黄禾四歩、黒禾五歩有り(78)。実(み)は各おの斗に満たず(79)。白は青・黄を取ること、青は黄・黒を取ること、黄は黒・白を取ること、黒は白・青を取ること、各おの一歩にして、実(み)斗に満つ(80)。問う、白・青・黄・黒の禾の実(み)、一歩にして各おの幾何ぞ。

答に曰く、白禾は一歩にして実一百一十一分斗の三十三、青禾は一歩にして実一百一十一分斗の二十八、黄禾は一歩にして実一百一十一分斗の十七、黒禾は一歩に

して実一百一十一分斗の十[81]。

術に曰く、方程の如くす。各おの取る所を置き、正負術を以て之を入る。

注：(78)『秦律十八種』倉34に「計禾、別黄・白・青」と見える。睡虎地秦簡整理小組は「計、算帳。黄・白・青、古時対穀子種類的区別」との注を付け、「『政和証類本草』巻二十五引『名医別録』有黄･白･青粱米、陶弘景注「凡云粱米、皆是粟類、惟其牙頭色異為分別爾」」という。陶弘景に従えば、これらの禾はすべて粟で、黄･白・青は芽の色の違い、となる。

(79)「歩」は平方歩、田の面積を表す。「実」は穀物の収穫量。55) の注 (5) 参照。

(80) 白、青、黄、黒の田１歩あたりの収穫量をそれぞれx, y, z, w斗とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 2x+y+z=1 \\ 3y+z+w=1 \\ x+4z+w=1 \\ x+y+5w=1 \end{cases}$$

となる。

(81) ここでの計算は、

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & 1 & 1 \\ 10 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \\ -1 & 7 & 1 & 1 \\ 10 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & -3 & 3 & 1 \\ -3 & 21 & 1 & 1 \\ 30 & 6 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ -4 & 22 & 1 & 1 \\ 29 & 7 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\mathrm{A}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ -44 & 22 & 1 & 1 \\ 319 & 7 & 1 & 0 \\ 22 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 22 & 1 & 1 \\ 333 & 7 & 1 & 0 \\ 30 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\mathrm{B}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 22 & 1 & 1 \\ 111 & 7 & 1 & 0 \\ 10 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \text{法 } 111 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 22 & 1 & 1 \\ 1 & 7 & 1 & 0 \\ 10 & 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

となる。ここで簡単のためAでは第４列を11倍し、Bでは第４列を等数３で約した。したがって１歩あたりの収穫量は、

黒禾 (w) は$\frac{10}{111}$斗、

黄禾の実は $(4\times111-10\times7)\div22=\frac{374}{22}=17$ だから黄禾 (z) は$\frac{17}{111}$斗、

青禾の実は $(1\times111-17\times1-10\times1)\div3=\frac{84}{3}=28$ だから青禾 (y) は$\frac{28}{111}$斗、

白禾の実は $(1\times111-28\times1-17\times1)\div2=\frac{66}{3}=33$ だから白禾 (x) は$\frac{33}{111}$斗

となる。

訳：今、白禾の田が２平方歩、青禾の田が３平方歩、黄禾の田が４平方歩、黒禾の田が５平方歩ある。その収穫量はどれも１斗に満たない。白は青と黄の田から、青は黄と黒の田から、黄は黒と白の田から、黒は白と青の田から、それぞれ１平方歩ずつを取ると、収穫量は１斗になる。問う、白・青・黄・黒の禾の収穫量は、１平方歩ごとにそれぞれどれほどか。

答にいう、白禾は１平方歩ごとの収穫量が$\frac{33}{111}$斗、青禾は１平方歩ごとの収穫量が$\frac{28}{111}$斗、黄禾は１平方歩ごとの収穫量が$\frac{17}{111}$斗、黒禾は１平方歩ごとの収穫量が$\frac{10}{111}$斗である。

術にいう、方程術のようにする。それぞれの取る分を置いて、正負術を以て計算する。

[一五]今有甲禾二秉・乙禾三秉・丙禾四秉。重皆過於石、甲二重如乙一、乙三重如丙一、丙四重如甲一。問、甲・乙・丙禾一秉各重幾何。
荅曰、甲禾一秉重二十三分石之十七、乙禾一秉重二十三分石之十一、丙禾一秉重二十三分石之十。
術曰、如方程。置重過於石之物爲負[30]。以正負術入之[31]。

訓読：今、甲禾二秉・乙禾三秉・丙禾四秉有り。重の皆な石を過ぐること、甲二の重は乙一の如く、乙三の重は丙一の如く、丙四の重は甲一の如し(82)。問う、甲・乙・丙禾の一秉各おのの重は幾何ぞ。

答に曰く、甲禾一秉の重は二十三分石の十七、乙禾一秉の重は二十三分石の十一、丙禾一秉の重は二十三分石の十(83)。

術に曰く、方程の如くす。重を置くに石を過ぐるの物を負と為す(84)。正負術を以て之を入る。

注：(82) 甲、乙、丙１秉の重量をそれぞれx, y, z 石とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 2x=1+y \\ 3y=1+z \\ 4z=1+x \end{cases} \quad \text{すなわち} \quad \begin{cases} 2x-y=1 \\ 3y-z=1 \\ -x+4z=1 \end{cases}$$

となる。

(83) ここでの計算は、

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 8 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \\ 8 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 24 & -1 & 0 \\ 9 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 23 & -1 & 0 \\ 10 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \text{法}\,23 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 10 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

となる。したがって1乗あたりの重量は、

丙禾（z）は$\frac{10}{23}$石、

乙禾の実は（$1\times23+10\times1$）$\div 3=\frac{33}{3}=11$ だから乙禾（y）は$\frac{11}{23}$石、

甲禾の実は（$1\times23+11\times1$）$\div 2=\frac{34}{2}=17$ だから甲禾（x）は$\frac{17}{23}$石

となる。

(84)「過於石之物」は1石に対する超過分。「置重過於石之物爲負」とはそれを負として置算せよということで、上注(82)で連立方程式を左から右へ変形したことに相当する。

訳：今、甲禾2秉と乙禾3秉と丙禾4秉が有る。それぞれの重量が1石を超えることには、甲2秉の重量は乙1秉の分、乙3秉の重量は丙1秉の分、丙4秉の重量は甲1秉の分だけとなっている。問う、甲・乙・丙禾それぞれ1秉の重量はどれほどか。

答にいう、甲禾1秉の重量は$\frac{17}{23}$石、乙禾1秉の重量は$\frac{11}{23}$石、丙禾1秉の重量は$\frac{10}{23}$石。

術にいう、方程術のようにする。重量を置算するには1石に対する超過分を負とする。正負術を以て計算する。

[30][劉注]**此問者言、甲禾二秉之重過於一石也、其過者幾何如乙一秉重矣。互其算、令相折除、以石爲之差實。差實者、如甲禾餘實。故置算相與同也。**

訓読：此の問う者の言うこころは、甲禾二秉の重の一石を過ぐる也、其の過ぐる者の幾

何なるかは乙一秉の重の如し。其の算を互いにし、相い折除[85]せしむれば、石を以て之を差実と為す。差実なる者は、甲禾の余実の如し。故に算を置くに相い与に同じくする也。

注：(85)「互其算」はここでは乙の算を負算に入れ換えること。「折除」は甲乙の正算と負算を相殺すること。56) の注 (48) 参照。

訳：この設問の意味は、甲禾２秉の重量が１石を超えるのだが、その超過分がどれほどかというと乙１秉の重量に等しいということである。その算（の正負）を入れ換え、相殺（して立式）すれば、１石が差実となる。差実というのは、甲禾の残りの分のこと。故に置算するにはどれも同じようにするのである。

[31] **[劉注] 此入、頭位異名相除者、正無入正之、負無入負之也。**

訓読：此を入るには、頭位に異名なるは相い除き[86]、正無入は之を正にし、負無入は之を負にする也[87]。

注：(86)「頭位」は先頭の位のこと。「異名」は正負が異なること。正負の算があれば相殺して取り除くことをいう。55) の注 (29) 参照。

(87)「無入」は零のこと。55) の注 (30) 参照。

訳：これを計算するには、先頭の位が異符号ならば相殺して取り除き、正算と零では結果を正にし、負算と零では結果を負にするのである。

[一六]今有令一人・吏五人・従者十人、食鶏十。令十人・吏一人・従者五人、食鶏八。令五人・吏十人・従者一人、食鶏六。問、令・吏・従者食鶏各幾何。
荅曰、令一人食一百二十二分鶏之四十五、吏一人食一百二十二分鶏之四十一、従者一人食一百二十二分鶏之九十七。
術曰、如方程。以正負術入之。

訓読：今、令一人・吏五人・従者十人有りて鶏十を食す。令十人・吏一人・従者五人は鶏八を食す。令五人・吏十人・従者一人は鶏六を食す[88]。問う、令・吏・従者の鶏を食すこと各おの幾何ぞ。

答に曰く、令一人は一百二十二分鶏の四十五を食し、吏一人は一百二十二分鶏の四十一を食し、従者一人は一百二十二分鶏の九十七を食す[89]。

術に曰く、方程の如くす。正負術を以て之を入る。

注： (88) 吏は役人、令はその長官である。令、吏、従者の食する鶏の量をそれぞれx, y, z羽とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} x+5y+10z=10 \\ 10x+y+5z=8 \\ 5x+10y+z=6 \end{cases}$$

となる。

(89) ここでの計算は、

$$\begin{pmatrix} 5 & 10 & 1 \\ 10 & 1 & 5 \\ 1 & 5 & 10 \\ 6 & 8 & 10 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -15 & -49 & 5 \\ -49 & -95 & 10 \\ -44 & -92 & 10 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -735 & -49 & 5 \\ -2401 & -95 & 10 \\ -2156 & -92 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -49 & 5 \\ -976 & -95 & 10 \\ -776 & -92 & 10 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{A}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 49 & 5 \\ 122 & 95 & 10 \\ 97 & 92 & 10 \end{pmatrix} \to \text{法}\,122 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 49 & 5 \\ 1 & 95 & 10 \\ 97 & 92 & 10 \end{pmatrix}$$

となる。ここでAでは、第２列と第３列の正負を入れ換えるとともに、第３列を等数８で約した。したがって１人当たりの量は、

従者の食する鶏 (z) は$\frac{97}{122}$羽、

吏の実は (92×122−95×97)÷49=$\frac{2009}{49}$=41だから吏の食する鶏 (y) は$\frac{41}{122}$羽、

令の実は (10×122−5×41−10×97)÷1=45だから令の食する鶏 (x) は$\frac{45}{122}$羽となる。

訳： 今、令１人・吏５人・従者10人では鶏10羽を食べる。令10人・吏１人・従者５人では鶏８羽を食べる。令５人・吏10人・従者１人では鶏６羽を食べる。問う、令・吏・従者が食べる鶏はそれぞれどれほどか。

答にいう、令１人は$\frac{45}{122}$羽の鶏を食べ、吏１人は$\frac{41}{122}$の鶏を食べ、従者１人は$\frac{97}{122}$羽の鶏を食べる。

術にいう、方程術のようにする。正負術を以て計算する。

[一七]今有五羊・四犬・三鶏・二兔直(値)錢一千四百九十六。四羊・二犬・六鶏・三兔直(値)錢一千一百七十五。三羊・一犬・七鶏・五兔直(値)錢九百五十八。二羊・三犬・五鶏・一兔直(値)錢八百六十一。問、羊・犬・鶏・兔價各幾何。

荅曰、羊價一百七十七、犬價一百二十一、鷄價二十三、兔價二十九。
術曰、如方程。以正負術入之。

訓読：今、五羊・四犬・三鶏・二兎有りて値（あたい）銭一千四百九十六。四羊・二犬・六鶏・三兎の値銭一千一百七十五。三羊・一犬・七鶏・五兎の値銭九百五十八。二羊・三犬・五鶏・一兎の値銭八百六十一[90]。問う、羊・犬・鶏・兎の価は各おの幾何ぞ。

答に曰く、羊価は一百七十七、犬価は一百二十一、鶏価は二十三、兎価は二十九[91]。

術に曰く、方程の如くす。正負術を以て之を入る。

注：(90) 羊、犬、鶏、兎の１頭あたりの価格をそれぞれx, y, z, w銭とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 5x+4y+3z+2w=1496 \\ 4x+2y+6z+3w=1175 \\ 3x+y+7z+5w=958 \\ 2x+3y+5z+w=861 \end{cases}$$

となる。

(91) ここでの計算は、

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 5 & 7 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 2 \\ 861 & 958 & 1175 & 1496 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 10 & 15 & 20 & 5 \\ 15 & 5 & 10 & 4 \\ 25 & 35 & 30 & 3 \\ 5 & 25 & 15 & 2 \\ 4305 & 4790 & 5875 & 1496 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 7 & -7 & -6 & 4 \\ 19 & 26 & 18 & 3 \\ 1 & 19 & 7 & 2 \\ 1313 & 302 & -109 & 1496 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 42 & -42 & -6 & 4 \\ 114 & 156 & 18 & 3 \\ 6 & 114 & 7 & 2 \\ 7878 & 1812 & -109 & 1496 \end{pmatrix}$$

$$\to \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -6 & 4 \\ 240 & 30 & 18 & 3 \\ 55 & 65 & 7 & 2 \\ 7115 & 2575 & -109 & 1496 \end{pmatrix} \xrightarrow{A} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -6 & 4 \\ 48 & 6 & 18 & 3 \\ 11 & 13 & 7 & 2 \\ 1423 & 515 & -109 & 1496 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -6 & 4 \\ 0 & 6 & 18 & 3 \\ -93 & 13 & 7 & 2 \\ -2697 & 515 & -109 & 1496 \end{pmatrix} \xrightarrow{B} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -6 & 4 \\ 0 & 6 & -18 & 3 \\ 1 & 13 & -7 & 2 \\ 29 & 515 & 109 & 1496 \end{pmatrix}$$

となる。ここで簡単のためAでは第３列と第４列を等数５で約し、Bでは第４列について正負を入れ換えるとともに等数93で約した。この結果、法は１であり、したがって１頭あたりの価格は、

兎（w）は29 銭、

鶏（z）は（2575−29×65）÷30=$\frac{690}{30}$=23銭、

犬（y）は（109+23×18+29×7）÷6=$\frac{726}{6}$=121銭、

羊（x）は（1496−121×4−23×3−29×2）÷5=$\frac{885}{5}$=177銭

となる。

訳：今、５羊と４犬と３鶏と２兎の値は1496銭である。４羊と２犬と６鶏と３兎では1175銭である。３羊と１犬と７鶏と５兎では958銭である。２羊と３犬と５鶏と１兎では861銭である。問う、羊・犬・鶏・兎の価格はそれぞれどれほどか。

答にいう、羊の価格は177銭、犬の価格は121銭、鶏の価格は23銭、兎の価格は29銭。

術にいう、方程術のようにする。正負術を以て計算する。

参考文献

１）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）
２）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）
３）郭書春･劉鈍『算経十書』（遼寧教育出版社、1998年12月）、（九章出版社、2001年４月）
４）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）
５）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）
６）沈康身『九章算術導読』（1997年２月）
７）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年８月）
８）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年９月）
９）李籍『九章算術音義』（文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収）
10）「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）
11）楊輝『詳解九章算法』（宜稼堂叢書本）

12) 李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰（25年）語鴻堂刊本）
13) 清水達雄『九章算術』1 ～ 15（「数学セミナー」1975年 2 月号～ 1976年 4 月号）
14) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）
15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』（Oxford Univ. Press, 1999年10月）
16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文･社会科学編 2 号（2008年 2 月）
17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿（2）大阪産業大学論集　人文･社会科学編 3 号（2008年 6 月）
18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun『Les neuf chapîtres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』（Dunod, 2004年第 4 四半期）
19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿（3）大阪産業大学論集　人文･社会科学編 4 号（2008年10月）
20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿（4）大阪産業大学論集　人文･社会科学編 5 号（2009年 2 月）
21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿（5）大阪産業大学論集　人文・社会科学編 6 号（2009年 6 月）
22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿（6）大阪産業大学論集　人文・社会科学編 7 号（2009年10月）
23) 銭宝琮点校『九章算術点校』（北京中華書局刊『算経十書』所収、1963年10月）
24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿（7）大阪産業大学論集　人文・社会科学編 8 号（2010年 2 月）
25) 汪莱撰『校正九章算術及戴氏訂訛』（『衡齋遺書』所収）
26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿（8）大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号（2010年 6 月）
27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書―『数』と『算術』」大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号（2010年 6 月）
28) 郭書春『九章算術訳注』（上海古籍出版社、2009年12月）
29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿（9）大阪産業大学論集　人文・社会科学編10号（2010年10月）
30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿（10）大阪産業大学論集　人文・社会科学編11号（2011年 2 月）
31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿（11）大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号（2011年 6 月）
32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿（12）大阪産業大学論集　人文・社会科学編13

号（2011年10月）
33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院蔵秦簡（貳）』（上海辞書出版社、2011年12月）
34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿（13）大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号（2012年２月）
35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿（14）大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号（2012年６月）
36) 大川俊隆　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文・社会科学編16号（2012年10月）
37) 田村誠　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（2）大阪産業大学論集　人文・社会科学編17号（2013年２月）
38) 馬場理恵子、吉村昌之　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（3）大阪産業大学論集　人文・社会科学編18号（2013年６月）
39) 角谷常子　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（4）大阪産業大学論集　人文・社会科学編19号（2013年10月）
40) 小寺裕、張替俊夫　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（5）大阪産業大学論集　人文・社会科学編20号（2014年２月）
41) 武田時昌　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（6）大阪産業大学論集　人文・社会科学編21号（2014年６月）
42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（15）大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号（2014年10月）
43) 郭書春『九章算術新校』（中国科学技術大学出版社、2013年12月）
44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（16）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
45) 大川俊隆『九章算術』訳注稿（17）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
46) 呉朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相関研究』（江蘇人民出版社、2014年５月）
47) 大川俊隆『九章算術』訳注稿（18）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
48) 角谷常子『九章算術』訳注稿（19）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
49) 角谷常子『九章算術』訳注稿（20）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）

50）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（21）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）
51）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（22）大阪産業大学論集　人文・社会科学編26号（2016年２月）
52）吉村昌之『九章算術』訳注稿（23）大阪産業大学論集　人文・社会科学編27号（2016年６月）
53）吉村昌之『九章算術』訳注稿（24）大阪産業大学論集　人文・社会科学編28号（2016年10月）
54）中国古算書研究会編『岳麓書院蔵秦簡『数』訳注－秦漢出土古算書訳注叢書（2）－』（朋友書店、2016年11月）
55）張替俊夫『九章算術』訳注稿（25）大阪産業大学論集　人文・社会科学編29号（2017年３月）
56）張替俊夫『九章算術』訳注稿（26）大阪産業大学論集　人文・社会科学編30号（2017年６月）