

# 『九章算術』 訳注<sup>†</sup> 稿 (24)

吉 村 昌 之<sup>†</sup>

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters  
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 24

YOSHIMURA Masayuki

## Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-fourth article based on our research and results in which we studied the problems 16 to 20 of Chapter 7, Yingbuzu (盈不足).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

---

<sup>†</sup>This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

<sup>†</sup>大手前大学 非常勤講師

草稿提出日 6月30日

最終原稿提出日 7月27日

本論文では、盈不足章の算題〔一六〕～〔二〇〕に対する訳注を与える。

〔一六〕今有玉方一寸、重七兩、石方一寸、重六兩。今有石立方三寸、中有玉、并重十一斤。問玉・石重各幾何。答曰、玉十四寸、重六斤二兩、石十三寸、重四斤十四兩。

術曰、假令皆玉、多十三兩。令之皆石、不足十四兩。不足爲玉、多爲石。各以一寸之重乘之、得玉・石之積重<sup>[19]</sup>。

**訓読：**今、玉の方一寸は、重さ七兩、石の方一寸は、重さ六兩なる有り。今、石の立方三寸有り、中に玉有り、并す重さは十一斤<sup>(74)</sup>。問う、玉・石の重さは各おの幾何ぞ。答えに曰う、玉は十四寸、重さ六斤二兩、石は十三寸、重さ四斤十四兩。

術に曰う、仮令に皆な玉なれば、多きこと十三兩。之をして皆な石たらしむれば、不足すること十四兩。不足を玉と爲し、多きを石と爲す。各おの一寸の重さを以て之に乗ずれば、玉・石の積重を得<sup>(75)</sup>。

**注：**(74) 1斤は16兩。

(75) この算題を「盈不足術」で解く事は難しい。劉徽も盈不足術を使わず解いている。

[18]劉注参照。

計算は以下の通りである。

玉の重さは、1立方寸あたり7兩。石の重さは、1立方寸あたり6兩。

玉+石の重さは、 $3^3=27$ 立方寸=11斤 (=11×16) =176兩

すべて玉ならば $7\times 27$ 立方寸=189兩で $189-176=13$ 兩余る。

すべて石ならば $6\times 27$ 立方寸=162兩で $176-162=14$ 兩不足する。

玉・石、それぞれの立方寸数を求めるために盈不足術(ほとんど鶴亀算)を用いるのであるが、玉と石のそれぞれの1立方寸を交換するたびに重さの変化が(7-6=)1兩変化するので、不足の数を玉とし、あまりの数を石とすればよい。

すべて玉ならば13兩余るので、石の立方寸数は $\frac{13}{7-6}=13$ 立方寸。

石の重さは $6\times 13=78$ 兩=4斤14兩。

すべて石ならば14兩不足するので、玉の立方寸数は $\frac{14}{7-6}=14$ 立方寸。

玉の重さは $7\times 14=98$ 兩=6斤2兩。

**訳：**今、1立方寸の玉は、重さ7兩、1立方寸の石は、重さ6兩である。今、3寸立方(27

立方寸)の石があり、その中に玉が有る、合わせた重さは11斤(176両)である。問う、玉と石の重さはそれぞれいくらか。答えにいう、玉は体積14立方寸、重さ6斤2両(98両)、石は体積13立方寸、重さ4斤14両(78両)。

術にいう、かりにいずれもが玉であれば、13両あまる。かりにいずれもが石であれば、14両不足する。不足の数を玉とし、あまりの数を石とすればよい。それぞれ1立方寸の重さ(玉=7両、石=6両)を掛ければ、玉と石の合計の重さを得る。

[19][劉注]立方三寸是一面之方、計積二十七寸。玉方一寸重七兩、石方一寸重六兩、是爲玉・石重差一兩。假令皆玉、合有一百八十九兩。課於十一斤、有餘十三兩。玉重而石輕、故有此多。即二十七寸之中有十三寸、寸損一兩、則以爲石重、故言多爲石。言多之數出於石以爲玉。假令皆石、合有一百六十二兩。課於十一斤、少十四兩。故曰不足。此不足即以重爲輕、故令減少數於石重、即二十七寸之中有十四寸、寸增一兩、則以爲玉重也。

訓読：「立方三寸」は是れ一面<sup>(76)</sup>の方、積二十七寸を計る。玉の方一寸の重さは七兩、石の方一寸の重さは六兩なれば、是れ玉・石の重さの差は一兩と爲す。假令に皆な玉なれば、合せて一百八十九兩有り。十一斤に課せば、余り有ること十三兩。玉は重くして石は軽し、故に此の多有り。即ち二十七寸の中に十三寸有り、寸ごとに一兩を損ずれば、則ち以て石の重さと爲す、故に「多きを石と爲す」と言う。多の数は石より出でて以て玉と爲すを言う。假令に皆な石なれば、合せて一百六十二兩有り。十一斤に課せば、少きこと十四兩。故に「不足」と曰う。此の不足は即ち重を以て軽と爲す、故に少数を石の重さより減ぜしむれば、即ち二十七寸の中に十四寸有り、寸ごとに一兩を増せば、則ち以て玉の重さと爲す也<sup>(77)</sup>。

注：(76) 50)の注(87)に、「「一面」とは1辺のこと」とある。

(77) 本題の計算は次の通りである。

玉と石を合わせた重さは、27立方寸=11斤(176両)である。

すべて玉であれば、7両×27立方寸=189両で13両多い。

すべて石であれば、6両×27立方寸=162両で14両不足する。

1立方寸あたり玉は7両、石は6両なので、玉と石を交換すれば1両変化する。

したがって、27立方寸の中で13立方寸を石にすると過不足がなくなる。

つまり、玉は14立方寸。石は13立方寸である。

玉は $14 \times 7 = 98$ 両 $= 6\frac{2}{16}$ 斤 $= 6$ 斤2両

石は $13 \times 6 = 78$ 両 $= 4\frac{14}{16}$ 斤 $= 4$ 斤14両

訳：「立方三寸」とは、1辺が3寸の立方体であり、体積は27立方寸(3<sup>3</sup>立方寸)となる。

また1寸の立方体の玉の重さは7両であり、1寸の立方体の石の重さは6両であるので、玉・石の重さの差は1両である。かりに全部が玉であれば、合計189両となる。これを「十一斤(176両)」と比べると、13両あまる。玉は重く石は軽い、ゆえにこのあまりが生じたのである。それは27立方寸の中の13立方寸について、立方寸ごとに1両減らしていくと、石の重さとなる、ゆえに「あまりの数を石とする」というのである。あまりの数は石を玉とするために生じたのである。かりにいずれもが石であれば、合計162両となる。これを「十一斤(176両)」と比べると、14両少ない。ゆえに「不足」というのである。この不足数は、重い玉を軽い石とするために生じたのである。ゆえに少ない数を石の重さから減ずるのである、つまり27立方寸中の14立方寸について、立方寸ごとに1両を加えていくと、玉の重さである。

[一七]今有善田一畝、價三百、惡田七畝、價五百。今并買一頃、價錢一萬。問善・惡田各幾何。答曰、善田十二畝半。惡田八十七畝半。

術曰、假令善田二十畝、惡田八十畝、多一千七百一十四錢七分錢之二。令之善田十畝、惡田九十畝、不足五百七十一錢七分錢之三<sub>[20]</sub>。

**訓読：**今、善田一畝、価は三百、悪田七畝、価は五百なる有り。今、併せて一頃<sup>(78)</sup>を買う、価は錢一萬。問う、善・悪田各おの幾何ぞ。答えに曰く、善田は十二畝半。悪田は八十七畝半。

術に曰う、仮令に善田二十畝なれば、悪田は八十畝、多きこと一千七百一十四錢七分錢の二。之をして善田十畝ならしむれば、悪田は九十畝、不足すること五百七十一錢七分錢の三<sup>(79)</sup>。

**注：**(78) 1頃は100畝。

(79) 計算は以下の通りである。

善田 + 悪田 = 100畝…10000錢。

善田 = 300錢/畝、悪田 =  $\frac{500}{7}$ 錢/畝である。

(善田) 20畝 × 300錢 = 6000錢 (悪田) 80畝 ×  $\frac{500}{7}$ 錢 =  $\frac{40000}{7}$ 錢

10000錢 - (6000錢 +  $\frac{40000}{7}$ 錢) =  $-1714\frac{2}{7}$ 錢 …盈

(善田) 10畝 × 300錢 = 3000錢 (悪田) 90畝 ×  $\frac{500}{7}$ 錢 =  $\frac{45000}{7}$ 錢

10000錢 - (3000錢 +  $\frac{45000}{7}$ 錢) =  $571\frac{3}{7}$ 錢 …不足

これを盈不足術に当てはめると、つぎの式が成りたつ。

$$\begin{aligned} \text{善田} : & \frac{20\text{畝} \times 571\frac{3}{7}\text{錢} + 10\text{畝} \times 1714\frac{2}{7}\text{錢}}{1714\frac{2}{7}\text{錢} + 571\frac{3}{7}\text{錢}} = 12\frac{1}{2}\text{畝} \\ \text{悪田} : & \frac{80\text{畝} \times 571\frac{3}{7}\text{錢} + 90\text{畝} \times 1714\frac{2}{7}\text{錢}}{1714\frac{2}{7}\text{錢} + 571\frac{3}{7}\text{錢}} = 87\frac{1}{2}\text{畝} \end{aligned}$$

訳：今、善田は1畝で価は300銭、悪田は7畝で価は500銭である。今、合わせて1頃(100畝)を買うと、価は1万銭であった。問う、善田と悪田の面積はそれぞれどれくらいか。答えにいう、善田は12畝半。悪田は87畝半。

術にいう、かりに善田が20畝であれば、悪田は80畝であり、1万銭より $1714\frac{2}{7}$ 銭多くなってしまう。善田が10畝であれば、悪田は90畝であり、1万銭より $571\frac{3}{7}$ 銭不足してしまう。

[20] [劉注] 按、善田二十畝、直(値) 銭六千。悪田八十畝、直(値) 銭五千七百一十四・七分銭之二。課於一萬、是多一千七百一十四銭七分銭之二。令之善田十畝、直(値) 銭三千、悪田九十畝、直(値) 銭六千四百二十八、七分銭之四。課於一萬、是爲不足五百七十一銭七分銭之三。以盈不足術求之也。

訓読：按ずるに、善田二十畝たれば、値は銭六千。悪田八十畝たれば、値は銭五千七百一十四・七分銭の二。一万に課すれば、是れ多きこと一千七百一十四銭七分銭の二。之をして善田十畝たらしむれば、値は銭三千、悪田九十畝たれば、値は銭六千四百二十八・七分銭の四。一万に課すれば、是れ不足と為すこと五百七十一銭七分銭の三。盈不足術を以て之を求むる也。

訳：按ずるに、善田が20畝であれば、値は6000銭。そのとき悪田が80畝であるので、値は $5714\frac{2}{7}$ 銭である。1万銭と比べると、 $1714\frac{2}{7}$ 銭多い。善田が10畝であれば、値は3000銭、そのとき悪田が90畝であるので、値は $6428\frac{4}{7}$ 銭である。1万銭と比べると、 $571\frac{3}{7}$ 銭不足する。盈不足術によりこれを求める。

[一八] 今有黄金九枚、白銀十一枚、稱之重、適等。交易其一、金輕十三兩。問金・銀一枚各重幾何。答曰、金重二斤三兩十八銖、銀重一斤十三兩六銖。

術曰、假令黄金三斤、白銀二斤一分斤之五、不足四十九、於右行。令之黄金二斤、白銀一斤一分斤之七、多十五、於左行。以分母各乘其行内之數、以盈・不足雜乘所出率、并以爲實。并盈・不足爲法。實如法、得黄金重。分母乘法以除、得銀重。約之得分也<sub>[21]</sub>。

**訓読：**今、黄金九枚、白銀十一枚有り、之が重さを<sup>はか</sup>称れば、適等なり。其一を交易すれば、金軽きこと十三兩。問う、金・銀一枚は各おの重さは幾何ぞ。答に曰う、金の重さ二斤三兩十八銖<sup>(80)</sup>、銀の重さ一斤十三兩六銖。

術に曰う、仮令に黄金三斤たれば、白銀は二斤十一分斤の五、不足すること四十九、右行に於てす。之をして黄金二斤たらしむれば、白銀は一斤十一分斤の七、多きこと十五、左行に於てす。分母を以て各おの其行内の数に乗ず、盈・不足を以て出す所の率<sup>(81)</sup>に維乗し、并せて以て実と為す。盈・不足を并せて法と為す。実、法の如くして、黄金の重さを得。分は、母を法に乘以て除せば、銀の重さを得。之を約して分を得る也<sup>(82) (83)</sup>。

**注：**(80) 1斤=16兩、1兩=24銖。

(81) 「所出率」は、50) の23頁にみえる。ここでも「所出率」は仮定値の意である。本題では、黄金1枚が3斤あるいは2斤の仮定値のこと。

(82) 計算は以下の通り。黄金9枚の重さ=白銀11枚の重さである。

1. かりに黄金1枚が3斤(48兩)であれば、白銀1枚は $2\frac{5}{11}$ 斤( $\frac{432}{11}$ 兩)となり、黄金と白銀を1枚ずつ交換すると、

$$\begin{aligned} & (\text{黄金}8\text{枚}+\text{白銀}1\text{枚})-(\text{黄金}1\text{枚}+\text{白銀}10\text{枚}) \\ & = (48 \times 8 + \frac{432}{11} \times 1) - (48 \times 1 + \frac{432}{11} \times 10) = -\frac{192}{11} = -17\frac{5}{11}\text{兩} \end{aligned}$$

となり、差は $17\frac{5}{11}$ 兩となるが、実際には差は13兩であるので、

$$17\frac{5}{11}\text{兩} - 13\text{兩} = \frac{192-143}{11}\text{兩} = \frac{49}{11}\text{兩}$$

つまり $\frac{49}{11}$ 兩不足する。術文に「49不足する」とあるのがこれに相当する。以下の計算で分母が11で共通であるため、分母を省略して書いている。

2. かりに黄金1枚が2斤(32兩)であれば、白銀1枚が $1\frac{7}{11}$ 斤( $\frac{288}{11}$ 兩)となり、黄金と白銀を1枚ずつ交換すると、

$$(32 \times 8 + \frac{288}{11} \times 1) - (32 \times 1 + \frac{288}{11} \times 10) = -\frac{128}{11} = -11\frac{7}{11}\text{兩}$$

となり、差は $11\frac{7}{11}$ 兩となるが、実際には差は13兩であるので、

$$13\text{兩} - 11\frac{7}{11}\text{兩} = \frac{143-128}{11}\text{兩} = \frac{15}{11}\text{兩}$$

つまり $\frac{15}{11}$ 兩あまる。術文に「15多い」とあるのがこれに相当する。

これを盈不足の術で計算すると、

$$\text{黄金の重さ} : \frac{3 \times 15 + 2 \times 49}{49 + 15} = \frac{143}{64} = 2\frac{15}{64} \text{ (斤)} = 2 \text{ 斤 } 3 \text{ 兩 } 18 \text{ 銖}$$

$$\text{白銀の重さ} : \frac{\frac{27}{11} \times 15 + \frac{18}{11} \times 49}{49 + 15} = \frac{\frac{405}{11} + \frac{882}{11}}{64} = \frac{117}{64} = 1\frac{53}{64} \text{ (斤)} = 1 \text{ 斤 } 13 \text{ 兩 } 6 \text{ 銖}$$

(83) 「分は、母を法に乘じ以て除せば」とは、白銀の重さを求めるに、実の $\frac{18}{11}$ と $\frac{27}{11}$ は分数であるので、これに分母11をかけてやり、18と27とする。一方法の15と49にも11をかけてやり、すべてを整数にする。そうすると

$$\begin{array}{r} 18 \quad 27 \\ 15 \times 11 \quad 49 \times 11 \end{array}$$

となり、これにより答えを求める時には、最後に11でわってやればよい。このことを述べているのである。

訳：今、黄金9枚と白銀11枚があり、重さをはかると、ちょうど等しかった。その1枚ずつを取り替えると、黄金の方が13両軽い。問う、黄金と白銀の1枚の重さはそれぞれどれくらいか。答えにいう、黄金の重さは2斤3両18銖、白銀の重さは1斤13両6銖である。

術にいう、かりに黄金が3斤(48両)とすると、白銀は $2\frac{5}{11}$ 斤( $\frac{432}{11}$ 両)となり、 $\frac{49}{11}$ 両不足する。これを右行に置く。また黄金が2斤(32両)とすると、白銀は $1\frac{7}{11}$ 斤( $\frac{288}{11}$ 両)となり、 $\frac{15}{11}$ 両あまる。これを左行に置く。分母をそれぞれその行内の数に掛け、盈・不足を假定値に維乗し、あわせて実とする。盈・不足をあわせて法とする。実で法を割れば、黄金の重さが得られる。白銀の重さを求めるに、実の部分に分数があれば、その分母を法に掛けてやり贏不足の計算をやったのち答えをその分母で割ってやると、銀の重さが得られる。このまた余りは約分する。

[21] [劉注] 按、此術、假令黄金九、白銀十一、俱重二十七斤、金、九約之、得三斤。銀、十一約之、得二斤一分斤之五。各爲金・銀一枚重數。就金重二十七斤之中減一金之重、以益銀、銀重二十七斤之中減一銀之重、以益金、則金重二十六斤一分斤之五、銀重二十七斤一分斤之六。以少減多、則金輕十七兩一分兩之五。課於十三兩、多四兩一分兩之五。通分内子言之、是爲不足四十九。又令之黄金九、一枚重二斤、九枚重十八斤。白銀十一、亦合重十八斤也。乃以十一除之、得(一枚)<sub>[一]</sub>一斤一分斤之七、爲銀一枚之重數。今就金重十八斤之中減一枚金、以益銀、復減一枚銀、以益金、則金重十七斤一分斤之七、銀重十八斤一分斤之四。以少減多、即金輕十一分斤之八、課於十三兩、少一兩一分兩之四。通分内子言之、是爲多十五。以盈不足術求之、實如法、得金重。「分母乘法以除」者謂銀兩分母同、須通法而後乃除、得銀重。餘皆約之者、術省故也。

校訂：[一]李潢は「一枚」の二字は衍字とする。今これに従う。

訓読：按ずるに、此術、假令に黄金九、白銀十一、俱に重さ二十七斤なれば<sup>(84)</sup>、金は、

九もて之を約せば、三斤を得。銀は、十一もて之を約せば、二斤十一分斤の五を得。各おの金・銀一枚の重さの数と為す。金の重さ二十七斤の中に就て一金の重さを減じ、以て銀に益し、銀の重さ二十七斤の中は一銀の重を減じ、以て金に益せば、則ち金の重さ二十六斤十一分斤の五、銀の重さ二十七斤十一分斤の六。少を以て多より減ずれば、則ち金軽きこと十七兩十一分兩の五。十三兩に課すれば、多きこと四兩十一分兩の五。分を通じて子に内れ之を言え<sup>(85)</sup>、是れ不足すること四十九と為す。又た、之をして黄金九、一枚の重さ二斤たらしむれば、九枚の重さは十八斤。白銀十一たれば、亦た合せて重さ十八斤也。乃ち十一を以て之を除せば、一斤十一分斤の七を得、銀一枚の重さの数と為す。今、金の重さ十八斤の中に就て一枚の金を減じ、以て銀に益し、復た一枚の銀を減じ、以て金に益せば、則ち金の重さ十七斤十一分斤の七、銀の重さ十八斤十一分斤の四。少を以て多より減ずれば、即ち金の軽きこと十一分斤の八、十三兩に課すれば、少きこと一兩十一分兩の四。分を通じて子に内れ之を言え、是れ多きこと十五と為す。盈不足術を以て之を求むるに、実、法の如くして、金の重さを得。「分は、母を法に乘じ以て除す」とは、銀の兩分母同じなれば、須く法に通じてしかる後乃ち除せば、銀の重さを得べきを謂う<sup>(86)</sup>。「余は皆な之を約す」とは<sup>(87)</sup>、術の省の故也。

**注：**(84) ここでいう「二十七斤」は、仮に黄金1枚が「三斤」であれば、9枚なら27斤となるという仮定の値である。

(85) 「分を通じて子に内れ」とは(20)の、方田章[三八]の術文に「徑亦通分内子」とあり、通分してそれを分子に納れるという意。仮分数に直して計算するということ。

(86) 50)の注(16)にみられる、分子の通分を行う計算法を、分母でも行えることを言っている。

(87) 「余は皆な之を約す」とは、差の値(盈と不足)をいずれも分母を払って簡約するのは、という意。

**訳：**按ずるに、この術で、かりに黄金9枚と白銀11枚が、ともに重さ27斤(432兩)であれば、黄金1枚は9で割ると3斤(48兩)を得られる。白銀1枚は11で割ると $2\frac{5}{11}$ 斤( $\frac{432}{11}$ 兩)を得られる。これらがそれぞれ黄金と白銀の1枚の重さとなる。黄金の重さ27斤の中から、1枚の黄金の重さを減らして、白銀に加え、また白銀の重さ27斤の中から、1枚の白銀の重さを減らし、黄金に加えれば、黄金の重さは $26\frac{5}{11}$ 斤、白銀の重さは $27\frac{6}{11}$ 斤となる。少ない方を多い方から引けば、黄金は $17\frac{5}{11}$ 兩軽くなる。これを13兩と比べると、 $4\frac{5}{11}$ 兩多い。通分してそれを分子に納れ(11をかけ)ると、「不足

すること四十九」というのである。また黄金が9枚、1枚の重さが2斤であれば、9枚の重さは18斤である。白銀11枚は、合わせた重さが18斤だから、これを11で割ると、 $1\frac{7}{11}$ 斤であり、白銀1枚の重さとなる。今、黄金の重さ18斤の中から1枚の黄金を減らして、白銀に加え、また1枚の白銀を減らして、黄金に加えれば、つまり黄金の重さは $17\frac{7}{11}$ 斤、白銀の重さは $18\frac{4}{11}$ 斤となる。少ない方を多い方から引けば、すなわち黄金は $\frac{8}{11}$ 斤( $=\frac{128}{11}=11\frac{7}{11}$ 両)軽い、これを13両と比べると、 $1\frac{4}{11}$ 両( $\frac{15}{11}$ 両)少ない。通分してそれを分子に納れ(11をかけ)ると、「多きこと十五」というのである。盈不足の術で計算すると、実を法で割ると、黄金の重さが得られる。「分は、母を法に掛けて割れば」とは、白銀の重さを求めるに、実の部分に分数があれば、その分母を法にかけてやり贏不足の計算をやったのち答えをその分母で割ってやると、銀の重さが得られることをいっている。差の値(盈と不足)をいずれも分母を払って簡約するのは、計算が簡単になるからである。

[一九]今有良馬與駑馬發長安、至齊。齊去長安三千里。良馬初日行一百九十三里、日增十三里。駑馬初日行九十七里、日減半里。良馬先至齊、復還迎駑馬。問幾何日相逢及各行幾何。答曰、十五日一百九十一分日之一百三十五而相逢。良馬行四千五百三十四里一百九十一分里之四十六。駑馬行一千四百六十五里一百九十一分里之一百四十五。

術曰、假令十五日、不足三百三十七里半。令之十六日、多一百四十里<sub>[-][22]</sub>。

**校訂：**[一]算經十書本は、以下に「以盈・不足維乘假令之數、并而爲實。并盈・不足爲法。實如法而一、得日數。不盡者、以等數除之而命分」と続く。大典本・楊輝本は、この箇所を劉徽注とする。われわれもこれに従う。

**訓読：**今、良馬と駑馬<sup>(88)</sup>と長安を發し、齊に至る有り。齊は長安を去ること三千里。良馬は初日に行くこと一百九十三里、日ごとに増すこと十三里。駑馬は初日に行くこと九十七里、日ごとに減ずること半里。良馬先に齊に至り、復た還りて駑馬を迎う。問う、幾何日にして相い逢うか、及び各おの行くこと幾何ぞ。答えに曰く、十五日一百九十一分日之一百三十五にして相い逢う。良馬行くこと四千五百三十四里一百九十一分里の四十六。駑馬行くこと一千四百六十五里一百九十一分里の一百四十五。

術に曰う、假令に十五日たれば、不足すること三百三十七里半。之をして十六日た

らしむれば、多きこと一百四十里<sup>(89)</sup>。

注：(88)「駑馬」とは、下等の馬のこと。『廣雅』釋言に「駑、駘也」とある。「駘」とはのろい馬のことである。『史記』卷八六・刺客荊軻列伝の田光の言に、「騏驎盛壯之時、一日而馳千里。至其衰老、駑馬先之（騏驎、盛壯の時、一日にして千里を馳す。その衰老に至れば、駑馬も之に先んず）」とある。

(89) 計算は以下の通り。長安から齊までの距離は3000里である。

かりに、15日なら、 $337\frac{1}{2}$ 里不足する。

かりに、16日なら、140里多い。注(93)参照。

これを盈不足術の式にあてはめると、

$$\text{互いが出会う日として、} \frac{15 \times 140 + 16 \times 337\frac{1}{2}}{337\frac{1}{2} + 140} = \frac{2100 + 5400}{\frac{955}{2}} = \frac{3000}{191} = 15\frac{135}{191} \text{日}$$

≒5.7068日が得られる。

$\frac{135}{191}$ 日に、良馬と駑馬がそれぞれどれだけ進むかについては、注(91)を参照。

良馬と駑馬の出会う日が、おおむね15日と16日の間にある、ということについて、今の計算では次のように求められる。

$n$ 日目に会うとして、 $n$ 日目に良馬の走る距離を $a_n$ 、駑馬の走る距離を $b_n$ 、両者を合わせた距離を $c_n (= a_n + b_n)$ とする。

$$a_n = 193 + 13(n-1) = 180 + 13n \text{ (里)}$$

$$b_n = 97 - \frac{1}{2}(n-1) = \frac{195}{2} - \frac{n}{2} \text{ (里)}$$

$$a_n + b_n = c_n = \frac{555}{2} + \frac{25}{2}n \text{ (里)}$$

15日間の平均の速さは、

$$\overline{V}_{15} = \frac{c_1 + c_{15}}{2} = \frac{290 + 465}{2} = \frac{755}{2} = 377.5 \text{ (里)}$$

16日間の平均の速さは、

$$\overline{V}_{16} = \frac{c_1 + c_{16}}{2} = \frac{290 + 477.5}{2} = \frac{767.5}{2} = 383.75 \text{ (里)}$$

∴  $\overline{V}_{15} < 380 < \overline{V}_{16}$ であるので、

$$15 \text{ 日間に行った距離は、} L_{15} = \overline{V}_{15} \times 15 < 380 \times 15 = 5700$$

$$16 \text{ 日間に行った距離は、} L_{16} = \overline{V}_{16} \times 16 > 380 \times 16 = 6080$$

$$\therefore L_{15} < 6000 < L_{16}$$

ここから、二馬が出会うのは、おおむね15日と16日の間にあることがわかる。

本文の答えである $15\frac{135}{191}$ 日は盈不足術を用いた近似計算であるので、以下で正値を求めてみよう。 $n$ 日目までに良馬の走る距離を $S_n$ 、駑馬の走る距離を $s_n$ とすると、

正值を与える  $n$  は、 $S_n + s_n = 6000$  をみたく。ここで、

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2} = \frac{(193 + 180 + 13n) \times n}{2} = \frac{13}{2}n^2 + \frac{373}{2}n, \quad s_n = \frac{(b_1 + b_n) \times n}{2} = \frac{(97 + \frac{195}{2} - \frac{n}{2}) \times n}{2} = -\frac{1}{4}n^2 + \frac{389}{4}n$$

なので、 $S_n + s_n = \frac{25}{4}n^2 + \frac{1135}{4}n = 6000$ 。これを  $n$  について整理すると、

$$5n^2 + 227n - 4800 = 0. \quad \text{これを解くと正值 } n = \frac{-227 + \sqrt{147529}}{10} \doteq 15.7059 \text{ 日を得、かなり}$$

良い近似であることがわかる。

訳：今、良馬と驚馬とが長安を出発して、斉に向かった。斉と長安の距離は3千里である。

良馬は初日に193里行き、その後1日ごとに行く距離が13里ずつ増える。驚馬は初日に97里行き、その後1日ごとに行く距離が半里ずつ減る。良馬は先に斉に至り、復た戻って驚馬を迎える。問う、何日で出会うか、またそれぞれどれくらい行くか。答えにいう、15 $\frac{135}{191}$ 日で出会う。良馬は4534 $\frac{46}{191}$ 里行く。驚馬は1465 $\frac{145}{191}$ 里行く。

術にいう、仮に15日であれば、337 $\frac{1}{2}$ 里不足する。16日であれば、140里多い。

[22] [劉注] 以盈・不足維乘假令之數、并而爲實。并盈・不足爲法。實如法而一、得日數。不盡者、以等數除之而命分<sub>[-]</sub>。

求良馬行者、十四乘益疾里數。以并良馬初日之行、又加良馬初日之行里數而半之、乘十五日、得良馬十五日之凡行。又以十五乘益疾里、加良馬初日之行。以乘日分子、如日分母而一。所得及其不盡而命分。加於前良馬凡行里數、即得<sub>[-]</sub>。求驚馬行者、以十四乘半里、以減驚馬初日之行里數、餘以并初日之行、又半之<sub>[-]</sub>、乘十五日<sub>[四]</sub>、得驚馬十五日之凡行。又以十五日乘半里、以減驚馬初日之行、餘以乘日分子、如日分母而一。所得加前里、即驚馬定行里數。其奇半里者、爲半法、以半法增殘分、即得。其不盡者而命分<sub>[五]</sub>。

按、「(仮) 令十五日、不足三百三十七里半」者、據良馬十五日凡行四千二百六十里、(除先) [先除]<sub>[六]</sub> 去齊三千里、定還迎驚馬一千二百六十里。驚馬凡十五日凡行一千四百二里半、并良・驚二馬所行、得二千六百六十二里半。課於三千里、少三百三十七里半、故曰「不足」。「令之十六日、多一百四十里」者、據良馬十六日凡行四千六百四十八里、先除去齊三千里、定還迎驚馬一千六百四十八里。驚馬十六日凡行一千四百九十二里、并良・驚二馬所行、得三千一百四十里。課於三千里、餘有一百四十里、故謂之「多」也。以盈・不足維乘假令之數、并而爲實。并盈・不足爲法。「實如法而一、得日數」者、即【設差】<sub>[七]</sub> 不盈・不朒之正數。以二馬初日所行里乘十五日、爲十五日平行數。求初末益疾減遲之數者、并一與十四、以十四乘而半之、爲中平之積。又令益疾減遲里數乘之、各爲減益之中平里、故各減益平行數、得十五日定行里。若求後一日、以十六日之定行里數乘日分子、如日分母而一、各得日【分

子<sub>凡</sub>之定行里數。故各并十五日定行里、即得。其驚馬奇半里者、法爲全里之分、故破半里爲半法、以增殘分、即合所問也。

校訂：〔一〕算經十書本は「以盈・不足維乘假令之數」から「不盡者、以等數除之而命分」までを本文とするが、大典本・楊輝本に従い劉徽注と考える。「假令之數」や「等數」という語は、『九章算術』の本文ではみえない。あるいは李淳風注である可能性もある。

〔二〕「求良馬行者」から「即得」までの箇所は、算經十書本は「求良馬行者、十四乘益疾里數而半之、加良馬初日之行里數、以乘日分子、如日分母而一。所得及其不盡而命分、加於前良馬凡行里數、即得」とするが、ここは12) 李潢〔参考文献12〕に従って改める。

〔三〕「又半之」は、大典本・郭書春は「又半之、以減驚馬初日之行里數」と10字を加えるが、算經十書本・李潢に従ってとらない。

〔四〕「乘十五日」は、大典本・楊輝本は「以乘十五日」とするが、算經十書本・李潢に従ってとらない。

〔五〕「求良馬行者」から「其不盡者而命分」までを、25) 汪萊や李潢は術文とするが、われわれは劉注とする。

〔六〕「除先」は「先除」の誤り。後文に「先除」とある。

〔七〕川原4) に従い「設差」の二字を削る。

〔八〕文意からみると、この「分子」は衍字であることがわかる。

訓読：盈・不足を以て假令の數に維乘し、并せて実と爲す。盈・不足を并せて法と爲す。実、法の如くして一とすれば、日数を得。尽きざるものは、等数を以て之を除して分に命ず。

良馬の行を求むるは、十四もて益疾<sup>(90)</sup>の里數に乗ず。以て良馬の初日の行に并せ、又た良馬の初日の行の里數に加えて之を半にし、十五日に乗ずれば、良馬の十五日の凡行を得。又た十五を以て益疾の里に乗じ、良馬の初日の行を加えて、以て日の分子に乗じ、日の分母の如くして一とす。得る所は其の尽きざるに及びて分に命ず。前の良馬の凡行の里數に加うれば、即ち得<sup>(91)</sup>。驚馬の行を求むるは、十四を以て半里に乗じ、以て驚馬の初日の行の里數より減じ、余は以て初日の行に并せ、又た之を半にし、十五日に乗ずれば、驚馬の十五日の凡行を得。又た十五日を以て半里に乗じ、以て驚馬の初日の行より減じ、余は以て日の分子に乗じ、日の分母の如くして一とす。得る所は前の里に加うれば、即ち驚馬の定行の里數なり。其の奇、半里なるは、半法と爲し、半法を以て殘分を増せば、即ち得。其の尽きざるものにして分に命ず<sup>(92)</sup>。

按ずるに、「仮令に十五日なれば、不足すること三百三十七里半」とは、良馬は十五日にして凡行四千二百六十里に抛るに、先に齊を去ること三千里を除けば、驚馬を還り迎うる一千二百六十里を定む。驚馬の凡そ十五日の凡行一千四百二里半、良・驚二馬の行く所を并せ、二千六百六十二里半を得。三千里に課すれば、少きこと三百三十七里半、故に「不足」と曰う。「之をして十六日たらしむれば、多きこと一百四十里」とは、良馬十六日の凡行四千六百四十八里に抛るに、先に齊を去ること三千里を除けば、驚馬を還り迎うる一千六百四十八里を定む。驚馬の十六日の凡行一千四百九十二里、良・驚二馬の行く所を并せ、三千一百四十里を得。三千里に課すれば、余りは一百四十里有り、故に之を「多し」と謂う也。盈・不足を以て仮令の数に維乗し、并せて実と為す。盈・不足を并せて法と為す。実、法の如くして一とし、日数を得れば、即ち不盈・不朒の正数なり<sup>(93)</sup><sup>(94)</sup>。

二馬の初日の行く所の里を以て十五日に乗ずれば、十五日の平行数<sup>(95)</sup>と為す。初末の益疾・減遅の数を求むるは、一と十四とを并せ、十四を以て乗じて之を半し、中平の積と為す<sup>(96)</sup>。又た益疾・減遅の里数をして之に乗ぜしめ、各おの減益の中平の里と為す、故に各おの平行数に減益すれば、十五日の定行の里を得<sup>(97)</sup>。

若し後の一日を求むれば、十六日の定行の里数を以て日の分子に乘じ、日の分母の如くして一とし、各おの日の定行の里数を得。故に各おの十五日の定行の里を并すれば、即ち得。其れ驚馬の奇の半里は、法は全里の分と為る、故に半里を破りて半法と為す、以て残分を増せば、即ち問う所に合う也<sup>(98)</sup>。

注：(90)「益疾」とは、『続漢書』律曆志下に「金、晨伏、…益疾、日行一度二十二分、九十一日行百一十三度、在日後九度、而晨伏東方。…」とある。ここでは、「速さを益す」という意である。

(91) この計算は次の通りである。ここでは  $n$  日に良馬が行った里数を  $a_n$  とする。初日の行の里数  $= a_1 = 193$  里である。

すると、 $a_n = 193 + 13(n-1)$  の式が成り立つ。

ここから、 $n$  日間の平均の速さは、 $\bar{a}_n = \frac{a_1 + a_n}{2} = \frac{193 + 193 + 13(n-1)}{2}$  (里)

である。15日間の平均の速さ、 $\bar{a}_{15} = \frac{386 + 13 \times (15-1)}{2} = \frac{568}{2} = 284$  (里)

となる。注の文で、「十四もて益疾の里数に乗ず。以て良馬の初日の行に并せ、又た良馬の初日の行の里数に加えて之を半にし」と書かれるところである。さらに「十五日に乗ずれば、良馬の十五日の凡行を得」とあり、良馬の15日間の行の総計を求める。

つまり、 $284 \times 15 = 4260$  (里)

となる。しかし、実際に出会うのは、注(89)より $15\frac{135}{191}$ 日であるから、

16日目に走った距離は、 $(13 \times 15 + 193) \times 135 \div 191 = \frac{52380}{191} = 274\frac{46}{191}$  (里)

となる。注の文では、「十五を以て益疾の里に乘じ、良馬の初日の行を加えて、以て日の分子に乘じ、日の分母の如くして一とす。得る所は其の尽きざるに及びて分に命ず」と書かれるところである。

さらに、16日間の走行距離は、 $4260 + 274\frac{46}{191} = 4534\frac{46}{191}$  (里)

となる。注の文で「前の良馬の凡行の里数に加うれば、即ち得」と書かれるところである。

(92)ここまでの計算は次の通りである。ここでは $n$ 日に驚馬が行った里数を $b_n$ とする。

初日の行の里数 $= b_1 = 97$ 里である。

すると、 $b_n = 97 - \frac{1}{2}(n-1)$  の式が成り立つ。

ここから、 $n$ 日間の平均の速さは、 $\bar{b}_n = \frac{b_1 + b_n}{2} = \frac{97 + 97 - \frac{1}{2}(n-1)}{2}$  (里) である。

15日間の平均の速さは、 $\bar{b}_{15} = \frac{194 - \frac{1}{2} \times 14}{2} = \frac{187}{2} = 93\frac{1}{2}$  (里) となる。

注の文で「十四を以て半里に乘じ、以て驚馬の初日の行の里数より減じ、余は以て初日の行に并せ、又た之を半にし」と書かれるところである。さらに「十五日を乗ずれば、驚馬の十五日の凡行を得」とあり、驚馬の15日間の行程の総計を求める。つまり、 $93\frac{1}{2} \times 15 = \frac{2805}{2} = 1402\frac{1}{2}$  (里) となる。

しかし、実際に出会うのは、注(89)より $15\frac{135}{191}$ 日であるから、16日目に行った距離は、 $(97 - \frac{1}{2} \times 15) \times 135 \div 191 = \frac{24165}{382} = 63\frac{99}{382}$  (里) となる。

注の文では「又た十五日を以て半里に乘じ、以て驚馬の初日の行より減じ、余は以て日の分子に乘じ、日の分母の如くして一とす」と書かれるところである。さらに、「得る所は前の里に加うれば、即ち驚馬の定行の里数なり」とあり、16日間に行った距離は、 $1402\frac{1}{2} + 63\frac{99}{382} = \frac{279960}{191} = 1465\frac{145}{191}$  (里) となる。

「半法」とは、 $\frac{1}{2}$ でくくるという意か。注(98)を参照。

「其の奇、半里なるは、半法と為し、半法を以て残分を増せば、即ち得。其の尽きざる者にして分に命ず」とは、 $(97 - \frac{1}{2} \times 15) \times 135 \div 191$ を計算する時に、 $\frac{1}{2} \times \frac{(97 \times 2 - 15) \times 135}{191 \times 2}$ を計算するということ。

(93)「按ずるに」以下については、李淳風注である可能性もある。ここでの計算は次の通りである。

15日の場合

(良馬) 15日の凡行 (行程の総計) 4260 (里)

$$4260 \text{ (里)} - 3000 \text{ (里)} = 1260 \text{ (里)}$$

(駑馬) 15日の凡行 (行程の総計)  $1402\frac{1}{2}$  (里)

$$\text{(良馬と駑馬の計)} \quad 1260 + 1402\frac{1}{2} = 2662\frac{1}{2} \text{ (里)}$$

$$\text{すなわち、} \quad 3000 - 2662\frac{1}{2} = 337\frac{1}{2} \text{ (里)} \quad \cdots \text{不足する}$$

16日の場合

$$\text{(良馬) 16日の凡行 (行程の総計) } 4648 \text{ (里)} \quad 4648 - 3000 = 1648 \text{ (里)}$$

$$\text{(駑馬) 16日の凡行 (行程の総計) } 1492 \text{ (里)}$$

$$\text{(良馬と駑馬の計)} \quad 1648 + 1492 = 3140 \text{ (里)}$$

$$\text{すなわち、} \quad 3140 - 3000 = 140 \text{ (里)} \quad \cdots \text{あまる}$$

これを盈不足術の式にあてはめると、両馬が出会う日数が得られる。

$$\frac{15 \times 140 + 16 \times 337\frac{1}{2}}{337\frac{1}{2} + 140} = 15\frac{135}{191} \text{ (日)}$$

注の文には、「盈・不足を以て仮令の数に維乗し、并せて実と為す。盈・不足を并せて法と為す。実、法の如くして一とすれば、日数を得」とあるところである。

(94) 「不盈・不朒の正数」については、50) の注 (23) に見える。

(95) 「平行数」とは、初速を保った時の移動距離をいう。川原 4) は「均率に行った里数」と、李継閔 8) は「均速に行進する里数」と、郭書春 43) は「平行とは、均速に行進する」と解する。

$$\text{良馬の15日の平行数：} 193 \text{ (里)} \times 15 \text{ (日)} = 2895 \text{ (里)}$$

$$\text{駑馬の15日の平行数：} 97 \text{ (里)} \times 15 \text{ (日)} = 1455 \text{ (里)}$$

(96) 「中平」とは平均値、「中平の積」とはそれに日数を掛けたもの。17) の注 (72) を参照。

「一と十四とを并せ、十四を以て乗じて之を半し」とあるのは、 $(1+14) \times 14 \div 2 = 105$ ということである。初日から末日までに加速する部分を考えると、図 1 の階段より下の部分で表される。この部分の面積は、階段 2 個分と等しい長方形の面積の半分である。従って、この部分の面積は上記の式で与えられる。これをここでは「中平の積」と呼んでいる。これに加速・減速の里数を掛けたものが「中平の里」である。

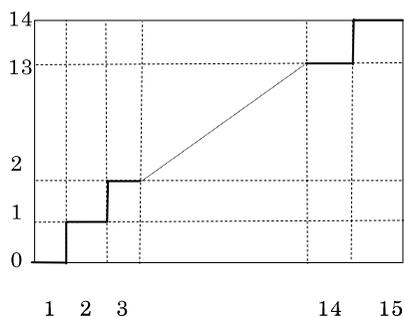


図 1

また図 2 のようにこの「中平の里」に平行数を加えたものが15日間の「定行の里」となる。

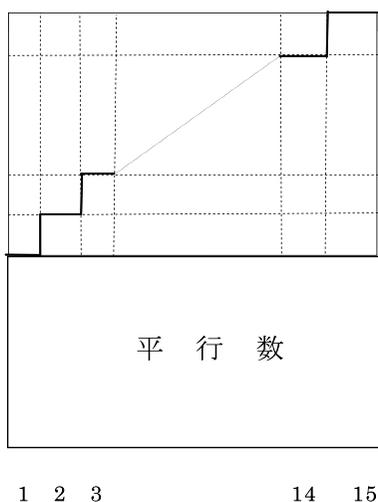


図 2

(97) 15日で実際に行った里数を求める。

良馬の初日行は、193里。

良馬の15日間の中平(平均値)：284(里) … 注(91)より

良馬の15日間の行程の総計：284(里) × 15(日) = 4260(里)

驚馬の初日行は、97里。

驚馬の15日間の中平(平均値)： $93\frac{1}{2}$ (里) … 注(92)より

驚馬の15日間の行程の総計： $93\frac{1}{2}$ (里) × 15(日) =  $1402\frac{1}{2}$ (里)

「又た益疾・減遅の里数をして之に乗ぜしめ、各おの減益の中平の里と為す、故に各おの平行数を減益すれば、十五日の定行の里を得」とは、1日ごとに加速・減速

する里数をこれに掛けると、それぞれ加減速する時の里数の増減分の総数である。だからそれぞれの平行数(初速を保った時の移動距離)を加減すると、15日で行った里数が得られる、ということである。

$$15日 : 4260 + 1402\frac{1}{2} = 5662\frac{1}{2} \text{ (里)}$$

(98)「若し後の一日を求むれば」以下は、良馬と駑馬の16日目(後の一日)に実際に行った里数を求める。

16日目に1日進んだとしたら行ける里数

$$\text{良馬} \cdots 1648 - 1260 = 388 \text{ (里)} \quad \cdots \text{注(93)より}$$

$$\text{駑馬} \cdots 1492 - 1402\frac{1}{2} = 89\frac{1}{2} \text{ (里)} \quad \cdots \text{注(93)より}$$

16日目に実際に行った里数

$$\text{良馬} \cdots 388 \times \frac{135}{191} = 274\frac{46}{191} \text{ (里)} \quad \cdots \text{注(93)より}$$

$$\text{駑馬} \cdots 89\frac{1}{2} \times \frac{135}{191} = \frac{24165}{382} = 63\frac{99}{382} \text{ (里)} \quad \cdots \text{注(93)より}$$

二馬が出会うまでにそれぞれが行った距離は、

$$\text{良馬} \cdots 4260 + 388 \times \frac{135}{191} = 4260 + 274\frac{46}{191} = 4534\frac{46}{191} \text{ (里)}$$

$$\text{駑馬} \cdots 1402\frac{1}{2} + 63\frac{99}{382} = \frac{559920}{382} = 1465\frac{145}{191} \text{ (里)}$$

しかし、二馬の行った距離を合計すると、 $4534\frac{46}{191} + 1465\frac{145}{191} = 6000$  (里)であり、誤差なく一致する。

注の文で「十六日の定行の里数を以て日の分子に乘じ、日の分母の如くして一とし、各おの日の定行の里数を得。故に各おの十五日の定行の里を并せば、即ち得」というのはこのことである。

「半里を破りて半法と為す」の「破」は、算数書【47】にみえる。上の単位をくずして下の単位で計算すること。ここでは $\frac{1}{2}$ でくくるということであろうが、詳細は不明。

**訳：**盈・不足の数を仮令の数に維乘し、合わせて実とする。盈・不足の数を合わせて法とする。実を法で割れば、日数を得る。割り切れない場合は、等数(実・法の公約数)で割ったうえで分数とする。

良馬の行く里数を求めるには、14を速さの増分である里数(13里)に掛け、それを良馬の初日の行程の里数(193里)に合わせ、さらに良馬の初日の行程の里数(193里)に加えて、それを半分にする。これを15日に掛ければ、良馬の15日の行程の総計の里数(4260里)が得られる。また15を速さの増分である里(13里)に掛け、良馬の初日の行程の里数(193里)に加えて、日の分子(135)に掛け、日の分母(191)で割る。得られた答えが割り切れない部分は分数とする。前の良馬の15日の行程の総計の里数(4260

里)に加えれば、すなわち得られる。

驚馬の行程を求めるには、14を $\frac{1}{2}$ 里に掛け、これを驚馬の初日の行程の里数(97里)から引き、余りを初日の行程の里数に合わせ、さらにこれを半分にし、15日に掛ければ、驚馬の15日の行程の総計の里数が得られる。また15日を $\frac{1}{2}$ 里に掛け、これを驚馬の初日の行程の里数から引き、引いた残りを日の分子(135)に掛け、日の分母(191)で割る。得た値を前の里数に加えると、驚馬が実際に行った里数となる。その半里を奇とすれば、半法となし、この半法を残分に加えると、即ち得られる。その割り切れない部分は分数とする。

按ずるに、「仮令に十五日なれば、不足すること三百三十七里半(仮に15日であれば、 $337\frac{1}{2}$ 里不足する)」とあるのは、良馬の15日間の行程の総計は4260里であるから、先ず齊への距離3000里を引くと、還って驚馬を迎えるために行った距離(4260里-3000里=)1260里が定まる。驚馬は全部で15日間の行程の総計は $1402\frac{1}{2}$ 里であるから、良馬と驚馬の二馬が行く里数を合わせると(1260里+ $1402\frac{1}{2}$ 里=)2662 $\frac{1}{2}$ 里が得られる。これを3000里と比べると、(3000里-2662 $\frac{1}{2}$ 里=)337 $\frac{1}{2}$ 里少ない、だから「不足」というのである。また、「之をして十六日たらしむれば、多きこと一百四十里(16日であれば、140里多い)」とあるのは、良馬の16日間の行程の総計は4648里であるから、先ず齊への距離3000里を引くと、還って驚馬を迎えるために行った距離(4648里-3000里=)1648里が定まる。驚馬の16日間の行程の総計は1492里であるから、良馬と驚馬の二馬が行く里数を合わせると(1648里+1492里=)3140里が得られる。これを3000里と比べると、(3140里-3000里=)140里あまる、だからこれを「多し」というのである。盈・不足の数を仮定の数に維乗し、合わせて実とする。また盈・不足を合わせて法とする。実を法で割れば、日数が得られるとは、つまりこの値が過不足なしの真の数値であるということである。

二馬が初日に行く里数を15日に掛けると、15日の平行数(初速を保った時の移動距離)である。初日から末日まで加速・減速する里数を求めるには、1と14とを合わせ(1+14=15)、14を掛けてこれを半分にし(15×14÷2=105)、これが中平の積である。そして(1日ごとに)加速・減速する里数をこれに掛けると、それぞれ加速減速する時の中平積の里数(里数の増減分の総数)である。だからそれぞれの平行数(初速を保った時の移動距離)を加減すると、15日で実際に行った里数が得られる。

もし最後の一日に行く里数を求めるならば、16日目の1日に実際に行った里数を、日の分子(135)に掛け、日の分母(191)で割ると、それぞれ日に実際に行った里数が得られる。だからそれぞれ15日における実際に行った里数に合わせると、即ち答えが

得られる。また、その驚馬の奇半里(端数半里)は、法が全里(1里)にあたるから、半里を半法となし、残分に加える、そうすると答えに合致する。

[二〇]今有人持錢之蜀<sub>[-]</sub>賈<sub>[-]</sub>。利、十、三。初返歸一萬四千。次返歸一萬三千。次返歸一萬二千。次返歸一萬一千。後返歸一萬。凡五返歸錢、本利俱盡。問本持錢及利各幾何。答曰、本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六。利二萬九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七。

術曰、假令本錢三萬、不足一千七百三十八錢半。令之四萬、多三萬五千三百九十錢八分<sub>[三][23]</sub>。

**校訂：**[-]李籍『音義』は「之蜀賈」を一つの句としている。

[二]李籍『音義』に、「賈」は、「價」とする一本もあるが、ここでは「賈」のままとし、「價」と通用するとみなす。

[三]李潢は、以下に、「以盈・不足維乘假令之數、并而爲實、并盈・不足爲法。實如法而一、得本持錢、以減五返歸錢、餘即利」が脱けているとする。しかし、この文は省略されている可能性がある。宋景昌『詳解九章算法札記』にも「此或省文、未補」とみえる。ここでは李説は採らない。

宋景昌『詳解九章算法札記』(宜稼堂叢書)は、

「今有入持錢」三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七分、誤文。「術曰」至「八分」、李雲門曰、術文下有脱文、當云「以盈不足維乘假令之數、并而爲實、并盈不足爲法、實如法而一、得本持錢、以減五返歸錢、餘即利。」案、此或省文、未補。又加利爲一萬七千三百五十五、脱三百。(除第五返歸留合一萬錢、合誤餘。又加利爲四萬五千三百九十錢、脱五千。故曰多、曰下衍是字。)

**訓読：**今、人の錢を持ち蜀に之きて買する有り。利は、十に三。初めに一万四千を返歸す。次に一万三千を返歸す。次に一万二千を返歸す。次に一万一千を返歸す。後に一万を返歸す。凡そ五たび錢を返歸し、本・利俱に尽く。問う、本持つ錢及び利は各おの幾何ぞ。答えに曰く、本は三万四百六十八錢三十七万一千二百九十三分錢の八万四千八百七十六。利は二万九千五百三十一錢三十七万一千二百九十三分錢の二十八万六千四百一十七。

術に曰う、假令に本錢三万なれば、不足すること一千七百三十八錢半。之をして

四万たらしむれば、多きこと三万五千三百九十銭八分<sup>(99)</sup>。

注：(99) 本題の意味するところは、

元金が30000銭とすれば、1738銭半不足する。… 注(100)を参照

元金が40000銭とすれば、35390 $\frac{8}{10}$ 銭あまる。… 注(101)を参照

これを盈不足術の式にあてはめると

$$\text{元金は、} \frac{40000 \times 1738\frac{1}{2} + 30000 \times 35390\frac{4}{5}}{35390\frac{4}{5} + 1738\frac{1}{2}} = 30468\frac{84876}{371293} \text{ (銭)}$$

利息は、(14000銭 + 13000銭 + 12000銭 + 11000銭 + 10000銭) -

$$30468\frac{84876}{371293} = 29531\frac{286417}{371293} \text{ (銭)}$$

「術曰」以下の計算は、劉徽注に付した注(100)(101)を参照。

訳：今、ある人が銭を持って蜀に行き商った。利息は、10に3である。初めに14000銭返し、次に13000銭返し、次に12000銭返し、次に11000銭返し、最後に10000銭返した。すべてで五回銭を返し、元金・利息ともに返し終えた。問う、元金及び利息はそれぞれいくらか。答にいう、元金は30468 $\frac{84876}{371293}$ 銭。利息は29531 $\frac{286417}{371293}$ 銭。

術にいう、かりに元金を30000銭とすれば、1738銭半不足する。40000銭とすれば、35390銭8分多い。

[23] [劉注] 按、假令本錢三萬、并利爲三萬九千。除初返歸、留餘加利爲三萬二千五百。除二返歸、留餘又加利爲二萬五千三百五十。除第三返歸、留餘又加利爲一萬七千三百五十五。除第四返歸、留餘又加利爲八千二百六十一銭半。除第五返歸留合一萬銭、不足一千七百三十八銭半。若使本錢四萬、并利爲五萬二千。除初返歸、留餘加利爲四萬九千四百。除第二返歸、留餘又加利爲四萬七千三百二十。除第三返歸、留餘又加利爲四萬五千九百一十六。除第四返歸、留餘又加利爲四萬五千三百九十銭八分。除第五返歸留合一萬、餘三萬五千三百九十銭八分、故曰多。

又術、置後返歸一萬、以十乘之、十三而一、即後所持之本。加一萬一千、又以十乘之、十三而一、即第四返之本。加一萬二千、又以十乘之、十三而一、即第三返之本。加一萬三千、又以十乘之、十三而一、即第二返之本。加一萬四千、又以十乘之、十三而一、即初持之本。并五返之銭以減之、即利也。

訓読：按ずるに、仮令に本錢三万たれば、利と併せて三万九千と爲す。初めに返歸するを除き、余を留めて利を加えて三万二千五百と爲す。二に返歸するを除き、余を留めて

又た利を加えて二万五千三百五十と為す。第三に返帰するを除き、余を留めて又た利を加えて一万七千三百五十五と為す。第四に返帰するを除き、余を留めて又た利を加えて八千二百六十一銭半と為す。第五に返帰せる留合の一万銭を除き、不足すること一千七百三十八銭半<sup>(100)</sup>。

若し本銭をして四万たらしむれば、利と併せて五万二千と為す。初めに返帰するを除き、余を留めて利を加えて四万九千四百と為す。第二の返帰するを除き、余を留めて又た利を加えて四万七千三百二十と為す。第三の返帰するを除き、余を留めて又た利を加えて四万五千九百一十六と為す。第四の返帰するを除き、余を留めて又た利を加えて四万五千三百九十銭八分と為す。第五に返帰せる留合の一万を除き、余は三万五千三百九十銭八分、故に「多し」と曰う<sup>(101)</sup>。

又術に、後に返帰せる一万を置き、十を以て之に乘じ、十三にして一とすれば、即ち後に持てる所の本なり。一万一千を加え、又た十を以て之に乘じ、十三にして一とすれば、即ち第四に返すの本なり。一万二千を加え、又十を以て之に乘じ、十三にして一とすれば、即ち第三に返すの本なり。一万三千を加え、又十を以て之に乘じ、十三にして一とすれば、即ち第二に返すの本なり。一万四千を加え、又十を以て之に乘じ、十三にして一とすれば、即ち初めに持つの本なり。五たび返すの銭を併せ以て之を減ずれば、即ち利也<sup>(102)</sup>。

注：(100) かりに元金が30000銭ならば… $30000 \times (1 + \frac{3}{10}) = 39000$  (銭) …利は $\frac{3}{10}$

(初返帰)  $39000 - 14000 = 25000$  (銭) …余  $25000 \times (1 + \frac{3}{10}) = 32500$  (銭)

(2 返帰)  $32500 - 13000 = 19500$  (銭) …余  $19500 \times (1 + \frac{3}{10}) = 25350$  (銭)

(3 返帰)  $25350 - 12000 = 13350$  (銭) …余  $13350 \times (1 + \frac{3}{10}) = 17355$  (銭)

(4 返帰)  $17355 - 11000 = 6355$  (銭) …余  $6355 \times (1 + \frac{3}{10}) = 8261\frac{1}{2}$  (銭)

(5 返帰)  $8261\frac{1}{2} - 10000$  銭 =  $-1738\frac{1}{2}$  (銭) …不足

(101) かりに元金が40000銭ならば… $40000 \times (1 + \frac{3}{10}) = 52000$  (銭) …利は $\frac{3}{10}$

(初返帰)  $52000 - 14000 = 38000$  (銭) …余  $38000 \times (1 + \frac{3}{10}) = 49400$  (銭)

(2 返帰)  $49400 - 13000 = 36400$  (銭) …余  $36400 \times (1 + \frac{3}{10}) = 47320$  (銭)

(3 返帰)  $47320 - 12000 = 35320$  (銭) …余  $35320 \times (1 + \frac{3}{10}) = 45916$  (銭)

(4 返帰)  $45916 - 11000 = 34916$  (銭) …余  $34916 \times (1 + \frac{3}{10}) = 45390\frac{8}{10}$  (銭)

(5 返帰)  $45390\frac{8}{10} - 10000$  銭 =  $35390\frac{8}{10}$  (銭) …多し

(102) 別解(又術)は、元金がいくらであれば、最後に過不足なく返金できるかを計算している。つまり以下の式で表せる。この場合、盈不足術は使っていない。

$10000 \times 10 \div 13 = 7692\frac{4}{13}$  (銭) …最後に所持していた元金

$$(7692\frac{4}{13} + 11000) \times 10 \div 13 = 14378\frac{118}{169} \text{ (銭)} \cdots \text{第四回目の返金の元金}$$

$$(14378\frac{118}{169} + 12000) \times 10 \div 13 = 20291\frac{678}{2197} \text{ (銭)} \cdots \text{第三回目の返金の元金}$$

$$(20291\frac{678}{2197} + 13000) \times 10 \div 13 = 25608\frac{19912}{28561} \text{ (銭)} \cdots \text{第二回目の返金の元金}$$

$$(25608\frac{19912}{28561} + 14000) \times 10 \div 13 = 30468\frac{84876}{371293} \text{ (銭)} \cdots \text{最初に持っていた元金}$$

すなわち、最初の元金が $30468\frac{84876}{371293}$ 銭であればよいということになる。

訳：按ずるに、かりに元金が30000銭であれば、利息( $\frac{3}{10}$ )と合わせて39000銭となる、これより最初の返金(14000銭)を除き、余銭(25000銭)を留めおき、その利息を加えると32500銭となる。第二回目の返金(13000銭)を除き、余銭(19500銭)を留めおき、その利息を加えると25350銭となる。第三回目の返金(12000銭)を除き、余銭(13350銭)を留めおき、その利息を加えると17355銭となる。第四回の返金(11000銭)を除き、余銭(6355銭)を留めおき、その利息を加えると $8261\frac{1}{2}$ 銭となる。第五回に返金する残った合計10000銭を除くと、 $1738\frac{1}{2}$ 銭不足する。

若し元金が40000銭であれば、利息を加えると52000銭である。最初の返金(14000銭)を除き、余銭(38000銭)を留めおき、その利息を加えると49400銭となる。第二回目の返金(13000銭)を除き、余銭(36400銭)を留めおき、その利息を加えると47320銭となる。第三回目の返金(12000銭)を除き、余銭(35320銭)を留めおき、その利息を加えると45916銭となる。第四回の返金(11000銭)を除き、余銭(34916銭)を留めおき、その利息を加えると $45390\frac{8}{10}$ 銭である。第五回に返金する残った合計10000銭を除くと、 $35390\frac{8}{10}$ 銭あまる、だから「多い」というのである。

別解として、最後の返金10000銭を置き、10を掛け、13で割ると、最後に所持していた元金である。11000銭を加え、また10を掛け、13で割ると、第四回目の返金の元金である。12000銭を加え、また10を掛け、13で割ると、第三回目の返金の元金である。13000銭を加え、また10を掛け、13で割ると、第二回目の返金の元金である。14000銭を加え、また10を掛け、13で割ると、最初に持っていた元金である。五回の返金の銭数を合わせ、この値から元金を引くと、それが利息である。

## 参考文献

- 1) 李継閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)

- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡『算數書』研究会編『漢簡『算數書』-中国最古の数学書-』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編7号(2009年10月)
- 23) 錢宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」大阪産業大学論集 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)

- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編11号(2011年2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号(2011年6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号(2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)
- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿(13) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号(2012年2月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿(14) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号(2012年6月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(1) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編16号(2012年10月)
- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(2) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号(2013年2月)
- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(3) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号(2013年6月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(4) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号(2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(5) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号(2014年2月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』訳注稿(6) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号(2014年6月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿(15) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編22号(2014年10月)
- 43) 郭書春『九章算術新校』(中国科学技術大学出版社、2013年12月)
- 44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿(16) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号(2015年2月)
- 45) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(17) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号(2015

『九章算術』訳注稿 (24) (吉村昌之)

年 2 月)

- 46) 呉朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相關研究』(江蘇人民出版社、2014年 5 月)
- 47) 大川俊隆『九章算術』訳注稿 (18) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年 6 月)
- 48) 角谷常子『九章算術』訳注稿 (19) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年 6 月)
- 49) 角谷常子『九章算術』訳注稿 (20) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号 (2015年10月)
- 50) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (21) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号 (2015年10月)
- 51) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (22) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編26号 (2016年 2 月)
- 52) 吉村昌之『九章算術』訳注稿 (23) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編27号 (2016年 6 月)