曖昧性が資産価格に与える影響の考察*

尾崎　祐介[†]

概 要

本論文では曖昧性が均衡資産価格に与える影響を考察する。観察される典型的な曖昧性下の意思決定を記述できる Ghiraradato et al. (2004) が公理化した α-maxmin model と Klibanoff et al. (2005) が公理化した smooth ambiguity model 二つの意思決定モデルを用いて、曖昧性が資産価格を単調に変化させる条件を導出する。

JEL 分類番号：D81, G12

キーワード:曖昧性、均衡、資産価格、比較静学

---

*本論文に対して匿名の査読者から有益なコメント受けた。記して、ここに感謝を申し上げる。もちろん、本論文に残されているであろう誤りは筆者の責任である。また、本研究は大阪産業大学大学分野別研究組織の研究助成を受けている。

† 大阪産業大学 経済学部 経済学科 准教授

草 稿 提 出 日　11月10日
最終原稿提出日　12月６日

1　はじめに

資産価格は将来の不確実な収益を選好によって変換した割引現在価値として表される。この分野では、期待効用理論が支配的な分析道具なので、選好は期待効用理論で表される場合が必然的に多くなる。しかし、期待効用理論の記述的な妥当性については多くの実験や実証による観察により否定的な見方が支配的である。その一つが、期待効用理論が前提とする不確実性の表現である。つまり、不確実性が唯一の確率分布によって表現される前提である。多くの不確実性はそのような前提を満たさないと考えられ、その状況は曖昧性と名付けられている。人々は曖昧な状況を回避する傾向があり、そのような傾向を捉える様々な意思決定モデルが提案されている。[1] 本論文ではそのようなモデルから、最近の分析で使われることの多い二つのモデルを使って、曖昧性が資産価格に与える影響を明らかにするのが目的である。

曖昧性が意思決定に与える影響に関する研究は盛んに行われ、様々な成果が蓄積されている。自然な流れとして、これらの成果はファイナンス、また、資産価格の研究にも応用されている。例えば、Guidolin and Rinaldi (2013) （以下、GR とする。）は、それらに関する包括的な分析を行っている。GR と比較することで本論文の立ち位置を明確にしたい。GR との違いは、本論文では以下の三つに着目して分析を行っていることである：

- 関数形を特定しないノンパラメトリックな分析
- 静学的な分析
- 比較静学の手法を用いた定性的な分析

二番目と三番目は一番目の設定から妥当な分析と言えるだろう。焦点を絞ることによって、本論文が着目した部分についてはより見通しの良い分析になっていると期待している。もちろん、本論文以外の分析の枠組みを否定するものではなく、それらは相互に補完的な関係である。

本論文と関連のある三つの論文を挙げる。Gollier (2011) は本論文と同様の問題意識で曖昧性がポートフォリオと資産価格に与える影響を分析した最初の論文である。Gollier (2011) の資産価格の分析は状態価格に基づいたアプローチであり、本論文の分析とは異なる。後で説明するように、本論文の方法論はポートフォリオの分析を資産価格に適用するので、むしろ Gollier (2011) のポートフォリオの部分が近い分析である。Osaki and Schlesinger (2014) は非完備市場の枠組みで分析を行った。また、岩

[1] 個別の論文に言及する代わりに、サーベイ論文である Etner *et al.* (2012) を挙げておく。

城・尾崎 (2015) は曖昧性が不確実性下の企業行動に与える影響について分析した。その他にも関連した文献はあるが、網羅的に列挙するのは本論文の目的と異なる。ポートフォリオと資産価格の文献については、GR が詳しい。

最後に本論文の構成を述べる。二節と三節は期待効用理論に基づいている。二節は資産市場の設定を導入し、予備的な考察をする。三節は本論文で用いる比較静学の手法を導入し、この手法によりリスク回避度が資産価格に与える影響を明らかにする。四節は Ellsberg (1961) に基づいて曖昧性の説明を行う。五節では、本論文が用いる α-maxmin 期待効用と smooth ambiguity model を導入する。六節では、それらを用いて、曖昧性が資産価格に与える影響を明らかにする。七節は結語である。

2　資産市場

本節では、期待効用理論を前提として、資産市場の設定を導入して、均衡資産価格を導出する。本節と次節の議論は Gollier and Schlesinger (2002)（以下、GS とする。）を参照した。代表的投資家の存在する二期間のルーカス型の純粋交換経済を考える。（Lucas, 1978）投資家の（ノイマンーモルゲンシュタイン型）効用関数 $u:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}$ は狭義に増加、かつ、凹関数とする。分析の簡単化のため、分析に必要な高次微分の存在を仮定する。資産市場では確実資産と不確実資産の二種類の資産が取引されているとする。[2] つまり、資産市場では二基金分離定理が存在していることを仮定している。確実資産を基準財として、一般性を失うことなく、粗利子率を 1 に基準化する。投資家は期首に w 単位の確実資産を保有しているとする。不確実資産の価格は P、期末価値は台 $[a,b]$ 上で定義される確率分布 F_0 を持つ確率変数 $\tilde{x}_0$ とする。ここで、$-a<w$ を満たすとする。投資家は期首に 1 単位の不確実資産を保有している。β で超過需要を表すと、投資家の期末富は

$$\tilde{y}_0 = w + \tilde{x}_0 + \beta(\tilde{x}_0 - P)$$

となる。投資家は期末富から得る期待効用を最大にするように超過需要 β を決定する：

$$\max_\beta \mathbb{E}[u(\tilde{y}_0)] \text{ s.t. } \tilde{y}_0 = w + \tilde{x}_0 + \beta(\tilde{x}_0 - P)。$$

一階条件は

$$\mathbb{E}[(\tilde{x} - P)u'(\tilde{y}_0)] = 0$$

[2]本論文ではリスクと曖昧性の両方を扱っている。そのため、ここでは、リスクと曖昧性の両方を含む不確実という用語を使った。用語についての説明は次節を参照。

で与えられる。$u'' < 0$ から、二階条件が満たされることもすぐに分かる。代表的投資家の存在を仮定していることから、取引なし均衡が成立する。つまり、均衡における最適な超過需要は $\beta^* = 0$ となる。よって、均衡資産価格は以下で与えられることが分かる：[3]

$$\mathbb{E}[(\tilde{x}_0 - P_0)u'(w + \tilde{x}_0)] = 0 \iff P_0 = \frac{\mathbb{E}[\tilde{x}_0 u'(w + \tilde{x}_0)]}{\mathbb{E}[u'(w + \tilde{x}_0)]}。 \tag{1}$$

本論文では期待効用はベンチマークとし、(1) 式で決まる資産価格を P_0 で表す。

3　比較静学

本節では、GS が導入した均衡資産価格の比較静学の方法について簡単に説明する。彼らはその方法に基づいて資産価格を単調に変化させる確率支配の特徴付けを行った。ここでは、彼らの方法に基づいてリスク回避度の変化が資産価格に与える影響を明らかにする。[4]

代表的投資家 $i,\ (i = 1, 2)$ が存在する二つの経済を考える。それぞれの不確実性資産の価格を $P_1,\ P_2$ で表記する。ここで代表的投資家 1 は 2 よりも、Arrow-Pratt の意味でよりリスク回避的とする。また、他の設定は二つの経済で全て同じとする。つまり、

$$-\frac{u_1''(z)}{u_1'(z)} \geq -\frac{u_2''(z)}{u_2'(z)} \text{ for } z \in [w + a, w + b]$$

を満たす。では、リスク回避度の増加が資産価格を単調に減少させることを確かめよう。GS の方法は、$\beta = 0$ での一階条件の符号を判別することで、資産価格の比較ができる。その同値な条件は以下で与えられる：

$$P_1 \leq P_2 \iff \left[\mathbb{E}[(\tilde{x} - P_1)u_1'(w + \tilde{x})] = 0 \ \Rightarrow\ \mathbb{E}[(\tilde{x} - P_1)u_2'(w + \tilde{x})] \geq 0\right]; \tag{2}$$

$$P_1 \leq P_2 \iff \left[\mathbb{E}[(\tilde{x} - P_2)u_2'(w + \tilde{x}))] = 0 \ \Rightarrow\ \mathbb{E}[(\tilde{x} - P_2)u_1'(w + \tilde{x}))] \leq 0\right]。$$

上の二つの条件はどちらで示しても同じなので、最初の条件である (2) 式で確かめることにする。これを確かめる方法はいくつかあるが、ここでは、古典的な方法で確かめることにする。[5] 効用関数はアフィン変換に対して不変であることから、一般性

---

[3]以下では、文脈から明らかな場合は、均衡資産価格を単に資産価格と呼ぶことにする。

[4]理論的な背景など詳細な説明は GS を参照すること。

[5]リスクの経済学で使われる標準的な比較静学の方法である。例えば、Eeckhoudt et al. (2005) などの標準的なテキストを参照。

を失うことなく $u_1'(w+P_1)=u_2'(w+P_1)$ とする。この時、

$$u_1'(z) \leq u_2'(z),\ z \in [w+P_1, w+b] \tag{3}$$

$$u_1'(z) \geq u_2'(z),\ z \in [w+a, w+P_1] \tag{4}$$

を得る。これは、投資家 1 が 2 よりもリスク回避的である条件が、$\underline{z} \leq \overline{z}$ となる $\underline{z}, \overline{z} \in [w+a, w+b]$ に対して、

$$\frac{u_2'(\overline{z})}{u_1'(\overline{z})} \geq \frac{u_2'(\underline{z})}{u_1'(\underline{z})}$$

と書き換えられることから分かる。例えば、$\underline{z}=w+P_1$、$\overline{z}=z$、ただし、$z \in [w+P_1, w+b]$ とすれば、(3) 式を得る。$x \geq P_1$ の時、(3) 式から

$$(x-P_1)u_1'(w+x) \leq (x-P_1)u_2'(w+x) \tag{5}$$

を得る。$x \leq P_1$ の時、(4) 式から

$$(x-P_1)u_1'(w+x) \leq (x-P_1)u_2'(w+x) \tag{6}$$

を得る。(5)、(6) 式から、任意の $x \in [a,b]$ に対して

$$(x-P_1)u_1'(w+x) \leq (x-P_1)u_2'(w+x) \tag{7}$$

が成立してることが分かる。(7) 式に対して、期待値を取ると、

$$\mathbb{E}[(\tilde{x}-P_1)u_1'(w+\tilde{x})]=0 \ \Rightarrow \ \mathbb{E}[(\tilde{x}-P_1)u_2'(w+\tilde{x})] \geq 0$$

を得る。よって、GS の方法に基づいてリスク回避度の増加が資産価格を単調に減少させることが証明できた。以上の議論を命題としてまとめる。

命題 1. 代表的投資家がより *Arrow-Pratt* の意味でよりリスク回避的になった場合、均衡資産価格は単調に減少する。

一般に均衡の比較は簡単ではない。しかし、一定の条件を満たした場合、GS の方法を使えば需要（供給）の比較静学と同様の手法によって均衡の比較静学が可能になる。本節の分析はそのことをリスク回避度と資産価格を用いて確かめた。

4 曖昧性

Knight (1929) は測定可能性により不確実性を区別した。そして、測定可能な場合をリスク、不可能な場合を真の不確実性と呼んだ。ここで、用語について記しておく。

しばしば、真の不確実性は曖昧性と呼ばれるので、本論文でもそれに従って、曖昧性と呼ぶ。不確実性はリスクと曖昧性の両方を含む用語として用いる。Knight (1929) は不確実性の概念的な区別を提示したが、現在では測定可能性は不確実性を評価する唯一の確率の存在によって区別するのが一般的である。つまり、そのような確率が存在する場合をリスク、存在しない場合を曖昧性と呼ぶ。Ellsberg (1961) は次のような三つの思考実験を行うことで、曖昧性が意思決定に与える影響を示した。

思考実験 1

壺 1 は赤玉と黒玉の合計が 100 個の玉が入っている壺である。壺 2 は赤玉が 50 個、黒玉が 50 個で合計で 100 個の玉が入っている壺である。黒玉を引くと 10000 円を得る。[6]

1. 壺 1 から玉を引く。
2. 壺 2 から玉を引く。

上記のどちらかの選択肢を選びなさい。

思考実験 2 と 3 では、赤玉が 30 個、黒玉と黄玉の合計が 60 個で合計で 90 個の玉が入っている壺を考える。

思考実験 2

3. 赤玉を引いたら 10000 円をもらえる。
4. 黒玉を引いたら 10000 円をもらえる。

上記のどちらかの選択肢を選びなさい。

思考実験 3

5. 赤玉か黒玉を引いたら 10000 円をもらえる。
6. 黒玉か黄玉を引いたら 10000 円をもらえる。

[6] Ellsberg (1961) の原論文では 100 米ドルとなっていたので、1 米ドル＝ 100 円で計算して、10000 円とした。当時はブレトンウッズ体制下なので、1 米ドル=360 円の固定為替相場であり、さらに、現在とは物価水準も大きく異なる。しかし、どちらで計算しても、議論の本質には影響しないので、より分かりやすい表示にした。

上記のどちらかを選びなさい。

三つの思考実験に対する典型的な回答は

$$1 \preceq 2,\ 3 \succeq 4,\ 5 \preceq 6$$

である。同様の考え方で理解できるので、以下では思考実験 1 を考えていく。思考実験 1 において、壺 1 では赤玉を引く確率、黒玉を引く確率は分からない。壺 2 では、赤玉を引く確率、黒玉を引く確率、両方が 1/2 である。つまり、壺 1 は曖昧性、壺 2 はリスクをそれぞれ表している。思考実験 1 での典型的な回答は、人々がリスクを曖昧性よりも好む傾向があることを示している。言い換えれば、人々はリスクと比べて曖昧性を回避する傾向がある。曖昧性回避が期待効用理論では説明できないことを思考実験 1 に基づいて確認しよう。ここで、思考実験 1 は黒玉と赤玉の役割を交換しても本質的には同一の思考実験であることに注意する。最初に、$u(\text{黒玉}) > u(\text{赤玉})$ を考えてみて、$u(\text{黒玉}) = 1$、$u(\text{赤玉}) = 0$ と基準化する。[7] 壺 1 から黒玉を引く確率を $\pi(\text{黒玉})$ と表記する。この設定下では、選択肢 2 を 1 よりも好むのは、

$$\pi(\text{黒玉}) < \frac{1}{2} \tag{8}$$

となる。次に、$u(\text{黒玉}) = 0 < 1 = u(\text{赤玉})$ を考えてみる。同様の分析により、

$$\pi(\text{黒玉}) > \frac{1}{2} \tag{9}$$

となる。(8) 式と (9) 式が同時に成立することはない。つまり、期待効用理論では思考実験 1 の観察を説明することはできない。そのため、曖昧性回避と整合的な意思決定モデル（以下、曖昧性モデルとする。）が色々と提案されている。例えば、Gilboa and Schmeidler (1989) の maxmin 期待効用や Schmeilder (1989) のショケ型期待効用がよく知られている。次節では、本論文の分析に使う Ghirardato *et al.* (2004) α-maxmin 期待効用と Klibanoff *et al.* (2005) の smooth ambiguity model を説明する。

5　曖昧性モデル

資産市場の設定と同じく台 $[a, b]$ 上で定義された（潜在的に実現する）Θ 個の確率分布 $F_\theta(\theta = 1, 2, \ldots, \Theta)$ を考える。確率分布 F_θ を一次確率分布と呼ぶ。一次確率分布の集合を $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \ldots, F_\Theta\}$ とする。この設定において、α-maxmin 期待効用は

$$\alpha \mathrm{min}_{F_\theta \in \mathcal{F}} E[u(\tilde{x})] + (1-\alpha) \mathrm{max}_{F_\theta \in \mathcal{F}} E[u(\tilde{x})]$$

[7] 思考実験 1 の状況は、これに該当する。

で表される。先ほどの設定に加えて、確率分布 F_θ が実現する確率が q_θ で与えられているとする。この確率 q_θ を二次確率と呼ぶ。この設定において、smooth ambiguity model は

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} q_\theta \phi(E[u(\tilde{x}_\theta)])$$

で与えられる。

曖昧性に対する選好は、α-maxmin 期待効用では α、smooth ambiguity model では ϕ の形状で表される。このことを思考実験1にを使って理解してみる。最初に、α-maxmin 期待効用を考える。主体は黒玉が多い状況と赤玉が多い状況の二つをを想定しているとする。黒玉が多い状況において、黒玉を引く一次確率は $\pi(\text{黒玉}) = 3/4$、つまり、100個の玉の75個が黒玉と考えている。赤玉が多い状況において、黒玉を引く一次確率は $\pi(\text{黒玉}) = 1/4$ とする。効用関数は $u(\text{黒玉}) = 1$、$u(\text{赤玉}) = 0$ で与えられる。この設定で、思考実験1で選択肢2を1より好む条件は

$$\alpha \times \frac{1}{4} + (1-\alpha) \times \frac{3}{4} < \frac{1}{2} \iff \alpha < \frac{1}{2}$$

となる。つまり、この設定では $\alpha < 1/2$ で曖昧性回避を捉えている。一般に、α-maxmin 期待効用では α が大きくなるほど、より曖昧性回避という特徴付けが行われる。例えば、リスクと曖昧性に関して神経経済学による考察を行った Huttel *et al.* (2006) では $\alpha < 1/2$ を曖昧性回避と考えている。次に、smooth ambiguity model について考えてみる。黒玉が多い状況と白玉が多い状況が起きる確率は、共に1/2と考える。この設定で、思考実験1において、選択肢2を1より好む条件は

$$\frac{1}{2}\phi\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2}\phi\left(\frac{3}{4}\right) < \phi\left(\frac{1}{2}\right) \iff \phi'' < 0$$

となる。一般に、smooth ambiguity model では ϕ の増加凹変換によって、より曖昧性回避という特徴付けが行われる。ϕ が線形の場合に期待効用になるので、凹関数の場合は曖昧性回避となる。

6　曖昧性の影響

6.1　準備

本節では、曖昧性が資産価格に与える影響について、比較静学分析を用いて定性的な性質によって考察する。本小節では、分析のための準備を行う。期待効用の場合を

ベンチマークとし、第2節においてリスク資産の期末価値を確率分布 F_0 を持つ確率変数 $\tilde{x}$、その資産価格を P_0 と表記していた。さらに、二次確率を θ_n として、

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} q_\theta F_\theta(x) = F_0(x)$$

が成立している状況で比較を行う。明白な比較静学の結果を得るために、一次確率分布は Ekern (1980) が導入した N 次確率支配で順序付けられているとする。つまり、以下を仮定する：

仮定 1. 全ての $i < j$ となる $i, j \in \{1, 2, \ldots, N\}$ に対して、一次確率分布 F_j が F_i を第 N 次確率支配の意味で支配する。

N 次確率支配は以下で定義される：

$$\begin{aligned} &F_i^{(N)}(x) \geq F_j^{(N)}(x),\ \forall x \in [a, b] \\ &F_i^{(n)}(x) \geq F_j^{(n)}(x),\ \forall n \in \{1, 2, \ldots, N-1\}。\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} &F_i^{(1)}(x) = F_i(x),\ F_j^{(1)}(x) = F_j(x), \\ &F_i^{(n)}(x) = F_i^{(n-1)}(x),\ F_j^{(n)}(x) = F_j^{(n-1)}(x),\ \forall n \in \{2, 3, \ldots, N\},\ \forall x \in [a, b] \end{aligned}$$

とする。ここで、リスクの状況を考えて、リスク資産の期末価値が（一次）確率分布が F_i と F_j で与えられている二つの経済を考える。また、それぞれの資産価格を P_i と P_j と表記する。$(-1)^{n+1}(d^n u)/(dx^n) = (-1)^{n+1}u^n \geq 0,\ \forall n \in \{1, 2, \ldots, N+1\}$ を仮定すると、Jokung (2013) により

$$-x\frac{u^{n+1}(x)}{u^n(x)} \leq n,\ \forall n = 1, 2, \ldots, N \ \Rightarrow\ P_i \leq P_j$$

が成立していることが分かる。本節では効用関数がこの性質を満たしていると仮定する：

仮定 2.

$$\begin{aligned} &(-1)^{n+1}u^n \geq 0,\ \forall n \in \{1, 2, \ldots, N+1\}; \\ &-x\frac{u^{n+1}(x)}{u^n(x)} \leq n,\ \forall n = 1, 2, \ldots, N\ \forall x \in [w+a, w+b]。\end{aligned}$$

6.2　α-maxmin 期待効用

投資家の最適化問題は以下で表される：

$$\begin{aligned}&\max_\beta\ \alpha\min_{F_\theta\in\mathcal{F}}\mathbb{E}[u(\tilde{y})]+(1-\alpha)\max_{F_\theta\in\mathcal{F}}\mathbb{E}[u(\tilde{y})]\\&\text{s.t. } \tilde{y}=w+\tilde{x}+\beta(\tilde{x}-P)。\end{aligned}$$

一階条件に均衡条件である $\beta=0$ を代入すると、資産価格は

$$\alpha\mathbb{E}[(\tilde{x}_1-P_*)u'(w+\tilde{x}_1)]+(1-\alpha)\mathbb{E}[(\tilde{x}_\Theta-P_*)u'(w+\tilde{x}_\Theta)]=0$$

ここで、仮定1と N 次確率支配の性質より、

$$\mathbb{E}[u(w+\tilde{x}_1)]\leq\mathbb{E}[u(w+\tilde{x}_2)]\leq\ldots\leq\mathbb{E}[u(w+\tilde{x}_\Theta)]$$

が成立していることに注意する。GS の比較静学の方法と Jokung (2013) より、

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[(\tilde{x}_1-P_*)u'(w+\tilde{x}_1)]\leq 0\\ \mathbb{E}[(\tilde{x}_\Theta-P_*)u'(w+\tilde{x}_\Theta)]\geq 0\end{aligned}$$

となる。確率支配の性質より、F_0 は F_1 (F_Θ) を第 N 次確率支配の意味で支配する（される）。そのため、$P_1\leq P_0\leq P_\theta$ を満たす。これより、

$$\alpha^*\mathbb{E}[(\tilde{x}_1-P_0)u'(w+\tilde{x}_1)]+(1-\alpha^*)\mathbb{E}[(\tilde{x}_\Theta-P_0)u'(w+\tilde{x}_\Theta)]=0 \tag{10}$$

を満たす $\alpha^*\in[0,1]$ が存在する。$\alpha>(<)\alpha^*$ の場合、$\alpha F_1+(1-\alpha)F_\Theta$ は $\alpha^*F_1+(1-\alpha^*)F_\Theta$ に第 N 次確率支配の意味で支配される（する）ので、

$$\alpha\mathbb{E}[(\tilde{x}_1-P_0)u'(w+\tilde{x}_1)]+(1-\alpha)\mathbb{E}[(\tilde{x}_\Theta-P_0)u'(w+\tilde{x}_\Theta)]\leq(\geq)0$$

となる。以上の分析を命題としてまとめる。

命題 2. 投資家の選好は *α-maxmin* 期待効用で表される。また、仮定 *1* と *2* を満たしているとする。この時、$\alpha>(<)\alpha^*$ を満たす意味で α が大きい（小さい）場合、曖昧性は均衡資産価格を減少（増加）させる。

6.3　Smooth ambiguity model

投資家の最適化問題は以下で表される：

$$\max_\beta\ \sum_{\theta=1}^{\Theta}q_\theta\phi\left(\mathbb{E}[u(\tilde{y}_\theta)]\right)\ \text{s.t. } \tilde{y}=w+\tilde{x}+\beta(\tilde{x}-P)。$$

一階条件に均衡条件である $\beta = 0$ を代入すると、資産価格は

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} q_n \phi' \left(\mathbb{E}[u(w + x_\theta)]\right) \mathbb{E}[(\tilde{x}_\theta - P_*) u'(w + \tilde{x}_\theta)] = 0$$

を満たす。ここで、確率支配の性質より、全ての θ に対して、ある $t_\theta \in [0, 1]$ が存在して、

$$F_\theta = t_\theta F_1 + (1 - t_\theta) F_\Theta$$

として表現できる。$t_\theta > (<) \alpha^*$ を満たす場合、第 N 次確率支配の意味で支配される（する）ことが分かる。ここで、α^* は前小節の (10) 式で定義している。Jokung (2013) にあるように、任意の $i < j$ となる $i, j \in \{1, 2, \ldots, \Theta\}$ について

$$\mathbb{E}[(\tilde{x}_1 - P_0) u'(w + \tilde{x}_i)] \leq \mathbb{E}[(\tilde{x}_j - P_0) u'(w + \tilde{x}_i)] \tag{11}$$

が成り立つ。ここで、$\bar{\theta}$ を $t_\theta > \alpha^*$ を満たすなかで最小の θ として定義する。この定義により、

$$\mathbb{E}[(\tilde{x}_\theta - P_0) u'(w + \tilde{x}_\theta)] \geq 0 \text{ for } \theta > \bar{\theta} \tag{12}$$

$$\mathbb{E}[(\tilde{x}_\theta - P_0) u'(w + \tilde{x}_\theta)] \leq 0 \text{ for } \theta < \bar{\theta} \tag{13}$$

ϕ がアフィン変換に対して不変であることを利用して、一般性を失うことなく、

$$\phi' \left(\mathbb{E}[u(w + x_{\bar{\theta}})]\right) = 1$$

とする。$\phi'' < 0$ なので、

$$\phi' \left(\mathbb{E}[u(w + x_{\bar{\theta}})]\right) < 1 \text{ for } \theta > \bar{\theta} \tag{14}$$

$$\phi' \left(\mathbb{E}[u(w + x_{\bar{\theta}})]\right) > 1 \text{ for } \theta < \bar{\theta} \tag{15}$$

となる。ϕ が線形の場合は期待効用になることに注意すると、以下が成立する：

$$\mathbb{E}[(\tilde{x}_0 - P_0) u'(w + \tilde{x}_0)] = \sum_{\theta=1}^{\Theta} q_\theta \mathbb{E}[(\tilde{x}_\theta - P_0) u'(w + \tilde{x}_\theta)] = 0。$$

(12) 式から (15) 式により、曖昧性回避がより正の期待限界効用に加重の小さくし、負の期待限界効用の加重を大きくしている。そのため、

$$\sum_{\theta=1}^{\Theta} q_n \phi' \left(\mathbb{E}[u(w + x_\theta)]\right) \mathbb{E}[(\tilde{x}_\theta - P^0) u'(w + \tilde{x}_\theta)] \leq 0$$

が成立する。

以上の分析を命題としてまとめる。

命題 3. 投資家の選好は *smooth ambiguity model* で表される。また、仮定 *1* と *2* を満たしているとする。この時、曖昧性は均衡資産価格を減少させる。

7　結語

1980年代後半から、曖昧性に関する理論と実験の様々な研究が行われ、多くの蓄積がある。非加法的な測度や不連続な無差別曲線などによって選好が表現されるので、経済学やファイナンスの分野で使われている標準的な解析ができず、高度な分析が必要とされることが応用上の問題であった。しかし、最近では、記述的な妥当性を維持しつつ、分析の取り扱いやすさも兼ね備えた理論が整備されつつ、資産価格論をはじめとした多くの分野への応用が急速に進められている。本論文もそのような研究の発展の一つと位置付けることができる。

参考文献

Eeckhoudt, L., Gollier, C., and Schlesinger, H. (2005). Economic and financial decisions under risk. Princeton University Press.

Ekern, S. (1980). Increasing Nth degree risk. Economics Letters, 6(4), 329-333.

Ellsberg, D. (1961). Risk, ambiguity, and the Savage axioms. Quarterly Journal of Economics, 75(4), 643-669.

Etner, J., Jeleva, M., and Tallon, J. M. (2012). Decision theory under ambiguity. Journal of Economic Surveys, 26(2), 234-270.

Gilboa, I, and D. Schmeidler. (1989). Maxmin expected utility with non-unique prior. Journal of Mathematical Economics, 18(2) 141-153.

Ghirardato, P., Maccheroni, F., and Marinacci, M. (2004). Differentiating ambiguity and ambiguity attitude. Journal of Economic Theory, 118(2), 133-173.

Gollier, C. (2011). Portfolio choices and asset prices: The comparative statics of ambiguity aversion. Review of Economic Studies, 78(4), 1329-1344.

Gollier, C., and Schlesinger, H. (2002). Changes in risk and asset prices. Journal of Monetary Economics, 49(4), 747-760.

Guidolin, M., and Rinaldi, F. (2013). Ambiguity in asset pricing and portfolio choice: A review of the literature. Theory and Decision, 74(2), 183-217.

Huettel, S. A., Stowe, C. J., Gordon, E. M., Warner, B. T., and Platt, M. L. (2006). Neural signatures of economic preferences for risk and ambiguity. Neuron, 49(5), 765-775.

Jokung, O. (2013). Monotonicity of asset price toward higher changes in risk. Economics Letters, 118(1), 195-198.

Klibanoff, P., Marinacci, M., and Mukerji, S. (2005). A smooth model of decision making under ambiguity. Econometrica 73(6), 18491892

Knight, F. H. (1921). Risk, uncertainty and prot. New York: Hart, Schaffner and Marx.

Lucas Jr, R. E. (1978). Asset prices in an exchange economy. Econometrica, 46(6), 1429-1445.

Osaki, Y., and Schlesinger, H. (2014). Portfolio Choice and Ambiguous Background Risk. Working paper, University of Alabama. available from http://hschlesinger.people.ua.edu/

Schmeidler, D. (1989). Subjective probability and expected utility without additivity. Econometrica, 57(3), 571-587.

岩城秀樹, 尾崎祐介. (2015). 企業の生産活動とヘッジング戦略に関する理論的考察. 大阪産業大学経済論集, 16(1), 37-45.