『九章算術』訳注†稿（10）

田　村　　誠、吉　村　昌　之

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子、武田　時昌

田村　三郎、田村　誠、張替　俊夫、矢崎　武人、吉村　昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）” Vol. 10

TAMURA Makoto

YOSHIMURA Masayuki

Abstract

"The Nine Chapters on the Mathematical Art" was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of "Suan-shu shu." The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui（劉徽）and Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on "Suan-shu shu."

This is the tenth article based on our research and results in which we studied the problems 12 to 18 of Chapter 4, Shaoguang（少広）.

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、少広章の算題 (12)～(18) に対する訳注を与える。

---

† This work was partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (20500879).

平成22年10月26日　原稿受理

［一二］今有積五萬五千二百二十五步。問爲方幾何。荅曰、二百三十五步。
［一三］又[一]有積二萬五千二百八十一步。問爲方幾何。荅曰、一百五十九步。
［一四］又有積七萬一千八百二十四步。問爲方幾何。荅曰、二百六十八步。
［一五］又有積五十六萬四千七百五十二步四分步之一。問爲方幾何。荅曰、七百五十一步半。
［一六］又有積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步。問爲方幾何。荅曰、六萬三千二十五步。

校訂：［一］算題［一三］～［一六］の初字の「又」について、郭書春は、「大典本・聚珍版・四庫本作「今」」と云う。

訓読：［一二］(34)今、積(35)五万五千二百二十五歩有り。問う、方(36)を為すこと幾何ぞ。答に曰う、二百三十五歩。
［一三］又、積二万五千二百八十一歩有り。問う、方を為すこと幾何ぞ。答に曰う、一百五十九歩。
［一四］又、積七万一千八百二十四歩有り。問う、方を為すこと幾何ぞ。答に曰う、二百六十八歩。
［一五］又、積五十六万四千七百五十二歩四分歩之一有り。問う、方を為すこと幾何ぞ。答に曰う、七百五十一歩半。
［一六］又、積三十九億七千二百一十五万六百二十五歩有り。問う、方を為すこと幾何ぞ。答に曰う、六万三千二十五歩。

注：(34) 算題［一二］～［一六］は正方形の面積から一辺の長さを求めるもので、いわゆる開平方の問題である。開方術は少広術とは異なり、具体的問題の後で術について説明を与えている。
(35) ここでの「積」は面積。したがって後文の「積～歩」は平方歩の意である。
(36)「方」は方形、あるいは方形の一辺。ここではとくに正方形の一辺の意。劉徽の注では「面」と呼んでいる。

訳：［一二］今、面積が55225平方歩である。問う、正方形の一辺はどれほどか。答えにいう、235歩である。
［一三］また、面積が25281平方歩である。問う、正方形の一辺はどれほどか。答えに

いう、159 歩である。

[一四] また、面積が 71824 平方歩である。問う、正方形の一辺はどれほどか。答えにいう、268 歩である。

[一五] また、面積が 564752$\frac{1}{4}$平方歩である。問う、正方形の一辺はどれほどか。答えにいう、751$\frac{1}{2}$歩である。

[一六] また、面積が 3972150625 平方歩である。問う、正方形の一辺はどれほどか。答えにいう、63025 歩である。

開方[7]

術曰、置積爲實。借一算、步之、超一等[8]。議所得、以一乘所借一算爲法、而以除[9]。除已、倍法爲定法[10]。其復除、折法而下[11]。復置借算、步之如初。以復議一乘之[12]、所得副以加定法、以除。以所得副從定法[13]。復除、折下如前。若開之不盡者、爲不可開、當以面命之[14]。若實有分者、通分內子爲定實、乃開之。訖、開其母、報除[15]。若母不可開者、又以母（再）[一] 乘定實、乃開之。訖、令如母而一[16]。

校訂：[一] 郭書春云う、「李潢按、「再」字衍。銭校本依此刪」と。

訓読：開方

術に曰く、積を置き実と為す(37)。一算を借り、之を歩すに、一等を超ゆ(38)。得る所を議り、以て一たび借る所の一算に乗じて法と為して(39)、以て除す。除し已れば、法を倍して定法と為す。其れ復た除すに、法を折(くだ)して下す(40)。復た借算を置きて、之を歩すること初めの如し。以て復た議りて一たび之に乗じ、得る所は副に以て定法に加え、以て除す。得る所を以て副に定法に従(くわ)う。復た除すに、折して下すこと前の如し(41)。若し之を開きて尽きざれば、開く可からざると為し、当に面を以て之を命ずべし(42)。若し実に分有れば、分を通じて子に内（納）れ定実と為し、乃ち之を開く。訖れば、其の母を開き、報除す(43)。若し母の開く可からざれば、又母を以て定実に乗じ、乃ち之を開く。訖れば、母の如くして一とせしむ(44)。

注：(37)「積」は面積。開方術では、与えられた面積から除いていくので、「積」を「実」に置くのである。

(38)「算」とは算籌もしくは算木。「等」とは数の位の意。「借一算、歩之、超一等」とは算を一つ取り、これを進めるのに位を一つ飛ばしにするということ。

(39)「議」とは、ここでは実から除かれる数を概算することを指す。この段階ではまだ後文の「定法」が無いので、概算はその自乗が借一算の示す位の数を超えないように選び、その数を借りた一算に乗じたものを法に置くのである。

(40)「折」は位をしりぞけて下げること、「下」は数（算木）を下の位に移動すること。位を下げて、「復た借算を置きて、之を歩すること初めの如し」の計算をくり返し行うのである。

(41) ここで述べられている開方術に従い、具体的に算題［一二］を解くと以下のようになる。ここで、図は算木の配置を数で表したものであり、各番号においては、説明される操作を行った結果が図で与えられている。

①「置積爲實」

実に面積 55225 を置く。

実	5	5	2	2	5

②「借一算、歩之、超一等 [8]」

借一算を一、百、万と一つ飛ばしで位を進める。

実	5	5	2	2	5
借算	1	←		←	

③「議所得、以一乗所借一算爲法」

自乗が借算の位の数 (5) を超えないように 2 を選び、借算の 1 をかけて法とする。

議所得	**2**				
実	5	5	2	2	5
法	2				
借算	1				

④「而以除 [9]」

法で実（の借算の位）を除いていく（割る）。

議所得	**2**				
実	1	5	2	2	5
法	2				
借算	1				

⑤「除已、倍法爲定法 [10]」

除き尽くしたら、法を倍して定法とする。

	2				
実	1	5	2	2	5
定法	4				
借算	1				

⑥「其復除、折法而下 [11]」

また除くために、定法の位を下げる。

	2				
実	1	5	2	2	5
定法		4			
借算	1				

⑦「復置借算、歩之如初」

借算をまた置くのには、初めと同じように位を一つ飛ばしで百の位に進める。

	2				
実	1	5	2	2	5
定法		4			
借算		→	1		

⑧「以復議一乗之[12]、所得副以加定法」

借算の示す位で（152を$(40+x)x$が超えないようなxを）概算して、それを定法に加える（下の位に添える）。

議所得	2		**3**		
実	1	5	2	2	5
定法		4	3		
借算			1		

⑨「以除」

定法で実（の借算が示す位以上）を除いていく（割る）。

議所得	2		**3**		
実		2	3	2	5
定法		4	3		
借算			1		

⑩「以所得副従定法[13]」

⑧で概算したものを定法に足す。

議所得	2		**3**		
実		2	3	2	5
定法		4	6		
借算			1		

⑪「復除、折下如前」

また除くために、定法の位を下げる。

	2		3		
実		2	3	2	5
定法			4	6	
借算			1		

⑫「復置借算、歩之如初」

借算をまた置くのには、初めと同じように一つ飛ばしで一の位に進める。

	2		3		
実		2	3	2	5
定法			4	6	
借算				→	1

⑬「以復議一乗之[12]、所得副以加定法」

借算の示す位で（2325を$(460+x)x$が超えないようなxを）概算して、それを定法に加える（下の位に添える）。

議所得	2		3		**5**
実		2	3	2	5
定法			4	6	5
借算					1

⑭「以除」

定法で実（の借算の位）を除いていく（割る）。答は商に置く。実がなくなれば、開方は終了。

議所得	2		3		**5**
実					
定法			4	6	5
借算					1
					5

(42)「開きて尽きざれば」とは、現実に確かめることができないので、計算してある程度の桁まで来たら「尽きない」としていたと思われる。「面」は正方形の一辺、図形の輪郭を表す。

(43)「報」は「応報」。訳注稿 2 の注 (59) 参照。同論文の注 (60) で「劉徽が特に用いた用語である」としたが、ここでは本文でも用いられており、やや疑問が残る。

ここでは、実 $a\dfrac{b}{m}$ の平方根が $\sqrt{a\dfrac{b}{m}}=\sqrt{\dfrac{am+b}{m}}=\dfrac{\sqrt{am+b}}{\sqrt{m}}$ で求められることを述べている。ここでの説明に従い、算題〔一五〕を解くと以下のようになる。

$564752\dfrac{1}{4}=\dfrac{2259009}{4}$ であるから「定実」は2259009である。これの平方根を求めると1503を得る。一方、分母 4 の平方根は 2 であるので、面積 $564752\dfrac{1}{4}$ 平方歩の正方形の一辺は $\dfrac{1503}{2}=751\dfrac{1}{2}$ 歩と求められる。

(44) 上文で母の平方根が求められないときは、さらに

$\sqrt{a\dfrac{b}{m}}=\sqrt{\dfrac{am+b}{m}}=\sqrt{\dfrac{(am+b)m}{m^2}}=\dfrac{\sqrt{(am+b)m}}{m}$ のように有理化すれば求められることを述べている。

訳：（①～⑪の番号は注（41）の図に従って付した）

開方

術にいう、①面積を置いて実とする。②一算を借りてきて、これを進めるのに、位を一つ飛ばしにする。③得られるものを概算して、借りた一算に乗じて法と為し、④それで割る。⑤割り終われば、法を 2 倍して定法とする。⑥再び割るには（定）法の位を（ 1 つ）しりぞける。⑦再び借りた一算を置いて、これを進めるのに初めと同じようにする。⑧再び概算して、その概算した数を一たび乗じて、得たものは別に定法に加えて、⑨それで割る。⑩得たものを別に定法に加える。⑪また割るのに位をしりぞけるのは前と同じようにする。もしこれを開こうとしても尽きないときは開くことができないと（判断）して、まさに「面」という用語を用いて一辺の長さを表せ。もし実に分数があるときは、（整数を）通分して分子に入れたものを定実と為し、これを開くのである。終われば、その分母も開いてこれで報除する。もし、分母を開くことができないときは、また分母を定実に乗じ、そしてそれを開く。終われば分母で割るのである。

[7] **[劉注] 求方冪之一面也。**

訓読：方冪の一面を求むる也。

訳：正方形の面積から一辺の長さを求めるのである。

[8] **[劉注] 言百之面十也。言萬之面百也。**

訓読：百の面は十を言う也。万の面は百を言う也。

訳：面積100の正方形の一辺は10であるということである。面積10000の正方形の一辺は100であるということである。

[9] **[劉注] 先得黄甲之面、上下相命、是自乘而除也。**

訓読：先ず黄甲の面を得て、上下相い命じ、是れ自乗して除する也(45)。

注：(45)劉徽注には開方図が付随していたことがうかがえる。算題［一二］を例に述べると、55225の平方根を求めるのに、初めに借一算が示す位は万の位で、実のその数は5である。自乗がこれを超えない最大の整数として2を得るが、前注にあるように「万の面は百」であるので、この2が意味するものは一辺200の正方形であり、それが「黄甲」である。「議所得」より「法」が、そしてその「法」で「実」を除くと商が求められるのであるが、この注から商と「法」はおそらく「実」の上下に置かれていたことがわかる。これらの積が「実」から除されるのであるが、まだこの段階では後文の「定法」が与えられておらず、法と商は値が同じであり、それらの積は「法」の自乗に等しい。

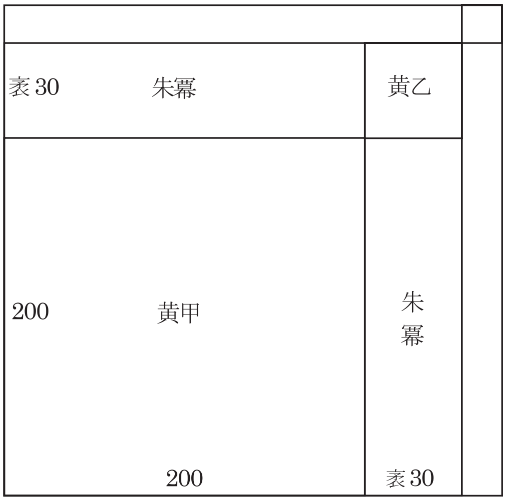
訳：まず（図の）黄甲の一辺の長さを得て、実の上の商と下の法をそれぞれ定める。これは法を自乗して除くことになるのである。

[10] **[劉注] 倍之者、豫張兩面朱冪定袤、以待復除、故曰定法。**

訓読：之を倍するは、予め両面の朱冪を張りて袤を定め、以て復除を待つ、故に定法と曰う(46)

注：(46)「朱冪」は「黄甲」に接する２つの長方形で、「袤」はその短辺（図参照）。「復除」とは二度除せられるの意。算題［一二］を例に述べると、「黄甲」の１辺は「法」200であり、「袤」30を乗じた「朱冪」の長方形200×30=6000を２度に分けて除す代わりに、あらかじめ法を倍した「定法」400を定めておいて、「袤」30をそれに乗じた400×30=12000を除くのだと述べている。

訳：これを倍するのは、予め二つの辺に接する長方形「朱冪」を張り伸ばしてその「袤」を定め、それで二度除かれることを待っているからである。ゆえに定法という。



[11] [劉注] **欲除朱冪者、本當副置所得成方。倍之爲定法、以折・議・乘而以除。如是當復步之而止、乃得相命、故使就上折下。**

訓読： 朱冪を除せんと欲する者、本と当に副に得る所を置き、方と成すべし。之を倍して定法と為し、以て折し、議り、乗じて、以て除す(47)。是くの如くして当に復た之を歩して止め、乃ち相命ずるを得べし、故に上に就きて折下せしむ。

注： (47)「之」とは上文の「得る所」であり、黄甲の一辺を指す。これを2倍して「定法」と為し、定法の位を下げ（折）、得る所を概算し（議）、その数を定法に加えたものとその数をかけ（乗）、その結果を実から除くのだと述べている。したがって、本劉注は注（41）の図では⑤～⑨について述べている。

訳： 朱冪を除こうとする者は、本来、得られたところを別に置いて正方形（黄甲）を作らなければならないのである。正方形の1辺を倍して定法と為し、定法の位を下げ、商を概算して、商を定法に乗じたもので除するのである。このようにして、再びこれを進めては止まって（商と定法が）互いに定める所を得るべきである。したがって（ここでは法は）上からそのまま位を下げさせるのである。

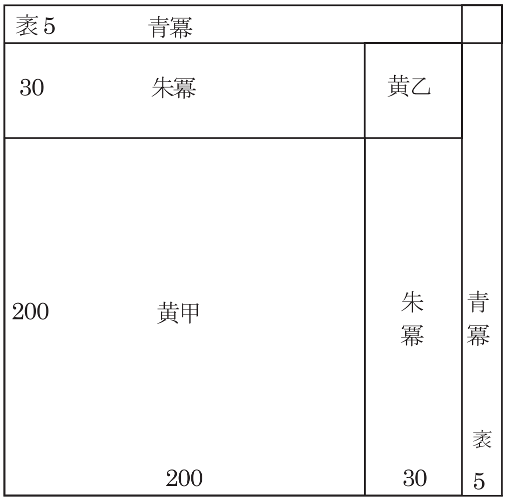
[12] [劉注] **欲除朱冪之角、黄乙之冪、其意如初之所得也。**

訓読： 朱冪の角、黄乙の冪を除さんと欲す、其の意は初めの得る所の如き也(48)。

注： (48) 再び「議」りて得られた所を「借一算」に乗じたものは、「定法」に加えられたときに正方形「黄乙」の一辺を意味しているのだと述べている（注（46）の図参照）。注（41）の図⑧であれば、定法の4（百）に3（十）を加えることで、図⑨で黄乙の

正方形が除かれるようにしているということである。したがって、この劉徽注は後文の「所得副以加定法」までを含めた注である。

訳：「朱冪」の角にある「黄乙の冪」を除こうとするためであり、その意味するところは、初めに得られた「黄甲の冪」のときと同様（に次の商に乗じて「黄乙の冪」も除かれるようにするため）である。



[13] **[劉注]再以黄乙之面加定法者、是則張兩青冪之袤。**

訓読：再び黄乙の面を以て定法に加うるは、是れ則ち両青冪の袤を張る[49]。

注：(49)「青冪」は「朱冪」、「黄乙」に接する2つの長方形で、「袤」はその短辺（図参照）。

訳：再び「黄乙」の一辺を「定法」に加えるのは、これによって両「青冪」に短辺（袤）を張るためである。

[14] **[劉注]術或有以借算加定法而命分者、雖粗相近、不可用也。凡開積爲方、方之自乘當還復其積分。令不加借算而命分、則常微少。其加借算而命分、則又微多。其數不可得而定。故惟以面命之、爲不失耳。譬猶以三除十、以其餘爲三分之一、而復其數可舉。不以面命之、加定法如前、求其微數。微數無名者以爲分子、其一退以十爲母。其再退以百爲母。退之彌下、其分彌細、則朱冪雖有所（乘）〔棄〕[一]之數、不足言之也。**

校訂：［一］南宋本は「乘」とするが、郭書春云う、「「乘」字、「棄」字之誤。依錢校本校正。」と。今、これに従う。

訓読：術、或いは借算を以て定法に加えて分に命ずる者有り[50]、粗（ほぼ）相い近きと雖ども、用う可からざる也。凡そ積を開きて方を為すに、方の自乗は当に其の積分に還復すべし。

借算を加えずして分に命ぜしむれば、則ち常に微や少なし。其れ借算を加えて分に命ずれば、則ち又微や多し(51)。其の数は得て定む可からず。故に惟だ面を以て之に命ずれば、失わざると為すのみ。「譬えば猶お三を以て十より除き、其の余を以て三分の一と為して、其の数を復して挙ぐべし」。面を以て之に命ぜず、定法に加えること前の如くして、其の微数を求む。微数の無名なれば以て分子と為し、其の一退は十を以て母と為す。其の再退は百を以て母と為す(52)。之を退し彌々(いよいよ)下し、其の分彌々細なれば、則ち朱冪の棄つる所の数有りと雖も、之を言うに足らざる也。

注：(50) ここでは、開平が整数で終わらなかった時のことを述べている。『算数書』「方田」題では、240の平方根を$15\frac{15}{31}$としているが、これは本劉注が批判する「借算を以て定法に加えて分に命ずる」の方法によれば次のように求められる。$15^2=225<240<256=16^2$であるので、面積240の正方形には、黄甲に相当する一辺15の正方形ならすっぽり入り、残りは$240-225=15$である。しかし一辺を16、すなわち黄甲から張り出す長さを1とすると、面積が240を超えてしまう。ここで黄乙に相当する正方形を底辺1の長方形で近似し、この長方形と朱冪に相当する2つの長方形を並べると、その底辺は31であり、並べた長方形の面積を15とすれば高さは$\frac{15}{31}$となる。したがって、240の平方根の近似値として$15\frac{15}{31}$が得られる。この方法では黄乙に相当する部分で誤差が出るが、それでも十分実用的であると言えよう。

(51) $S=a^2+b$ を開平して $\sqrt{S}\fallingdotseq a$ が得られたとする。この時「定法」は$2a$、余りは b である。$\sqrt{S}$ を$a+\frac{b}{2a}$とすると、その自乗は $\left(a+\frac{b}{2a}\right)^2=a^2+b+\frac{b^2}{4a^2}$ であるから S より大きく、分母はやや小さい。$\sqrt{S}$ を $a+\frac{b}{2a+1}$ とすると、その自乗は

$$\left(a+\frac{b}{2a+1}\right)^2=a^2+\frac{2ab}{2a+1}+\frac{b^2}{(2a+1)^2}=a^2+b-\frac{b}{2a+1}+\frac{b^2}{(2a+1)^2}=a^2+b-\frac{(2a+1-b)b}{(2a+1)^2}$$

であるから S より小さく、分母はやや大きい。このようにここでは分母の大小について述べているようである。

(52) ここでの記述は、単位を持たない「無名数」である小数の取り扱いについて、明確に述べたものとして注目される。

訳：術に（開平が尽きない時の）別法として、借算を定法に加えて（余りを）分数にするというものがある。ほぼ相い近いとはいえども、用いるべきではない。およそ面積を開いて一辺を求めると、一辺の自乗は当に元に復して面積の分数にならなければならない。借算を加えずに分数にした場合は、いつも（分母は）やや少ない。

借算を加えて分数にした場合には、いつも（分母は）やや多い。その数は得られるものの、一致することができない。ゆえにただ面を以て之に命ずの術だけが過ちのないものなのである。例えば、３を10より除し、その余りの１を用いて３分の１とする。そしてその数を還元して元の数まで挙げることができる。一辺を分母にするのではなく、定法に前と同じように加えていき、その微細な数を求める。微細な数が単位を持たなければ分子として、それが位を一つ下げたものならば10を分母とする。それが位をさらに下げたものならば100を分母とする。位を下げれば下げるほど、その分数も微細になるので、朱冪の張るところに棄てる所の数があるとはいっても、それは言うに足りないものとなるのである。

[15] **臣淳風等謹按、分母可開者、竝通之積、先合二母。既開之後、一母尚存。故開分母、求一母爲法、以報除也。**

訓読： 臣淳風等謹みて按ずるに、分母の開く可きは、並通の積にして先に二母に合す[53]。既に之を開くの後は、一母は尚お存す。故に分母を開き、一母を求めて法と為し、以て報除する也。

注： (53)「竝」とは、等しくそろっているということ。「通」は「同」に通じる。「竝通の積」とは同じ数の乗積である。「二母」は「母」の２乗の意。ここでは､分母と「母」は区別されている。

訳： 臣淳風等謹みて按じますに、分母を開くことができる場合は、（分母は）２つの同じ数の積であって、初めからある「母」の２乗に合致している。既に分子を開いた後は、「母」の１乗がまだ残っている。ゆえに分母を開き、「母」の１乗を求めて法として、それで報除するのである。

[16] **臣淳風等謹按、分母不可開者、本一母也。又以母乘之、乃合二母。既開之後、亦一母存焉。故令一母而一、得全面也。**

又按、此術「開方」者、求方冪之面也。「借一算」者、假借一算、空有列位之名、而無除積之實。方隅得面、是故借算列之於下。「歩之、超一等」者、方十自乘、其積有百、方百自乘、其積有萬。故超位至百而言十、至萬而言百。「議所得、以一乘所借算爲法、而以除」者、先得黄甲之面、以方爲積者兩相乘。故開方除之、還令兩面上下相命、是自乘而除之。「除已、倍法爲定法」者、實積未盡、當復更除、故豫張兩面朱冪、〔定〕[一]袤以待復除、故曰定法。「其復除、折法而下」者、欲除朱冪、本當副置所得成方、倍之爲定法。以折・議・乘之而以除。如是當復步之而止、乃得相命、故使就上折之而下。「復置借算、步之如初。以復議一乘之、所得副以加定法、以定法除」

者、欲除朱冪之角黄乙之冪。「以所得副從定法」者、再以黄乙之（冪）〔面〕[二]加定法、是則張兩青冪之[三]袤、故如前開之、即合所問。

校訂：［一］郭書春云う、「聚珍版・四庫本於「袤」字上衍「定」字、其後諸本従」と。しかし、本李注は劉注に基づき述べられており、劉注[10]との比較により残すこととした。

［二］郭書春云う、「李潢按、「冪」当作「面」。」と

［三］この「之」字もまた「定」字の可能性があるが、ここではそのまま残すこととした。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、分母の開く可からざるは、本と一母也。又母を以て之に乗じ、乃ち二母に合す。既に之を開くの後、亦た一母存す。故に一母にして一とせしめ、全面を得る也。

又按ずるに(54)、此の術の「開方」とは、方冪の面を求むる也(55)。「一算を借る」とは、一算を仮借し、空しく列位の名有りて、除積の実無し。方・隅は面を得(56)、是の故に借算して之を下に列す。「之を歩すに、一等を超ゆ」とは(57)、方十を自乗すれば、其積に百有り、方百を自乗すれば、其積に万有り。故に位を超えて百に至りて十と言い、万に至りて百と言う。「得る所を議り、以て一たび借る所の（一）算に乗じて法と為し、以て除す」とは(58)、先ず黄甲の面を得、方を以て積と為すは両(ふた)つながら相乗ず。故に開方して之を除し、還(さら)に両面をして上下に相命ぜしむ。是れ自乗して之を除く(59)。「除し已れば、法を倍して定法と為す」とは(60)、実積未だ尽きず、当に復た更に除くべし、故に豫め両面の朱冪を張りて、袤を定め以て復た除くを待つ、故に定法と曰う。「其れ復た除す、法を折して下す」とは(61)、朱冪を除かんと欲し、本と当に副に得る所を置きて方と成し、之を倍して定法と為すべし。以て之を折して議りて乗じて以て除す。是くの如くして当に復た之を歩して止め、乃ち相い命ずるを得べし、故に上に就きて之を折して下さしむ。「復た借算を置きて、之を歩すること初めの如し。以て復た議りて一たび之に乗じ、得る所は副に以て定法に加え、以て定法を除す」とは(62)、朱冪の角の黄乙の冪を除かんと欲す。「得る所を以て副に定法に従う」とは(63)、再び黄乙の面を以て定法に加う、是れ則ち両青冪の袤を張る、故に前の如くして之を開けば、即ち問う所に合す。

注：(54) ここより後文は「開方術」全体に対する注を述べている。内容は劉注[7]から[12]までとほぼ同等である。

(55) 劉注[7]をふまえて述べている。

(56) 「方」は黄甲、隅は黄乙を指す。「方隅得面」の4字は無くても意は通じる。

(57) 劉注[8]をふまえて述べている。

(58) 劉注[9]をふまえて述べている。

(59) 得られた一辺を借算の上下（法と議所得）に加えることで、後に黄甲の面積を除くことになるということ。注（41）の図③, ④参照。

(60) 劉注[10]をふまえて述べている。

(61) 劉注[11]をふまえて述べている。

(62) 劉注[12]をふまえて述べている。また「定法」の二字は原文にはない。

(63) 劉注[13]をふまえて述べている。

訳： 臣淳風等謹みて按じますに、分母を開くことができないものは、本来１乗の「母」なのである。そこでまた「母」を分母にかけると、「母」の２乗に合う。既に開平した後は、また「母」の１乗が残るのである。故に「母」の１乗で割って、１辺の値を得るのである。

また案じますに、この術の「開方」とは、正方形の面積から一辺の長さを求めるのである。「一算を借る」とは、一算を借りてただ位の列の位置を表すのみであって、実際に除積することはない。黄甲や黄乙の一辺を得るために（そのときに位を示すために）、この故に借算は下に置くのである。「之を歩すに、一等を超ゆ」とは、１辺10を自乗すれば、その面積は100であり、１辺100を自乗すれば、その面積は10000である。故に位を超えて百の位に至れば十と言い、万の位に至れば百と言うのである。「得る所を議り、以て一たび借る所の（一）算に乗じて法と為して、以て除す」とは、まず黄甲の１辺を得る。正方形の１辺から面積を求めるには辺々自乗する。故に開方して除くためには、さらに２つの面を借算の上下（法と議所得）に加えれば、辺を自乗して除くことになるのである。「除し已れば、法を倍して定法と為す」とは、実に置いた面積は未だ尽くされず、まさにまた更に除かれなければならない。故に予め両面の朱冪を張り、袤を定めてまた除かれるのを待つのである。故に「定法」という。「其れ復た除すに、法を折して下す」とは、朱冪を除こうとするのに、本来、別に置いて得る所は方であって、これを倍して定法としなければならない。この定法を、位を下げて、積を概算し、得たものと乗じて、そして除するのである。このようにして、再びこれを進めては止め、（商と定法が）互いに定める所を得るべきである。したがって（ここでは法は）上からそのまま位を下げさせるのである。「復た借算を置きて、之を歩すること初めの如し。以て復た議りて一たび之に乗じ、得る所は副に以て定法に加え、以て定法を除す」とは、朱冪の角にある黄乙の冪を除こうとするものである。「得る所を以て副に定法に従う」とは、再び黄乙の面を定法に加えること、これはすなわち青冪の両面に袤を張ることである。故に前と同様にして之を開くと、問う所に合致する。

［一七］今有積一千五百一十八步四分步之三。問爲圓周幾何。荅曰、一百三十五步[17][18]。

［一八］又有積三百步。問爲圓周幾何。荅曰、六十步[19][20]。

訓読：［一七］(64) 今、積一千五百一十八歩四分歩の三有り。問う、円周を為すこと幾何ぞ。答に曰う、一百三十五歩(65)。

［一八］又、積三百歩有り。問う、円周を為すこと幾何ぞ。答に曰う、六十歩(66)。

注：(64) 算題［一七］と［一八］は円の面積 S から周長 L を求める問題で、「開円術」の名がつけられている。この逆の、円の周長から面積を求める術については、第一巻方田章の円田術に「周自ら相乗じて、十二にして一とす」とされている。ただし算題の中で用いられている術としては、周と径から面積を求めるもののみである。『九章算術』本文の成立当時は円周率 $\pi=3$ としていたので、後文の開円術の説明では面積の12倍を開平するとしている。すなわち $L=\sqrt{S\times 12}\left(=\sqrt{\pi \mathrm{r}^2\times 4\pi}=2\pi \mathrm{r}\right)$ のように求めている。

(65) ここでの計算は、$\sqrt{1518\frac{3}{4}\times 12}=\sqrt{\frac{6075}{4}\times 12}=\sqrt{6075\times 3}=\sqrt{18225}=135$ である。

(66) ここでの計算は、$\sqrt{300\times 12}=\sqrt{3600}=60$ である。

訳：［一七］今、面積$1518\frac{3}{4}$平方歩（の円田）がある。問う、円周はどれほどであるか。答にいう、135歩である。

［一八］また、面積300平方歩（の円田）がある。問う、円周はどれほどであるか。答えにいう、60歩である。

[17]［劉注］於徽術、當周一百三十八步一十分步之一。

訓読：徽の術に於て、当に周は一百三十八歩一十分歩の一たるべし(67)。

注：(67)「徽の術」とは第一巻劉注[40]で求めた、円周率 π を$3.14=\frac{157}{50}$とするもので、この値によれば、円周は

$$L=\sqrt{\mathrm{S}\times 4\pi}=\sqrt{1518\frac{3}{4}\times 4\times\frac{157}{50}}=\sqrt{\frac{6075\times 157\times 50}{50\times 50}}=\frac{\sqrt{47688750}}{50}\fallingdotseq\frac{6905}{50}=\frac{1381}{10}=138\frac{1}{10}$$

歩となる。

訳：私の術によれば、当に円周は$138\frac{1}{10}$歩とすべきである。

[18]臣淳風等謹按、此依密率、爲周一百三十八步五十分步之九。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此れ密率に依れば、周一百三十八歩五十分歩の九と為す[68]。

注：(68) 李淳風のいう「密率」とは、『隋書』律暦志上に云う祖冲之の「約率」$\dfrac{22}{7}$である。19) 注 (84) 参照。この率によって計算すれば、

$$L=\sqrt{S\times 4\pi}=\sqrt{1518\frac{3}{4}\times 4\times\frac{22}{7}}=\sqrt{\frac{6075\times 22}{7}}=\sqrt{\frac{6075\times 22\times 7}{7\times 7}}=\frac{\sqrt{935550}}{7}\fallingdotseq\frac{967}{7}=138\frac{1}{7}$$

歩のようになるはずであるが、これでは$138\dfrac{9}{50}$にならない。後文の李注[20]に倣って

$\dfrac{22}{7}\fallingdotseq 3.1428=\dfrac{31428}{10000}$ としても、

$\sqrt{\dfrac{6075\times 31428}{10000}}=\dfrac{\sqrt{190925100}}{100}\fallingdotseq\dfrac{13817}{100}=138\dfrac{17}{100}$ である。ここでは

$\dfrac{22}{7}\fallingdotseq 3.143=\dfrac{3143}{1000}$ として、

$\sqrt{\dfrac{6075\times 3143}{1000}}=\sqrt{\dfrac{190937250}{10000}}\fallingdotseq\dfrac{13818}{100}=138\dfrac{18}{100}=138\dfrac{9}{50}$としていたようである。

ただし、$\dfrac{22}{7}$の近似値が後文の李注[20]と異なること、近似値を求める際に切り上げていることなど疑問は残る。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、これは密率によれば、円周は$138\dfrac{9}{50}$歩である。

[19] [劉注]於徽術、當周六十一步五十分步之十九。

訓読：徽の術に於て、当に周は六十一歩五十分歩の十九たるべし[69]。

注：(69) 上注(67)と同じく、「徽の術」とは円周率$\pi=3.14=\dfrac{157}{50}$とするもの。この値によれば、

$$L=\sqrt{S\times 4\pi}=\sqrt{300\times 4\times\frac{157}{50}}=\sqrt{\frac{300\times 4\times 157\times 50}{50\times 50}}=\frac{\sqrt{9420000}}{50}\fallingdotseq\frac{3069}{50}=61\frac{19}{50}$$ 歩となる。

訳：私の術によれば、当に円周は$61\dfrac{19}{50}$歩とすべきである。

[20]臣淳風等謹〔按〕[一]、依密率、爲周六十一步一百分步之四十一。

校訂：[一] 郭書春匯校本には「按」字は無いが、聚珍本によって「按」字を補う。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、密率に依れば、周は六十一歩一百分歩の四十一と為す[70]。

注：(70) 上注 (68) と同じく、李淳風のいう「密率」とは祖冲之の「約率」 $\dfrac{22}{7}$である。この率によって計算すれば、

$L=\sqrt{S\times 4\pi}=\sqrt{300\times 4\times \frac{22}{7}}=\sqrt{\frac{1200\times 22\times 7}{7\times 7}}=\frac{\sqrt{184800}}{7}\fallingdotseq\frac{429}{7}=61\frac{2}{7}$ 歩となって、

これでは $61\frac{41}{100}$ と合わない。ここでは $\frac{22}{7}\fallingdotseq 3.1428=\frac{31428}{10000}$ として、

$\sqrt{\frac{300\times 4\times 31428}{10000}}=\frac{\sqrt{37713600}}{100}\fallingdotseq\frac{6141}{100}=61\frac{41}{100}$ と求めている。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、密率によれば、円周は$61\frac{41}{100}$歩である。

開圓。術曰、置積步數、以十二乘之、以開方除之、即得周[21] [22]。

訓読：開円。術に曰く、積の歩数を置き、十二を以て之に乗じ、開方を以て之を除せば、即ち周を得。

訳：開円。術に曰く、面積の歩数を置いて、12をこれに乗じて、開方してこれを除けば、円周を得る。

[21] **[劉注]此術以周三徑一爲率、與舊圓田術相返覆也。於徽術、以三百一十四乘積、如二十五而一、所得、開方除之、即周也。(開方除之、即徑)**[一]**。是爲據見冪以求周、猶失之於微少。其以二百乘積、一百五十七而一、開方除之、即徑、猶失之於微多。**

校訂：[一] 銭校本に云う「「開方除之即徑」の六字は衍文であることは疑いないが、唐の李淳風等が見た抄本には已に此の六字が有ったので、其れが衍賸（えんしょう）（よけいな衍文）であることが指出されている」とある。

訓読：此の術は「周三径一」を以て率と為し、旧円田術と相い返覆(71)する也。徽の術に於て、三百一十四を以て積に乗じ、二十五の如くして一とし、得る所を、開方し之を除せば、即ち周也。是れ見冪(72)に拠り以て周を求むると為すも、猶ほ之を微少に失す(73)。其れ二百を以て積に乗じ、一百五十七にして一とし、開方し之を除す、即ち径なり、猶ほ之を微多に失す(74)。

注：(71)「返」は「反」の意。「返覆」は逆にして元に戻すこと。逆演算であるの意。

(72)「見」は「現」、「見冪」は実際にある面積のこと。19) 注 (127) 参照。

(73) $\pi>3.14$ であるので、円周が $L=\sqrt{S\times 4\pi}>\sqrt{S\times 4\times 3.14}=\sqrt{S\times\frac{314}{25}}$ のように、実際より小さくなるということ。

（74）$\pi > 3.14$ であるので、直径が $R = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} < \sqrt{\frac{4S}{3.14}} = \sqrt{\frac{S \times 200}{157}}$ のように、実際より大きくなるということ。

訳：この術は「周三径一」を以て円周率として、前の円田術と互いに逆演算となるものである。徽の術によれば、314を面積に乗じて、25で割り、得る所を開方すれば、円周になる。これは実際の面積より円周を求めようとするものであるが、やや少なくなってしまうのである。200を面積に乗じて、157で割り、開方すれば、直径になる。これはやや多くなってしまうのである。

[22] **臣淳風等謹按、此注於徽術求周之法、其中不用「開方除之、即徑」六字、今本有者、衍賸也。依密率、八十八乘之、七而一。按周三徑一之率、假令周六徑二、半周半徑相乘得冪三。周六自乘得三十六、倶以等數除、冪得一、周之數十二也。其積、本周自乘、合以一乘之、十二而一、得積三也。術爲一乘不長、故以十二而一、得此積。今還元、置此積三、以十二乘之者、復其本周自乘之數。凡物自乘、開方除之、復其本數。故開方除之、即周。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此の注は、徽の術に於て周を求むるの法なり。其の中の「開方除之、即徑」の六字を用いず。今本(75)に有るは、衍賸(76)也。密率に依れば、八十八を之に乗じ、七にして一とす。「周三径一」の率を按じ、仮令に周六径二なれば、半周・半径を相い乗じて冪三を得。周六は自乗して三十六を得。倶に等数を以て除せば、冪は一を得、周之数は十二也。其の積、本と周は自乗し、合(まさ)に一を以て之に乗じ、十二にして一とすれば、積三を得べし(77)。術は一を乗じて長ぜざるが故の為に、十二を以て一とし、此の積を得。今還元(78)するに、此積三を置き、十二を以て之に乗ずれば、復た其の本との周の自乗するの数に復するなり。凡そ物自乗し、開方して之を除せば、其の本数に復するなり。故に開方して之を除せば、即ち周なり。

注：（75）「今本」とは李淳風が見ていた当時の抄本を指す。

（76）『説文解字』巻六（貝部）「賸、物相增加也。从貝朕聲。一曰送也、副也。」「衍賸」はよけいな衍文の意。

（77）ここでは面積の求め方を比例関係を用いて説明している。$S : L^2 = 3 : 36 = 1 : 12$ であるから $S = \frac{L^2 \times 1}{12} = \frac{6^2 \times 1}{12} = 3$ のように求まると述べている。

（78）「還元」は還元算、逆算の意。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、この注は徽の術によって周を求める法であって、その中の「開方除之、即徑」の六字は不要である。今本に有るのは、よけいな衍文である。密率によって考えれば、88を面積に乗じて、７で割る。「周三径一」の円周率によって考えると、仮に円周が６で直径が２であれば、半周と半径を互いに乗じて面積３を得る。円周６は自乗して36を得る。双方を公約数で割れば、面積の数は1となり、周の数は12となる。面積を求めるに、元の周を自乗し、１を乗じて、12で割れば、面積３を得られることとなる。術では、1を乗じても大きくならないので、したがって12で割れば、この面積が得られるのである。今逆算すると、この面積３を置いて、12倍すれば、復したものは円周の自乗の数である。おおよそ物（数）を自乗して、開方してこれを除けば、復たその元の数になる。ゆえに開方して自乗の数を除けば、すなわち円周になる。

参考文献

１）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）
２）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）
３）郭書春･劉鈍『算経十書』（1998年12月、遼寧教育出版社）、（2001年４月、九章出版社）
４）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）
５）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）
６）沈康身『九章算術導読』（1997年２月）
７）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年８月）
８）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年９月）
９）李籍『九章算術音義』（叢書集成初編本『九章算術』所収）
10)「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）
11) 楊輝『詳解九章算法』（百部叢書集成本）
12) 李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰版本）
13) 清水達雄『九章算術』１～15（「数学セミナー」1975年２月号～1976年４月号）
14) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』―中国最古の数学書―』（朋友書店、2006年10月）
15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary』（Oxford Univ. Press, 1999）
16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集　人文･社会科学編２号(2008年２月)

17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 3 号(2008年 6 月)
18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun『Les neuf chapîtres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004)
19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 4 号(2008年10月)
20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集　人文･社会科学編 5 号(2009年 2 月)
21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 6 号 (2009年 6 月)
22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿 (6) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 7 号 (2009年10月)
23) 銭宝琮点校『九章算術点校』(1991年、九章出版社)
24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (7) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 8 号 (2010年 2 月)
25) 汪莱撰『校正九章算術及戴氏訂訛』衡齋遺書 (1892年刻本)
26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (8) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
27) 田村　誠、張替俊夫　新たに出現した二つの古算書　──『数』と『算術』大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
28) 郭書春『九章算術訳注』(2009年12月、上海古籍出版社)
29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (9) 人文・社会科学編10号 (2010年10月)