

# 『九章算術』 訳注<sup>†</sup> 稿 (13)

小 寺 裕、武 田 時 昌

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子、武田 時昌

田村 三郎、田村 誠、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters  
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 13

KOTERA Hiroshi  
TAKEDA Tokimasa

## Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the thirteenth article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 7 of Chapter 5, Shang gong (商功).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

---

<sup>†</sup>This work was partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research(C) (20500879).

平成23年10月31日 原稿受理

本論文では、商功章の算題(1)～(7)に対する訳注を与える。

## 九章算術卷第五

### 商功<sup>[1]</sup>

**注：**(1) 李籍『音義』に「商、度也。以度其功庸、故曰商功」とある。「功」とは造営工事の労役(力役、徭役)を指す。「商功」(功を商る)とは、その労働の仕事量や人夫数を、国家の労働規定から算定することである。建造物の体積計算のために、各種立体の体積公式を取り扱う。なお、「商功」の用例は、『漢書』食貨志上に、「(耿)寿昌習於商功分銖之事、其深計遠慮、誠未足任、宜且如故」とある。また、睡虎地秦簡の『徭律』には「度攻必令司空與匠度之、毋獨令匠」とあり、「度攻(功)」の語が見られる。

#### [1][劉注]以御功程積實。

**訓読：**以て功程・積實<sup>(2)</sup>を御す。

**注：**(2) 「積實」とは、立体の体積を指す。立体の体積・容積は、本文では「積」と表す。それを「積實」と呼ぶのは、計算において分子(=「実」)に置くことが念頭にあるためである。

**訳：**商功術によって造営に必要な仕事量、人夫数や立体の体積をおさめる。

[一]今有穿地積一萬尺。問爲堅・壤各幾何。答曰、爲堅七千五百尺。爲壤一萬二千五百尺。

術曰、穿地四、爲壤五<sup>[2]</sup>、爲堅三<sup>[3]</sup>、爲墟四<sup>[4]</sup>。以穿地求壤、五之、求堅、三之、皆四而一<sup>[5]</sup>。以壤求穿、四之、求堅、三之、皆五而一。以堅求穿、四之、求壤、五之、皆三而一<sup>[6]</sup>。

**訓読：**今、地を穿つこと積一萬尺有り。問う、堅、壤を爲すこと各々幾何ぞ。答に曰う、堅を爲すこと七千五百尺、壤を爲すこと一萬二千五百尺<sup>(3)</sup>。

術に曰く、穿地四は、壤五と爲し、堅三と爲し、墟四と爲す<sup>(4)</sup>。穿地を以て壤を求むるは、之を五し、堅を求むるは、之を三し、皆四にして一とす。壤を以て穿を求むるは、之を四し、堅を求むるは、之を三し、皆五にして一とす。堅を以て穿を求むるは、之を四し、壤を求むるは、之を五し、皆三にして一とす。

注：(3) ここでの計算は、次の通りである。

穿地容積10000立方尺×堅率3 ÷穿地率4 = 堅土の体積7500立方尺

穿地容積10000立方尺×壤率5 ÷穿地率4 = 壤土の体積12500立方尺

(4) 堅3、壤5、墟4は、掘った穴(穿地)の容積4に対する体積の比率を表している。

堅、壤、墟の字義について、李籍『音義』には「壤、謂息土。書曰、厥土惟白壤」、「堅謂築土。詩曰、築之登登」、「墟謂穿坑」とある。『尚書』は禹貢、『詩』は大雅「大明」の文である。また、『説文』卷13下に「壤、柔土也」、「堅、土剛也」とある。「壤」は掘り起こした柔らかい土、「堅」は盛り固めて築いた堅い土を言う。「墟」は『説文』によると、原義は「大きな丘」である。劉徽や李籍は「穿坑」と注釈し、掘った後にできる穴を指すと考えるが、術文ではその空間の容積を表すのに「穿地」という用語を用いているので、「墟」は元の土の方を指しているように思われる。『大戴礼記』易本命に、「是故堅土之人、肥。虚土之人、大。沙土之人、細。息土之人、美。耗土之人、醜」とあり(『淮南子』地形訓に同類の文がある)、国土を堅土・虚土・沙土・息土・耗土の五種の土質に分け、その土地に住む民の性格の類型化を行う。劉注に「壤は息土を謂う」とあるのによれば、壤が『大戴礼記』の「息土」に対応する。又、「墟」は「虚」に通じるので、『大戴礼記』の「虚土」に対応するのであろう。

訳：今、穴を掘り、その穿地の容積が10000立方尺になった。問う、堅土(突き固めた土)、柔土(掘り起こした土)の体積はそれぞれ如何ほどであるか。答えにいう、堅土は7500立方尺になる。柔土は12500立方尺になる。

術にいう、(体積の比率は)穿地の容積4に対して、柔土は5であり、堅土は3であり、墟土(掘り出す前の原土)は4である。穿地の容積から柔土を求める場合には5を掛け、堅土を求める場合には3を掛け、ともに4で割る。柔土から穿地の容積を求める場合には4を掛け、堅土を求める場合には3を掛け、ともに5で割る。堅土から穿地の容積を求める場合には4を掛け、柔土を求める場合には5を掛け、ともに3で割る。

[2][劉注]壤謂息土。

訓読：壤は息土を謂う<sup>(5)</sup>。

注：(5)「息土」は、注(4)に引く『大戴礼記』易本命を参照。

訳：壤は、柔らかい土のことを言う。

[3] [劉注] 堅爲築土<sub>[-]</sub>。

校訂：[-]李潢は、前後の体例に倣って、「爲」は「謂」に作るべきであるとするが、今は原文のままとする。

訓読：堅は築土と為す。

訳：堅は、突き固めた土である。

[4] [劉注] 墟謂穿坑。此皆其常率。

訓読：墟は穿ちし坑を謂う。此れ皆其の常率<sup>(6)</sup>なり。

訳：墟は土を掘った穴のことをいう。これらは皆な決められた比率である。

注：(6)「常率」とは、規格化した比例定数である。

[5] [劉注] 今有術也。

訓読：今有術なり<sup>(7)</sup>。

注：(7)今有術に関しては、21)の注(19)(20)参照。

訳：(この計算法は)今有術である。

[6] 臣淳風等謹按、此術竝今有之義也。重張穿地積一萬尺、爲所有數。堅率三、壤率五、各爲所求率。墟率四爲所有率。而今有之即得。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此の術並びに今有の意なり。重ねて穿地積一萬尺を張り<sup>(8)</sup>、所有数と為す。堅率三、壤率五を各々所求率と為す。墟率四を所有率と為す。而して之を今有すれば即ち得。

注：(8)「重張」は、堅土、壤土のそれぞれを算出するために、2箇所に布算すること。「張」を「算木を置く」という意味に用いるのは、敦煌出土算書に用例がある。例えば、P2667の『算書』營造部第七の問1に「今有塹、廣八尺、下無廣、深八尺、長七百卅五尺。問千尺爲一方、凡得幾何方。曰、廿三方、不盡五百廿尺。術曰、先張長七百卅〔五〕尺、深次。廣八尺半之得四尺、以四尺乘之、得二千九百卅尺。深八尺乘之、得二萬三千五百廿。以一千尺於下除之、即得」。

訳：臣淳風等が謹んで按じますに、この術もまた今有術の義である。堅土、壤土をそれぞれ算出するために、2箇所に穿地の容積10000立方尺を布算する。それを所有数とし、堅土の比率3、柔土の比率5をそれぞれ所求率とし、墟率4を所有率とする。そして、今有術の公式に当てはめると、答えが得られる。

城、垣、隄、溝、壟、渠、皆同術。

術曰、并上下廣而半之<sup>[7]</sup>、以高若深乘之、又以袤乘之、即積尺<sup>[8]</sup>。

**訓読**：城、垣、隄、溝、壟、渠<sup>(9)</sup>、皆術を同じくす。

術に曰く、上下の広を併せて之を半にし、高若くは深を以て之に乘じ、又袤を以て之に乘ずれば、即ち積尺なり。

**注**：(9) 城、垣、隄は地上に築いた城壁、土塀、堤防であり、溝、壟、渠は地面を掘って作る水溝、塹壕、水渠(用水路、運河)である。それぞれの規模には大小、長短の違いがあるが、いずれの形状も台形柱である。ただし、前3者は上広よりも下広が高く、後3者はその逆である。なお、張家山漢簡『算数書』には、台形柱の求積問題は扱われていないが、近年に発見された岳麓書院藏秦簡『数』には正四角錐台の体積計算が存在する(27)及び33)の一七九～一九〇簡参照)。

**訳**：城(城壁)、垣(土塀)、隄(堤防)、溝(水溝)、壟(塹壕)、渠(運河)は、どれも同じ術を用いる。

術にいう、上下の広を加え合わせて半分にし、高さもしくは深さを掛け、さらに袤を掛ければ、すなわち立方尺を単位とする体積になる。

[7][劉注]損廣補狹。

**訓読**：広きを損して狭きを補う<sup>(10)</sup>。

**注**：(10) 立体の断面である台形において、上広と下広の平均値を導き、長方形に変換する。

方田章の圭田、邪田の面積公式における劉徽注を参照のこと(17)、26-30頁)。

**訳**：(台形の)広い部分を減らして、狭い部分を補うのである。

[8][劉注]<sup>[一]</sup>按此術「并上下廣而半之」者、以盈補虛、得中平之廣。「以高若深乘之」<sup>[二]</sup>、得一頭之立冪。「又以袤乘之」者、得立實之積。故爲積尺。

**校訂**：[一]この劉徽注は、李淳風注であるかもしれない。なぜならば、術文の「并上下廣而半之」に対して、前注ですでに「損廣補狹」と注解しており、これと重複しているからである。

[二]南宋本では、「以高若深乘之」の後に、「堅率三、壤率五、各爲所求率、墟率四、爲所有率、而今有之」の二十二字があるが、戴震が指摘するように、これは前条の李淳風注が紛れ込んだと思われるので、衍文として削除した。

**訓読：**按ずるに、此の術、「上下の広を併せて之を半にす」とは、盈を以て虚を補い、中平の広を得るなり。「高若くは深を以て之に乗ず」とは、一頭の立冪<sup>(11)</sup>を得るなり。「又袤を以て之に乗ず」とは、立実の積を得。故に積尺と為す。

**注：**(11)「一頭の立冪」は立体の一端に立つ面の「冪」、すなわち上下広と高、あるいは深からなる台形の面積のこと。すぐ後に見える「立實」はそれに袤を掛けて得られる立体の体積を指す。

**訳：**按ずるに、この術に「上下の広を合わせて半分にする」とあるのは、余った部分で足りない部分を補い、二辺を平均した広の長さを求めるのである。「高さもしくは深さを掛ける」とは、立体の一端の立つ面の面積(断面積)を求めるのである。「さらに袤を掛ける」とは、立実(立体の体積)を求めたものである。だから「積尺」としている。

[二]今有城、下廣四丈、上廣二丈、高五丈、袤一百二十六丈五尺。問積幾何。答曰、一百八十九萬七千五百尺。

**訓読：**今、城有り、下広四丈、上広二丈、高五丈、袤一百二十六丈五尺。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、一百八十九万七千五百尺<sup>(12)</sup>。

**注：**(12)ここでの計算は次の通りである。

$$\text{城の体積} = \frac{\text{下広}40\text{尺} + \text{上広}20\text{尺}}{2} \times \text{高さ}50\text{尺} \times \text{袤}1265\text{尺} = 1897500\text{立方尺}$$

**訳：**今、城壁があり、下広4丈、上広2丈、高さ5丈、袤126丈5尺である。問う、体積は如何ほどであるか。答えにいう、1897500立方尺である。

[三]今有垣、下廣三尺、上廣二尺、高一丈二尺、袤二十二丈五尺八寸。問積幾何。答曰、六千七百七十四尺。

**訓読：**今、垣有り、下広三尺、上広二尺、高一丈二尺、袤二十二丈五尺八寸。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、六千七百七十四尺<sup>(13)</sup>。

**注：**(13)ここでの計算は次の通りである。なお、体積計算で単位を変換するのは計算が煩雑となるので、ここでは袤225尺8寸を分数 $225\frac{4}{5}$ 尺として計算している。以下の設問において、辺の長さに「寸」の単位がある場合は、同様である。

$$\text{垣の体積} = \frac{\text{下広3尺} + \text{上広2尺}}{2} \times \text{高さ12尺} \times \text{袤} 225 \frac{4}{5} \text{尺} = 6774 \text{立方尺}$$

訳：今、土塀があり、下広3尺、上広2尺、高さ1丈2尺、袤22丈5尺8寸である。問う、体積は如何ほどであるか。答えにいう、6774立方尺である。

[四]今有隄、下廣二丈、上廣八尺、高四尺、袤一十二丈七尺。問積幾何。答曰、七千一百一十二尺。

冬程人功、四百四十四尺。問用徒幾何。答曰、一十六人一百一十一分人之二。

術曰、以積尺爲實。程功尺數爲法。實如法而一、即用徒人數。

訓読：今、隄有り、下広二丈、上広八尺、高四尺、袤一十二丈七尺。問う、積は幾何ぞ。

答えに曰う、七千一百一十二尺。

冬程の人功<sup>(14)</sup>は四百四十四尺なり。問う、用徒は幾何ぞ。答えに曰う、一十六人一百一十一分人の二。

術に曰く、積尺を以て実と為す。程功の尺数を法と為す。実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり<sup>(15)</sup>。

注：(14)「人功」とは、労働規程に定められた1日1人当たりの仕事量である。商功章では、四季によって区別があり、春766尺、夏871尺、秋300尺、冬444尺となっている。『居延新簡』に「……四百尺、人功百五十六尺」(E.P.T57:73)、「……人功百五十六尺」(E.P.T58:36)とある。また、睡虎地秦簡の秦律、工人程に「隸臣、下吏、城旦、與工從事者、冬作、爲矢程、賦之三日而當夏二日」とあり、冬季の仕事量は夏季の3分の2とするが、商功章では冬季が夏季の約2分の1になっている。

(15)この計算は次の通りである。なお、算出した必要人夫数は、延べ人数である。

$$\text{隄の体積} = \frac{\text{下広20尺} + \text{上広8尺}}{2} \times \text{高さ4尺} \times \text{袤} 127 \text{尺} = 7112 \text{立方尺}$$

$$\text{隄の体積} 7112 \text{立方尺} \div \text{冬程人功} 444 \text{立方尺} / \text{人} \cdot \text{日} = \text{必要人夫数} 16 \frac{2}{111} \text{人} \cdot \text{日}$$

訳：今、堤防があり、下広2丈、上広8尺、高さ4尺、袤12丈7尺である。問う、体積は如何ほどであるか。答えにいう、7112立方尺。

冬季の労働規程における1日1人当たりの仕事量は、444立方尺である。問う、(その堤防造営の)必要人夫数は何人か。答えにいう、 $16 \frac{2}{111}$ 人である。

術にいう、(隄の)体積の立方尺数を実とする。冬の労働規程における仕事量の立方

尺数を法とする。実を法で割ると、必要人夫数が得られる。

[五]今有溝、上廣一丈五尺、下廣一丈、深五尺、袤七丈。問積幾何。答曰、四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺、并出土功五分之(四)〔一〕<sub>[-]</sub>、定功六百一十二尺五分尺之四。問用徒幾何。答曰、七人三千六十四分人之四百二十七。

術曰、置本人功、去其五分之一<sub>[9]</sub>、餘爲法。以溝積尺爲實。實如法而一、得用徒人數<sub>[10]</sub>。

**校訂：**〔一〕南宋本は「四」に作るが、李潢の校勘に従い、「一」に改める。

**訓読：**今、溝有り、上広一丈五尺、下広一丈、深五尺、袤七丈。問う、積は幾何ぞ。答に曰う、四千三百七十五尺。

春程の人功は七百六十六尺、出土の功五分の一を并せば、定功<sup>(16)</sup>六百一十二尺五分尺の四なり。問う、用徒は幾何ぞ。答に曰う、七人三千六十四分人の四百二十七。術に曰う、本の人功を置き、其の五分の一を去り、余を法と為す。溝の積尺を以て実と為す。実、法の如くして一とすれば、用徒の人数を得<sup>(17)</sup>。

**注：**(16) 造営の作業工程において、季節ごとの規定労働量以外に、[五]では土の掘り出し作業、[六]ではさらに砂利・水石の作業を勘案した労働を想定する。したがって、労働規程の「人功」からそれらの仕事量を差し引いて、立体の建設に実質的な仕事量を算定する必要がある。それが「定功」である。[五]、[六]では、設題に「定功」の数値を掲げているが、術文では「人功」から「定功」を計算によって導いている。(17) ここの計算は次の通りである。なお、「出土の功」(掘り出した土の運搬作業の仕事量)は全体の5分の1であり、「春程人功」からそれを除いた5分の4を「定功」とする。

$$\begin{aligned} \text{溝の容積} &= \frac{\text{上広}15\text{尺} + \text{下広}10\text{尺}}{2} \times \text{深さ}5\text{尺} \times \text{袤}70\text{尺} = 4375\text{立方尺} \\ \text{春程人功} &= 766\text{立方尺} / \text{人} \cdot \text{日} \times \left(1 - \text{出土功} \frac{1}{5}\right) = 612\frac{4}{5}\text{立方尺} / \text{人} \cdot \text{日} \\ \text{溝の容積} &= 4375\text{立方尺} \div 612\frac{4}{5}\text{立方尺} / \text{人} = \text{必要人夫数} 7\frac{427}{3064}\text{人} \cdot \text{日} \end{aligned}$$

**訳：**今、水溝があり、上広1丈5尺、下広1丈、深さ5尺、袤7丈である。問う、容積は如何ほどになるか。答にいう、4375立方尺である。

春季の労働規程における1日1人当たりの仕事量は766立方尺、土の掘り出し作業の仕事量 $\frac{1}{5}$ を併せて、実質的な仕事量(定功)は $612\frac{4}{5}$ 立方尺である。問う、必要人夫数は何人か。答に曰う、 $7\frac{427}{3064}$ 人である。

術にいう、もとの(労働規程の)仕事量を置き、(土を掘り出す仕事量である) $\frac{1}{5}$ を差し引き、余りを法とする。溝の容積の立方尺数を実とする。実を法で割ると、必要人夫数が得られる。

[9][劉注]「去其五分之一」者、謂以四乘、五除也。

訓読：「其の五分之一を去る」とは、四を以て乗じ、五もて除するを謂うなり。

訳：「その五分之一を引く」とは、4を掛け、5で割ることをいう。

[10][劉注]<sub>[一]</sub>按、此術、「(本置) [置本]<sub>[二]</sub>人功、去其五分之一」者、謂以四乘之、五而一、除去出土之功。取其定功、乃通分内子、以爲法。以分母乘溝積尺爲實者、法裏有分、實裏通之。故實如法而一、即用徒人數。此以一人之積尺、除其衆尺。故用徒人數<sub>[三]</sub>。不盡者、等數約之、而命分也。

校訂：[一]ここの注も前条の劉徽注と重複しているので、李淳風注であるかもしれない。

[二]南宋本では「本置」に作るが、[五]の本文では「置本」に作るので、これに改める。

[三]李潢は「故用徒人數」の「故」は「得」の誤字であるとする。あるいは「故」下に「得」「爲」を補っても通じるので元のままとする。

訓読：按ずるに、此の術、「本の人功を置き、其の五分之一を去る」とは、四を以て之に乘じ、五にして一とし、出土の功を除去するを謂う。其の定功を取れば、乃ち分を通じて子に内(納)れ、以て法と為す。分母を以て溝の積尺に乗じて実と為すは、法の裏<sup>うち</sup>に分有りて、実の裏に之を通ずればなり。故に実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり。此れ一人の積尺を以て、其の衆尺を除す。故に用徒の人数なり。尽きざる者は、等数もて之を約して、分に命ずる也。

訳：按じますに、この術に「もとの仕事量を置き、その五分之一を引く」とあるのは、4を掛け、5で割り、土の掘り出しの仕事量を除去することを言う。定功(実質的な仕事量)を用いる場合には、すなわち整数部分を通分して分子に入れて、法とする。その分数の分母を溝の容積の立方尺数に掛けて実とするのは、法のなかに分数があるので、実のなかに通じさせるのである。そこで、実を法で割ると、すなわち必要人夫数が得られる。これは(規程の仕事量である)1人当たりの容積で、総容積を割ったものである。それ故必要人夫数が得られる。割り切れない場合には、等数で約分して分数とする。

[六]今有壘、上廣一丈六尺三寸、下廣一丈、深六尺三寸、袤一十三丈二尺一寸。問積幾何。答曰、一萬九百四十三尺八寸<sup>[11]</sup>。

夏程人功、八百七十一尺、并出土功五分之一、沙礫水石之功作太半、定功二百三十二尺一十五分尺之四。問用徒幾何。答曰、四十七人三千四百八十四分人之四百九。

術曰、置本人功、去其出土功五分之一、又去沙礫水石之功太半、餘爲法。以壘積尺爲實。實如法而一、即用徒人數<sup>[12]</sup>。

**訓読**：今、壘有り、上広一丈六尺三寸、下広一丈、深六尺三寸、袤一十三丈二尺一寸。問う、積は幾何ぞ。答に曰う、一万九百四十三尺八寸。

夏程の人功は八百七十一尺、出土の功五分の一を併せ、沙礫・水石の功を太半と<sup>な</sup>作せば、定功は二百三十二尺一十五分尺の四なり。問う、用徒は幾何ぞ。答に曰う、四十七人三千四百八十四分人の四百九。

術に曰く、本の人功を置き、其の出土の功五分の一を去り、沙礫・水石の功太半を去り<sup>(18)</sup>、余を法と為す。壘の積尺を以て実と為し、実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり<sup>(19)</sup>。

**注**：(18)「出土の功」は、前問と同じく、掘り出した土の運搬作業の仕事量。また、砂礫や石塊があれば、その掘り出しは困難となるので、労働量を規定の $\frac{1}{3}$ で済ませた。その割り引き分 $\frac{2}{3}$ が「砂礫・水石の功」である。

(19) ここの計算は次の通りである。

$$\text{壘の容積} = \frac{\text{上広}16\frac{3}{10}\text{尺} + \text{下広}10\text{尺}}{2} \times \text{深さ}6\frac{3}{10}\text{尺} \times \text{袤}132\frac{1}{10}\text{尺}$$

$$= 10943\text{立方尺} \frac{1649}{2000}\text{寸} = 10943.8245\text{立方尺} \approx 10943.8\text{立方尺}$$

$$\text{夏程人功} 871\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日} \times \left(1 - \text{出土之功}\frac{1}{5}\right) = \frac{3484}{5}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日}$$

$$\frac{3484}{5} \times \left(1 - \text{砂礫水石之功}\frac{2}{3}\right) = \frac{3484}{5} \times \frac{1}{3} = 232\frac{4}{15}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日}$$

$$\text{壘の容積} 10943.8\text{立方尺} \div 232\frac{4}{15}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日} = \text{必要人夫数} 47\frac{409}{3484}\text{人} \cdot \text{日}。$$

本題では、人数は分数値で記すが、次の[七]と同様に切り上げて整数値で答えるならば、その答えは「四十八人、功内少二百五尺」となる。さらに容積も切り上げずに分数のまま用いれば、「四十八人、功内少二百四尺九寸二分寸之百五十一」となる。

**訳**：今、壘壕があり、上広1丈6尺3寸、下広1丈、深さ6尺3寸、袤13丈2尺1寸である。問う、容積は如何ほどであるか。答にいう、10943立方尺8寸である。

夏季の労働規程の1日1人当たりの仕事量は871立方尺、土の掘り出し作業の仕事量 $\frac{1}{5}$ を併せて、砂礫や水石の仕事量を $\frac{2}{3}$ として(取り除くので)、実質的な仕事量(定功)は $232\frac{4}{15}$ 立方尺である。問う、必要人夫数は何人か。答えにいう、 $47\frac{409}{3484}$ 人(・日)である。

術にいう、元の(労働規程の)仕事量を置き、土を掘り出す仕事量である5分の1を差し引き、また砂礫や水石の仕事量である3分の2を差し引き、余った数を法とする。壘の容積の立方尺数を実とし、実を法で割ると、必要人夫数になる。

[11][劉注]「八寸」者、謂穿地方尺、深八寸。此積、餘有方尺中<sub>[-]</sub>二分四釐五毫。棄<sub>[-]</sub>之、貴欲從易、非其常定也。

校訂：[-]南宋本は「方寸中」に作るが、聚珍版、四庫本に従って「方尺中」に改める。

[-]原文は「乘」に作るが、聚珍版、四庫本に従って「棄」に改める。

訓読：「八寸」とは、地を穿つに、方尺の深八寸を謂う。此の積、余に方尺中に二分四釐五毫有り<sup>(20)</sup>。之を棄つるは、易きに從わんと欲するを貴ぶ。其の常定<sup>(21)</sup>にあらざる也。

注：(20) 公式によって算出した容積の値は、10943立方尺 $8\frac{49}{200}$ 寸、あるいは10943.8245立方尺であるので、答えは「一萬九百四十三尺八寸二百寸分の四十九」あるいは「一萬九百四十三尺八寸二分四釐五毫」とすべきである。ところが、本文では、「八寸」まで求めて、「二分四釐五毫」の端数部分は切り捨てる。ここに用いる「寸」の単位は、「立方寸」ではなく、立方尺の $\frac{1}{10}$ であり、0.1立方尺=100立方寸に相当する。「寸」以下の単位は、一辺の長さが1尺の立方体の計量柙で計った場合の深さ(あるいは高さ)として理解しているのである。そこで劉徽は、「八寸」は一尺四方の穴の深さが8寸となる容積であると説明する。なお、南宋本は「方寸中」に作るが、「方寸」が $\frac{1}{10}$ 立方尺を表す単位表記であるならば、そのままでも意味は通じる。

(21) 「常定」は「常法」、いつも用いることのできる方法の意。

訳：(答えの容積の)「八寸」とは、1尺四方の地を掘って、深さが8寸となる容積を言ったものである。答えの容積には、1尺四方の中に(深さ8寸に加えて)2分4釐5毫の端数がある。今その端数を切り捨てているのは、簡略に従おうとするのを重んじたからであるが、常法とすべきやり方ではない。

[12][劉注]<sub>[-]</sub>按、此術、「置本人功、去其出土功五分之一」者、謂以四乘、五除。「又去砂礫水石作太半」者、一乘三除、存其少半。取其定功、乃通分内子、以爲法。以分母乘積尺爲實者、爲法裏有分、實裏通之。故實如法而一、即用徒人數。不盡者、等數約之而命分也。

**校訂：**〔一〕〔劉注〕〔8〕〔10〕と同様に李淳風注であるかもしれない。

**訓読：**按ずるに、此の術、「本の人功を置き、其の出土の功五分の一を去る<sup>(22)</sup>」とは、四を以て乗じ、五もて除するを謂う。「又た沙礫、水石の(功を)太半と作すを去る」とは、一もて乗じ三もて除し、其の少半を存するなり。其の定功を取れば、乃ち分を通じて子に内(納)れ、以て法と為す。分母を以て積尺に乗じて実と為すは、法の裏に分有りて、実の裏に之を通ずるが為なり。故に実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり。尽きざる者は等数もて之を約して分に命ずる也。

**注：**(22)「去る」は原文には無い。

**訳：**按じますに、この術に「元の仕事量を置き、土を掘り出す仕事量として5分の1を差し引く」とあるのは、4を掛けて、5で割ることである。「また砂礫・水石の敷設作業の仕事量として3分の2を差し引く」とは、1を掛けて3で割り、その3分の1を残すことである。定功を用いる場合には、整数部分を通分して分子に入れ、法とする。(その分数の)分母を塹の体積の立方尺数に掛けて実とするのは、法のなかに分数があるので、実のなかに通じさせるのである。そこで、実を法で割れば、必要人夫数が得られる。割り切れない場合には、等数で約分して分数とする。

〔七〕今有穿渠、上廣一丈八尺、下廣三尺六寸、深一丈八尺、袤五萬一千八百二十四尺。問積幾何。答曰、一千七萬四千五百八十五尺六寸。

秋程人功三百尺。問、用徒幾何。答曰、三萬三千五百八十二人。功内少一十四尺四寸。

一千人先到。問、當受袤幾何。答曰、一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八。

術曰、以一人功尺數乘先到人數爲實<sup>[13]</sup>。并渠上下廣而半之、以深乘之爲法。實如法得袤尺<sup>[14]</sup>。

**訓読：**今、渠を穿つ有り、上広一丈八尺、下広三尺六寸、深一丈八尺、袤五万一千八百二十四尺。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、一千七万四千五百八十五尺六寸。

秋程の人功は三百尺。問う、徒を用いること幾何ぞ。答えに曰う、三万三千五百八十二人。功の内、一十四尺四寸少なし<sup>(23)</sup>。

一千人先に到る。問う、当に袤を受くべきこと幾何ぞ。答えに曰う、一百五十四丈三尺二寸八十一分寸の八。

術に曰く、一人の功の尺数を以て、先に到る人数に乗じて実と為す。渠の上下の広を併せて之を半にし、深を以て之に乗じて法と為す。実、法の如くして、袤の尺を

得<sup>(24)</sup>。

注：(23) この計算は次の通りである。

$$\text{渠の容積} = \frac{\text{上広}18\text{尺} + \text{下広}3\frac{3}{5}\text{尺}}{2} \times \text{深さ}18\text{尺} \times \text{袤}51824\text{尺} = 10074585.6\text{立方尺}$$

$$\text{渠の容積}10074585.6\text{立方尺} \div \text{秋程人功}300\text{立方尺/人} \cdot \text{日}$$

$$= 33581\frac{119}{125}\text{人} \cdot \text{日} \div \text{用徒}33582\text{人} \cdot \text{日}$$

術文に従って算出した人夫数は $33581\frac{119}{125}$ 人であり、整数解にならない。そこで、

答えには端数を切り上げた33582人を採用している。そのため、人夫に課された総仕事量(「人功」)では、渠の造営に必要な仕事量に対して、切り上げた人数( $\frac{6}{125}$ 人)

の分だけ余ることになる。すなわち、1日1人当たり300立方尺の仕事量(秋程人功)を課すので、必要な人夫33582人の総仕事量は、10074600立方尺(=33582×300)である。それに対して、実際の仕事量は10074585.6立方尺なのであって、14.4立方尺だけ少ない。「功内少一十四尺四寸」というのは、そのことを補足的に説明したものである。なお、他の算題では、整数値ではなく、分数値のままの人数を解に採用している。

(24) 1000人が先に到着した場合に、彼らが分担すべき渠の長さ(袤)を算出する設問である。計算は次の通りである。

$$1000\text{人の仕事量} = \text{秋程人功}300\text{立方尺/人} \times 1000\text{人} = 300000\text{立方尺}$$

$$\text{渠の断面積} = \frac{\text{上広}18\text{尺} + \text{下広}3\frac{3}{5}\text{尺}}{2} \times \text{深さ}18\text{尺} = \frac{972}{5}\text{平方尺}$$

$$\text{袤の長さ} = 300000\text{立方尺} \div \frac{972}{5}\text{平方尺}$$

$$= 1543\frac{17}{81}\text{尺} = 154\text{丈}3\text{尺}2\frac{8}{81}\text{寸}$$

訳：今、地を掘って水渠を作ろうとする。その大きさは、上広1丈8尺、下広3尺6寸、深さ1丈8尺、袤51824尺である。問う、容積は如何ほどであるか。答えにいう、10074585立方尺6「寸」である(「寸」は $\frac{1}{10}$ 立方尺)。

秋季の労働規程における1日1人当たりの仕事量は300立方尺である、問う、必要な人夫数は何人か。答えにいう、33582人(・日)である。(その人数でなされる総仕事量のうち、実際の仕事量は)14立方尺4「寸」だけ少ない。

1000人が先に到着した。問う、彼らが受け持つべき袤の長さはどれだけか。答えにいう、154丈3尺2 $\frac{8}{81}$ 寸である。術にいう、1人当たりの仕事量を、先に到着した人数に掛けて実とする。上広と下広を加え合わせて半分にし、深さを掛けて法とする。実を法で割ると、袤の尺数が得られる。

[13] [劉注] 以一千人一日功爲實 [-]。

校読：[-] 南宋本、大典本は、この下文に「立實爲功」四字があるが、戴震の校勘に従い、衍文として削除する。

訓読：一千人の一日の功を以て実と為す。

訳：今、1000人の1日当たりの仕事量を実とする。

[14] [劉注] 以渠廣深之立實爲法。

訓読：渠の広深の立実<sup>(25)</sup>を以て法と為す。

注：(25) 戴震は原文を「立冪」に改めるが、それは「立冪」は立体の一面の断面積、「立實」は立体の体積であると区別して考えているからである(劉注 [8] 参照)。南宋本の「廣深之立實」のままならば、厚さを単位長で与えた直方体の体積を想定していることになる。それを法として総体積を割ると、単位長の個数を導き出したことになる。それが袤の長さを意味する。今日のように体積を3辺の積として理解するならば、戴震の指摘する通り「立冪」に改めたほうがいい。しかし、単位長の立方体の個数として把握していたのであれば、「立實」のままでもかまわない。

訳：渠の(上下の)広と深さからなる(台形の)面積を法とする。

## 参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)

- 14) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編7号(2009年10月)
- 23) 銭宝琮校点『九章算術』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7) 人文・社会科学編8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8) 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書一『数』と『算術』」 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9) 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10) 人文・社会科学編11号(2011年2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11) 人文・社会科学編12号(2011年6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12) 人文・社会科学編13号(2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)