新たに出現した二つの古算書―『数』と『算術』†

(付)岳麓書院蔵秦簡『数』から見た周秦交替期の幾何学的成就

中国古算書研究会
田　村　　誠、張　替　俊　夫

Two recently discovered ancient mathematical books― "Shu" and "Suan-shu"

TAMURA Makoto
HARIKAE Toshio

Abstract

The Research Group on Ancient Chinese Mathematics went to China in December 2009 to investigate the Qin bamboo strips "Shu" housed at the Yuelu Academy and the Han bamboo strips "Suan-shu" in the Hubei Provincial Institute of Cultural Relics and Archaeology.

In this paper, we report the results of our investigation of the "Shu" and the "Suan-shu", and introduce and criticize an article on the "Shu."

2009年12月、中国古算書研究会は湖南省岳麓書院所蔵秦簡『数』と湖北省文物考古研究所所蔵漢簡『算術』を調査するため、中国を訪問した。

本稿では、『数』と『算術』について我々の調査結果を報告し、『数』について執筆された一論文をここで紹介し、論ずる。

一、中国学術調査の概要

2009年12月21日～28日にかけて、中国古算書研究会（以下、研究会）は中国湖南省長沙市、

† This work was partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research (C) (20500879).
平成22年２月26日　原稿受理

湖北省武漢市および北京において新たに出現した二つの数学書に関する学術調査を行った。

2001年以降、研究会では2006年に『算数書』の訳注を完成させ[1]、それ以降は『九章算術』の訳注を完成させることを主な目的として共同研究を行っている。我々研究会の『九章算術』訳注作業は『算数書』研究を通して得られた知見を基に、新たな水準の『九章算術』の訳注を完成させようという意を有するものである。

我々は大阪産業大学で行っている共同研究組織「中国古算書の総合的研究」の活動の一環として、来日予定の胡平生氏に大阪産業大学梅田サテライトキャンパスでの学術講演会を依頼したところ、胡氏は快諾され、2009年３月10日に「最近の中国出土簡牘について」の題で講演[2]が実現した。胡氏は、2008年まで中国国家文物局の中国文物研究所において主任研究員を勤め、その退職後も清華大学所蔵楚簡研究プロジェクトや、湖南省岳麓書院所蔵秦簡プロジェクトの一員として、出土文字研究の第一線で活躍している研究者である。中国での最新の出土状況に大変詳しいこともあり、多くの有益な情報の開示が予想されたため、関西のみならず全国から多くの研究者の出席を得た。

その講演会の中で胡氏は、中国における最新の簡牘出土状況を紹介したが[3]、我々にとって衝撃的であったことに、中国において新たに算数関係の資料が２箇所で出現しているとの情報が披露されたことである。その１つは、湖南省岳麓書院所蔵秦簡『数』であり、もう１つは、湖北省文物考古研究所所蔵漢簡『算術』である。我々は、新たに出現した二種の数学書に対して、早急に事実確認が必要であるとの認識に達し、中国で学術研究調査を行うこととなった。

2009年３月以降、研究会の大川俊隆が胡平生氏と連絡を取りながら湖南・湖北訪問の日程を調整し、今回の中国学術調査では胡氏の全面的な協力が得られることとなった。そこで研究会は中国学術調査団を組織することとした。参加メンバーの６名は下記の通りである。

田村三郎（団長、本学教養部元教授・神戸大学名誉教授）

大川俊隆、張替俊夫、田村誠（以上、本学教養部）

武田時昌（京都大学人文科学研究所教授）

矢崎武人（平城宮跡資料館解説ボランティア）

（また、長沙と武漢ではすべての行程に胡氏が同行した。）

調査団の行程は以下の通りである。

12月21日　関西国際空港に集合。空路、上海を経由して長沙へ。長沙泊。

12月22日　午前、岳麓書院訪問。午後、長沙簡牘博物館訪問。長沙泊。

12月23日　午前、湖南省文物考古研究所訪問。午後、湖南省博物館見学。長沙泊。
12月24日　鉄道で長沙から武漢に移動。武漢泊。
12月25日　午前、湖北省文物考古研究所訪問。午後、湖北省博物館見学。武漢大学簡帛研究中心訪問。武漢泊。
12月26日　空路で武漢から北京に移動。北京泊。
12月27日　中国科学院自然科学史研究所を訪問。北京泊。
12月28日　北京国際空港から関西国際空港へ。関西国際空港にて解団。

我々には自然科学史研究所の研究者以外には、長沙と武漢の研究者とは直接の面識は無かったが、胡平生氏の案配によりすべての調査活動が円滑に行われ、予想以上の成果を得ることができた。また北京では自然科学史研究所の甚大な歓迎を受けた。

上記の通り、今回の学術調査報告は、長沙編、武漢編、北京編の３部に分かれる。それらは本稿の二、三、四においてそれぞれ報告する。五において今回の中国学術調査の総括を行う。六で今回入手できた蕭燦氏の論文「従岳麓書院蔵秦簡『数』看周秦之際的幾何学成就」の中の「勾股術あるいは旁要術の例証について」について論ずる。なお、同論文の邦訳「岳麓書院蔵秦簡『数』から見た周秦交替期の幾何学的成就」を本稿の末に付す。この訳出には大川氏の全面的な協力を得たので、ここに謝意を表したい。

なお今回の研究会の学術調査が成功裏に終了したのは何と言っても胡平生氏の全面協力があったればこそである。ここに胡氏に深い感謝の意を表したい。

今回の中国学術調査に当たって、科学研究費補助金・基盤研究（C）（20500879）「『九章算術』の『算数書』との比較および数学史における位置付けの検討」（研究代表者・田村誠）および大阪産業大学共同研究組織「中国古算書の総合的研究」（研究代表者・張替俊夫）の助成を受けていることを明記しておきます。

二、長沙における学術調査

ここでは、湖南省長沙市における学術調査の内容を報告する。調査初日の12月22日午前に岳麓書院を訪問した。

岳麓書院は、長沙市街から湘江を隔てた西側の岳麓山の麓に位置する。北宋の開宝九年（976年）の創建で、以後、宋元明清を経て、清末に湖南省高等学堂となり、さらに湖南高等師範学校と改称された後、1926年に湖南大学岳麓書院となり、大学付属の研究機関となった。岳麓書院は、白鹿洞書院、応天府書院、嵩陽書院とともに、宋代の四大書院の１

つに数えられる。今回の訪問の目的は岳麓書院所蔵秦簡『数』の調査である。以下本節では、岳麓書院所蔵秦簡の簡報である陳松長「岳麓書院蔵秦簡綜述」（文物、2009年第3期、75-88頁）に基づいて、『数』に関する基本的情報を紹介し、その後我々が調査で得た情報を紹介する。

「岳麓書院蔵秦簡綜述」によれば岳麓書院所蔵秦簡は、その出土場所は不明だが、中国大陸の某地点で盗掘された竹簡が香港の骨董市場に流出し、2007年12月に岳麓書院により緊急に購入・収蔵が行われたものである。その時の簡の総数2098枚であり、その中で比較的に完全な簡は1300余枚であった。その後2008年8月に香港の一収蔵家が幾つかの簡（総数は76枚、比較的に完全な簡は30余枚）を岳麓書院に寄贈した。これは、先に購入していた簡と同一の地点の盗掘品と判断され、両者を合わせて岳麓書院所蔵秦簡とされた[5)]。簡の大部分は竹簡だが、少量の木簡も含まれていた。岳麓書院での整理責任者は、岳麓書院副院長である陳松長教授である。

現在簡牘類は整理中であるが、簡の主要な内容は大きく分けて次の6つに分かれる。すなわち、『日誌』、『官箴』、『夢書』、『数』、『奏讞書』、『律令雑抄』である。この中の『日誌』中の暦譜に秦の始皇帝二十七年、三十四年、三十五年という記述が見られる。つまり『数』の成書年代の下限は始皇帝三十五年（前212年）となる。（ちなみに『算数書』を含む張家山漢簡では、同時に発掘された暦譜中の記述の最も晩い一年が前漢の呂后二年（前186年）であり[6)]、我々も『算数書』の成書年代の下限を呂后期と考えている。）これからこれらの簡の書写年代は秦代であると考えられている。

『数』はその内容が算数に関連している簡である。その0956号簡の背面に書名と考えられる「數」の字が書かれているので『数』と呼ばれることになった。その0956号簡の表の面は、

【0956】為實。以所得禾斤數為法。如法一。[7)]

とあり、ある算題の最後の部分に当たると考えられる。『数』に属する簡の総数は220余枚である。（『算数書』は190枚である。）長さが約30㎝で、上中下3本の編縄によって2つの欄に分かれて書写されている簡と、欄に分けられていない簡がある。

『数』においては、『算数書』と内容が共通する算題も多い。その中の一つの例として『数』の0942号簡を掲げる。

【0942】少廣。下有半、以為二、半為一、同之三、以為法。亦直（置）二百卌（四十）歩、亦以一為二、為四百八十歩。除、如法得一歩、為從百六十（歩）。[8)]

（訳：少広。下に半有れば、以て二と為し、半を一と為し、之を同（あわ）せて三とし、以て法と為す。亦た二百四十歩を置き、亦た一を以て二と為し、四百八十歩と為す。

除すること、法の如くして一歩を得、縦百六十歩と為す。）

これに対して『算数書』「少広」題では、

少廣、=（廣）一歩、半歩、以一爲二、半爲一、同之三、以爲法。即直（置）二百卌（四十）歩、亦以一爲二、除、如法得從（縱）一歩。爲從（縱）百六十歩。[9]

となっている。両者の内容はほとんど同じである。さらにこの部分は以下の『九章算術』少広章［一］とほとんど一致する。

［一］今有田廣一歩半。求田一畝。問、從（縱）幾何。答曰、一百六十歩。術曰、下有半、是二分之一。以一爲二、半爲一、并之得三、爲法。置田二百四十歩、亦以一爲二乘之、爲實。實如法得從（縱）歩。[10]

また、『算数書』「相乘」題における乗分術では、

（四分）乘三分、十二分一也。乘四分、十六分一也。五分而乘一、五分一也。乘半、十分一也。乘三分、十五分一也。乘四分、廿（二十）分一也。乘五分、廿（二十）五分一也。[11]

となっている部分が『数』においては、

【0778】三分乘四分、三四十=二=、（十二）分一也。三分乘三分、三=（三）而九=、（九）分一也。少半乘十、三有少半也。五分乘六分、五六卅=、（卅）分之一也。[12]

となっている。「三四十二」、「三三而九」、「五六卅」といった九九の口訣に当たる部分を『数』は持っている。この点が『算数書』や『九章算術』とは大きく異なっている。

また、『数』の「婦織」算題の

【J 9】有婦三人。長者一日織五十尺、中者二日織五十尺、少者

【J11】三日織五十尺。今威〈織〉有攻（功）五十尺。問、各受

【0827】幾可（何）。曰、長者受廿（二十）七尺十一分尺三、中者受十三尺十一分尺七、少者受九尺十一分尺一。述（術）曰、各直（置）一日所織[13]

（婦三人有り。長者は一日に五十尺を織り、中者は二日に五十尺を織り、少者は三日に五十尺を織る。今、織るに、功五十尺有り。問う、各々受くること幾何ぞ。曰く、長者は二十七尺十一分尺の三を受け、中者は十三尺十一分尺の七を受け、少者は九尺十一分尺の一を受く。術に曰く、各々一日織る所を置き……［以下無し］。）

となっている。これに対して、『算数書』「婦織」題は、以下のようである。

婦織。有婦三人。長者一日織五十尺、中者二日織五十尺、少者三日織五十尺。今織有攻（功）五十尺、問、各受幾何尺。其得曰、長者受廿（二十）五尺。中者受十六尺有（又）十八分尺之十二。少者受八尺有（又）十八分尺之六。其術曰、直（置）一、直（置）二、直（置）三而各□□□以爲法。有（又）十而五之、以爲實。如法而一尺。不盈尺者、以法命分。

●三為長者實、二為中者、一為少者。　　　楊已饆[14]

両者を比べると、算題の設定条件は完全に同一であるが、計算の結果は異なっている。『算数書』「婦織」題の「術曰」以下の計算法は、婦三人の織布の量の比率が長者３、中者２、少者１であるとし、そこから解を求めている。すなわち、$3+2+1=6$ を除数とし、それぞれの数（３,２,１）を50尺に乗じて被除数とする、ということである。術に従って具体的に計算すると、長者が受ける布の数量は$\frac{50尺\times3}{3+2+1}=25$尺、中者が受ける布の数量は、$\frac{50尺\times2}{3+2+1}=16$尺（簡文では$16\frac{12}{18}$尺)、少者が受ける布の数量は、$\frac{50尺\times1}{3+2+1}=8\frac{1}{3}$尺（簡文では$8\frac{6}{18}$尺）と考えられている。ところが、この計算法は、根本から誤っている。婦三人の織布の能力の比は、長者は1日間で50尺、中者は２日間で50尺、少者は３日間で50尺であるので、１日に換算すれば、$1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$、即ち６：３：２となるのである。この比によって50尺の布は分けられなければならない。ここで用いるべきは、九章算術『衰分章』では「返衰術」と呼ばれているものである[15]。

一方、『数』の答えの方は正確である。その算法の術文は載っていないが、「各々一日織る所を置き」という文から類推し、『九章算術』の方法を適用してみると、まず婦三人が一日に織る布の量を並べたもの（$50,\ \frac{50}{2},\ \frac{50}{3}$）を１×２×３で通分すると、（$\frac{50\times2\times3}{1\times2\times3},\ \frac{50\times1\times3}{1\times2\times3},\ \frac{50\times1\times2}{1\times2\times3}$）となる。ここで、分母を約し分子を取り出したもの（300, 150, 100）を最大公約数50で約して（６，３，２）が婦三人の能力の比となる。従って長者の得る布の数量は$50\times\frac{6}{6+3+2}=\frac{300}{11}=27\frac{3}{11}$尺となる。中者、少者も同様の計算となる。

現地調査において、我々はまず現在整理過程にある書院蔵秦簡現物を見学したのち、『数』についての説明を受けた。実際に『数』の説明を行ったのは蕭燦氏で、許道勝氏が蕭氏に協力をしているということであった。蕭氏は朱漢民氏とともに（朱氏は蕭氏の指導教官）『数』について後述の４編の論文をすでに発表していて、我々はその中の３編を現地で受け取った。蕭氏はすでに得られた研究結果に基づき、特に『算数書』との比較に力点をおいて説明を行った。

しかしながら、蕭氏が『算数書』の内容に言及する時に参考にしているのは、彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』（北京、科学出版社、2001年）のみであり、我々研究会の「漢簡『算数書』」についての知見を持っていないのが気になった。例えば付録の注で後述するが、朱漢民・蕭燦「従岳麓書院蔵秦簡『数』看周秦之際幾何学成就」（中国史研究、第３期（2009）、51-58頁）において、『算数書』「除」題の「羨除」の図について、彭氏の誤った解釈[16]だけを基に推論を組み立ててしまっている。

『数』の書写年代については、『算数書』と同じ年代であり、その書写の筆体は『算数書』

と同じと見ているようである。ただし、『数』を含む岳麓書院所蔵秦簡の成書年代については様々な観点から戦国時代以前に遡ると考えているようである。

「婦織」題については、『算数書』が誤った解答・解法を与え、『数』が正しい解答を与えていることから、この算題については『数』の方がより新しいものであると思われるが、彼らはそれには否定的であった。

また、『算数書』では、ほとんどの算題に算題名が付いていたが、『数』では逆に算題名はほとんど付いていないという。しかし、内容を比較すると前で述べたように多くの算題は『数』と『算数書』で共通している。『数』の算題のうち約90題はすでに整理が済んでいて、その内容は『算数書』と同じく、設問条件、問題、答、術文から出来ているが、算題によっては術文が欠けているものがある。

『数』の主要な内容は、土地計算に関する問題、穀物計算に関する問題、租税計算に関する問題に分かれる。この各々の問題については、蕭燦・朱漢民「岳麓書院蔵秦簡『数』的主要内容及歴史価値」（中国史研究、第３期（2009）、39-50頁）において、『九章算術』における章（方田、粟米、衰分、少広、商功、均輸、盈不足、句股、ただし方程章に対応する題はない）を基にして分析している。また、その中で特に土地計算に関する問題については、蕭燦・朱漢民「岳麓書院蔵秦簡『数書』中的土地面積計算」（湖南大学学報（社会科学版）、第23巻・第２期（2009）、11-14頁）で扱っている。その内容は、長方形（大広術、啓縦術、里田術、少広術）、等脚台形、円形の土地面積の計算方法である。その他の幾何問題については朱漢民・蕭燦「従岳麓書院蔵秦簡『数』看周秦之際幾何学成就」で、穀物換算と比重については蕭燦・朱漢民「周秦時期穀物測算法及比重観念-岳麓書院蔵秦簡『数』的相関研究」（自然科学史研究、第28巻・第４期（2009）、422-425頁）で論究している。

『数』の算題の配列についてはその出土状況が分からないため、簡の内容等から推測し再構成するしかない。蕭燦氏は算題の内容が簡単なものから難解なものに配列されるべきだと考えているようだが、許道勝氏からは『数』の配列は難易ではなく、土地計算に関する算題から配列すべきとの発言があった。我々は『算数書』の最初の簡が「少広」題であると考えたこと、また後述するように睡虎地漢簡『算術』もまた「少広」題から始まっていることが、『数』の配列にどのように関連するかに大変興味を持っている。

岳麓書院によると、『数』の釈文と図版については2010年の年末までに出版が決定している。これは、岳麓書院秦簡についてのシリーズ本の第２冊に当たるとのことである。（第１冊は『日誌』、第３冊は『官箴』とのこと。）さらに岳麓書院秦簡に関する国際学術研討会の開催が、2010年９月岳麓書院で予定されている。

なお長沙ではこの後、12月22日午後に長沙簡牘博物館、23日午前に湖南省文物考古研究

所を訪問し、午後に湖南省博物館を見学した。興味深い知見をいろいろ得たがここでは割愛する。

三、武漢における学術調査

ここでは、2009年12月25日に訪問した湖北省武漢市における学術調査の内容を報告する。武漢での調査の目的は湖北省文物考古研究所所蔵の睡虎地漢簡『算術』を見ることであった。湖北省雲夢県睡虎地では1975年に発見された一群の竹簡「睡虎地秦簡」が有名である。ここでいう睡虎地漢簡とは、2006年11月3日漢丹鉄路の工事中に睡虎地M77号墓より発見された副葬品の中にあった簡牘類である。その発掘の責任者を務めたのが湖北省文物考古研究所の熊北生氏らであり、現在出土簡牘類も湖北省文物考古研究所において整理が進められている。

睡虎地漢簡についての基本的情報は、簡報である湖北省文物考古研究所、雲夢県博物館「湖北雲夢睡虎地M77発掘簡報」（江漢考古、第109期（2008）、31-37頁）にある。本節ではこれに基づいて『算術』に関する情報を紹介し、その後我々が調査で得た情報を紹介することとする。

睡虎地漢簡の総数は2137枚である。ほとんどの長さは26～31㎝であり、その長さもほぼ揃っている。睡虎地漢簡はその内容から、『質日』、『日書』、書籍簡、『算術』、法律簡の5つに大別される。その『質日』の中の簡の記述より、睡虎地漢簡の書写年代は前漢の文帝后元七年（紀元前157年）が下限と推測されている。つまり、『算数書』よりも時代が30年ほど下ることになる。

『算術』は216枚の竹簡で構成されている。その中で1～76号簡は長さが約26㎝、幅が4㎜であり、77～216号簡は長さが約28.2㎝、幅が5.5㎜である。その1号簡の背面に「算術」と書かれているので、『算術』が書名であることがわかった。『算術』の内容は算数に関連しており、その性格は『算数書』と同じく数学問題集である。

12月25日午前に湖北省文物考古研究所を訪問した時、出迎えてくれたのが熊北生氏と蔡丹氏であった。『算術』の整理は蔡氏が担当していて、我々に対する説明も蔡氏が主に行った。蔡氏は『質日』、『日書』書籍簡の整理も合わせて行っている。

彼らの説明によると、出土状況が良好であったため、睡虎地漢簡は『算術』も含めて、その配列をほぼ完全に復元することが可能であるという。竹簡の出土の際にひと塊になっているいくつかの簡が一つの算題を構成すると考えている。また、『算術』の最初に配列される算題は出土状況等から見て「少広」題と考えられるという。我々が『算数書』にお

いて最初に配列されると考えた算題と全く同じであり、大変注目すべき所である。

蔡氏は『算術』の内容について『算数書』と比較しながら我々に説明した。まず、『算術』の一部の算題は『算数書』と共通している。

次に『算術』の具体的な内容であるが、『算術』にも『算数書』の「婦織」題と同じ算題があり、『算数書』と同じく解法・解答が誤っている。（『算数書』の「婦織」題については前項を参照。）

『算術』の土地計算に関する問題では、『算数書』にない算題もいくつかあり、むしろ『九章算術』方田章にあるような「圭田」、「邪田」、「箕田」、「宛田」などの田の面積の計算の算題がある。（『数』の中にも算題名はないが冒頭に「箕田日」とあるので、「箕田」題とわかるものがある。）この点でも『算術』は『算数書』よりやや新しい時代の成立である可能性があり、前述の書写年代における30年の開きが裏付けられるかもしれない。

現在、蔡氏による『算術』と『算数書』の比較検討が、彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』を参照して行われている。『算術』の内容についてはいずれ蔡氏が論文として公表するとのことであり、そこで『算術』のより詳細な内容が明らかにされるであろう。これについても発表され次第紹介したい。

全体的に見て睡虎地漢簡『算術』は前出の岳麓書院所蔵秦簡『数』よりも整理・研究が遅れているという印象であった。しかし、配列が完全に復元可能であるなど興味深い点も多く、その発表が待たれる所である。

なお2010年１月に熊北生氏が睡虎地漢簡の出土状況の概況と一つの書籍簡の配列について述べた簡報「雲夢睡虎地77号西漢墓出土簡牘的清理与編聯」（出土文献研究、第九輯（2010）、37-41頁）を発表しているが、『算術』についての新たな情報はなかった。

12月25日の午後は湖北省博物館を見学し、さらにその後武漢大学簡帛研究中心を訪問した。武漢大学簡帛研究中心は陳偉教授が主任を務めている。我々研究会とは、『算数書』研究の頃より交流の深い荊州博物館の彭浩氏が武漢大学の客員教授を兼ねていることから、彭浩氏を通して陳氏とも交流があった。睡虎地漢簡についての何らかの情報を持っている可能性があり、胡平生氏を通して今回訪問する手筈が整えられた。

そこで今回の訪問で得られた情報としては、陳氏も熊北生氏や蔡丹氏とともに睡虎地漢簡の整理と研究の一翼を担っているということであり（具体的には法律簡を担当とのこと）、睡虎地漢簡の整理・保存についてかなり詳しい情報を持っていた。すなわち、睡虎地漢簡は蒸留水につけて保存されており、また竹簡の中で不鮮明な簡については赤外線を用いて解読しているとのことであった。その赤外線写真は富士フィルムの米国法人から入手したかなり精度の高い機材を用いて撮影されているとのこと。

また、前述の岳麓書院所蔵秦簡『数』に対しては、2009年９月にこの機材による赤外線撮影が完了しており、2010年発表予定の『数』の釈文と図版が発表される際に『数』の赤外線写真が付く予定と陳氏は述べていた。そうすると、『数』については、かなり精度の高い写真を見ることが出来そうであり、この写真版の公表によって『数』の研究が一気に進展することが予想される。ただ残念ながら、張家山漢簡『算数書』に対してはこの赤外線撮影は行われなかったそうであり、『算数書』研究の点では悔やまれてならない所である。なお簡帛研究中心の立場としては、赤外線写真の保存・管理はするが、研究はあくまで湖北省文物考古研究所で行うとのことで、分業体制が確立しているようである。

最後に、簡帛研究中心には早稲田大学文学学術院の水間大輔氏が博士研究員として滞在していたことを記しておく。

四、中国科学院自然科学史研究所

ここでは、2009年12月27日に訪問した北京市の中国科学院自然科学史研究所での研究打ち合わせの概要を簡単に報告する。調査団のうち訪問者は大川、張替、田村誠である。

自然科学史研究所の郭書春氏は、中国数学史の研究、特に『九章算術』の研究で知られた国際的な研究者である。我々研究会の『九章算術』の訳注作成は、郭氏の校訂本『匯校九章算術（上・下）』（瀋陽、遼寧教育出版社、2004年増補版）を底本として行っている[17]。2004年８月の「《算数書》与先秦数学国際学術研討会」（北京・中国科学院自然科学史研究所）以降、研究連絡をとり合っており、2009年８月の「関孝和三百年祭記念・数学史国際会議」（東京理科大学）以来の再会であった。これに同席した鄒大海氏は郭氏の弟子にあたる人で、近年中国数学史、特に『算数書』に関する論文を多数発表しており[18]、我々との交流も続いている。

今回は我々は長沙、武漢での研究調査内容を彼らに紹介するとともに、彼らと『数』や『算術』についての情報交換をするのが目的であった。たまたま訪問したのは日曜日であり、当時北京を襲っていた寒波のただ中であったにもかかわらず、郭書春氏は我々を歓迎して数人の若い研究者とともに待っていてくれた。

郭書春氏や鄒大海氏は当然のことながら、『数』や『算術』についての情報を持っていたが、我々の感じた印象としては日本にいる我々の持つ情報量とさほど変わらないということである。現時点では自然科学史研究所と岳麓書院や湖北省文物考古研究所の間の連絡は密ではないようだが、今後『数』や『算術』の専門的な研究が、郭氏や鄒氏らから発信されることも多々あるであろう。我々と最新の研究成果の交換を行い、『九章算術』につ

いての貴重な情報を受け、またさらなる再会を約束して自然科学史研究所を後にした。

五、中国学術調査を振り返って

以上で記したように、今回の中国での学術調査を振り返ると得たものは大変多い。

まず、これまで『九章算術』以前の算術書と言えば、『算数書』しか発見されていなかった。そこに、『数』、『算術』という『算数書』と時代が近い２点の算術書が発見された。その意義は大変大きく、中国古代数学の全体像の再構築を迫るものである。また、算術書が当時の中級官史のいわば職務上の「必携書」であった可能性があり、そうすると、これら３点以外の算術書が将来出土することも予感させる。

我々に当面課せられた課題として、『算数書』と『数』、『算術』の内容の比較検討を行わねばならない。その一部については本稿で記されているが、『数』や『算術』の完全な釈文や写真版が公開されない限り、軽々しい議論を展開することを避けねばならない。これは以前の『算数書』の公開前にも起こった事柄であり、写真版に基づかない『算数書』の研究が現在ではほとんど意味のないものになってしまっていることを肝に銘じておかねばならないだろう。

また、『算術』の方はやや研究が遅れているが、いずれ写真版が公開された後に『算数書』、『数』、『算術』の比較検討が始まるであろう。ただし、中国において相互の連絡があまり密ではなく（おそらく中国においてそれら三者の比較検討が出来る立場にあるのは、自然科学史研究所などであろう）、また岳麓書院、湖北省文物考古研究所とも『算数書』については、彭浩氏の著作のみに依拠していて、我々研究会による『算数書』の研究成果や国際的な研究成果を知らないようである。彼らも国際的な研究の趨勢を知らねばならない時期に来ているようである。

また、『算術』の配列がほぼ完全に復元できることから、それを基として『算数書』の配列も見直す必要に迫られるのではなかろうか。『算数書』の配列について、以前我々は、張家山二四七号漢墓竹簡整理小組『張家山漢墓竹簡［二四七号墓］』（北京、文物出版社、2001年）の付録「竹簡出土位置示意図」について考察し、そこで得た結論と劉金華「試説張家山漢簡《算数書》的文本結構問題」（簡帛研究網站 2003.12.8）がほぼ一致したことによって『算数書』の配列を確定したのであった。今後、『算術』の写真版が公開され、さらにその出土示意図から配列が復元されれば、それに基づいて『算数書』の配列をもう一度見直し、新たな結論を得たいと考えている。

我々研究会には、これまで『算数書』研究で培った中国古代数学研究の実績が蓄積され

ている。これにより『数』や『算術』の日本における研究について、責任ある位置にあると自負している。我々研究会は『算数書』と『九章算術』研究を軸として、『数』と『算術』の研究を加えた上で、中国古代数学の全体像を明示することを目標として、今後も研究を進めるつもりである。

いずれにせよ今回の訪問により、我々は中国古代数学の研究が新たな地平に立ったことを強く認識した。それをもって中国学術調査の総括としたい。

六、『幾何学的成就』について

蕭燦氏と朱漢民氏は2009年春のほぼ同時期に、我々が現地で手に入れた３編と、後に氏から送られてきた１編の論文を発表している。これらは２人の共著になっているとはいえ、現在の『数』研究の担当責任者が蕭燦氏であることを考えれば、実質的に蕭燦氏の執筆によるものとみなしても良いであろう。これらのうち、『岳麓書院蔵秦簡《数》的主要内容及歴史価値』が岳麓書院蔵の『数』に対する全体的な論考で、他がそれぞれにテーマを絞った研究論文となっている。ここで論ずる『従岳麓書院蔵秦簡≪数≫看周秦之際的幾何学成就』（以下『幾何学的成就』）については、面積・体積計算を含んだ算題を通して当時の幾何学的な、あるいはより広く、数学的な発達水準を窺うという内容である。したがって数学史的観点からは、この論文がもっとも興味深いものと言ってよいであろう。よって本論の末に『幾何学的成就』の邦訳をつけておく。

『幾何学的成就』では『数』について以下の５つの観点から論じている。

一．円面積の求解方法

二．ピラミッドの体積公式

三．墓道問題

四．勾股術あるいは旁要術の例証

五．幾何算題中に出現した一種の簡略化算法の思考について

本節ではこのうちの一と四について論ずる。

「一．円面積の求解方法」について

著者らは『数』の中には以下の４種の円面積の計算方法が述べられているという。

⑴ 円田の面積=周長×周長÷12

⑵ 円田の面積=半周×半径

⑶ 円田の面積=直径×周長÷4

(4) 円田の面積=半径×周長÷2

計算公式において (2) ～ (4) は単純な言い換えにすぎない。実際、半径とは直径の半分であることから、(3) と (4) の言い換えができる。ここで (1) と (3) の比較により、周長は直径の３倍としていたことが容易に読み取れる。

興味深いのは、あるいは整理中の簡の中にあるのかもしれないが、「円田の面積=直径×直径×３÷４」や「円田の面積=半径×半径×３」が現れていないことである。『算数書』では、「井材」題で (1) や (3) と同等の計算が行われており、また「以圜材方」題で円周を直径の３倍として計算している。したがって、秦漢期には円周と直径がおよそ３の比で比例しており、また円の面積は (1) ～ (4) で求められるということが知られていたといえよう。しかしながら、円の面積と外接正方形の面積との間の比例関係を述べた算題が、より直截に直径の自乗から円の面積を求めた算題が、『数』『算数書』ともに見当たらないのは不思議である。円の面積の計算には周長をどこかで必ず用いているのである。

著者らはまた、円の面積の近似として、「二つの等脚台形の面積の和」と「内接正方形と外接正方形の面積の平均値」という２種の可能性を提案しているが、そもそも前者の根拠は他で台形の面積を計算していること、後者の根拠は２と４の平均が３だということだけのようである。むしろここで注意を払うべきなのは、『数』と『九章算術』との差異であって、円の面積と外接あるいは内接正方形の面積との比較についてであろう。『九章算術』には「術に曰う、径自ら相乗じて、之を三し、四にして一とす。」とあり、面積の比例関係を認識していたことが理解される。円周と直径との比例、円の面積と内接正方形の面積との比例、これらを踏まえた上でそれらの比が一致するというところまで術文に表れているかどうかを、先に問題とすべきであろう。

「四．勾股術あるいは旁要術の例証」について

ここで公表された『数』の算題は次のようなものである。

〔今〕有園（圓）材薶（埋）地。不智（知）小大。斲之、入材一寸而得平一尺。問、材周大幾可（何）。即曰、半平得五寸。令相乘也。以深（簡【0304】）

一寸爲法、如法得一寸。有（又）、以深益之、即材徑也。（簡【0457】）

訳：円材（丸太）が地中に埋まっていて、その大きさはわからない。これを切ってみると、深さ１寸入ったところで、切り口が１尺になった。問う、円材（丸太）の直径はどれほどか。即ちにいう、切り口の半分は５寸であり、これを自乗する。深さ１寸を法と為して、法で割る。また、深さ１寸をこれに増せば、すなわち円材の直径である。

著者らも述べているように、この算題は『九章算術』の勾股章の第九題と、一部に言葉の違いこそあれ、ほぼ同じ問題といってよい。

今有圓材埋在壁中、不知大小。以鐻鐻之、深一寸、鐻道長一尺。問徑幾何。

荅曰、材徑二尺六寸。

術曰、半鐻道自乘、如深寸而一、以深寸增之、即材徑。

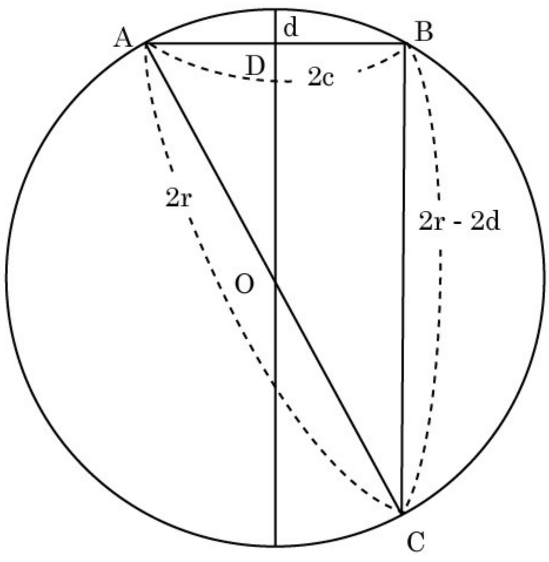
訳：円材（丸太）が壁に埋まっていて、その大きさはわからない。これを鋸で深さ１寸まで切ってみると、切り口の長さが１尺になった。問う、円材（丸太）の直径はどれほどか。

答えは直径２尺６寸。

術にいう、切り口の半分を自乗して、深さ１寸で割る。深さ１寸をこれに増せば、それが直径である。

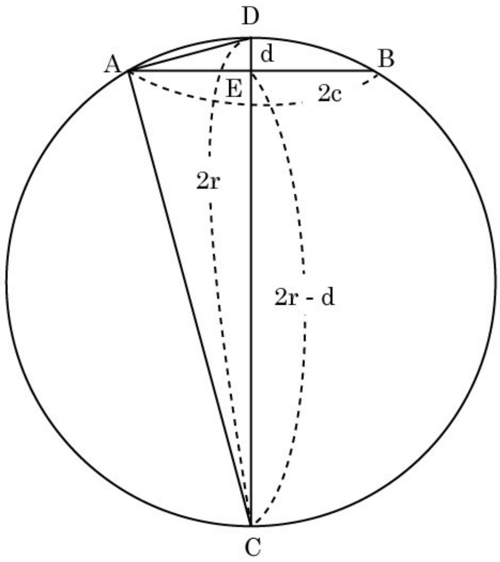
『九章算術』で劉徽は、この算題に勾股弦の術（三平方の定理）の用語を用いて注をつけている。術文では、切り口の長さを2c、深さd、直径2rとすると、$2r=\frac{c^2}{d}+d$としている。これを劉徽に従い三平方の定理を用いて説明するならば、現代的な代数的処理を用いて次のようにすることも可能である。

切り口の断面図を考えると、図のように三辺が$AC=2r$，$AB=2c$，$BC=2r-2d$の直角三角形ABCができる。各辺の長さを半分にすれば同じく直角三角形AODができるが、これに三平方の定理を適用すれば、$r^2=c^2+(r-d)^2$が成り立つ。すなわち$r^2=c^2+r^2-2dr+d^2$の両辺からr^2を除けば$2dr=c^2+d^2$、よって直径$2r=\frac{c^2}{d}+d$。



『幾何学的成就』の著者らは、おそらく『九章算術』勾股章に同一題があることを大きな根拠として、「もしもこの題が本当に勾股術を用いて解答しているならば、それは周秦交替期の人々がすでに勾股術の一般定義を把握していたことを物語る」と述べている。しかしながら、著者らが「この算題も相似三角形の線分が比例をなすという原理を応用して解答したものである可能性がある」と指摘するように、この算題はより簡明な、相似を用いた次の解法によって解くことも可能である。

切り口の長さを$AB = 2c$，深さ$DE = d$，直径$DC = 2r$とし、図のように点A～Eを定める。容易にわかるように三角形AEDと三角形CEAは相似である。したがって$\frac{AE}{ED} = \frac{CE}{EA}$だから、$\frac{c}{d} = \frac{2r-d}{c}$である。すなわち$\frac{c^2}{d} = 2r-d$より直径$2r = \frac{c^2}{d}+d$。



この解法は、図形の相似による単純な比例関係を根拠としており、また比例関係から術の式を得る過程でも、現れる値はどれもが術文中に書かれているものばかりである。何より比例問題は『算数書』においても多く見られ、時代の近い『数』においても術として成熟していたと考えられる。

一方、三平方の定理についても、それが自由に用いられているのであれば、必然的に開平法が現れるはずである。実際、『九章算術』においては、第四章の少広章で開平法の説明があり､第九章の句股章では三平方の定理を開平法とともに用いている。しかしながら、『算数書』では開平ができるのは整数部分までであって、それ以下は線形近似を与えるに留まっている。「方田」題に240の平方根の近似値として$15\frac{15}{31}$が挙げられているが、その

解法は$15^2 = 225<240<256 = 16^2$として、240の平方根の前後の整数である15と16の間を、不足分15と過分16の比で比例分割するというものである。したがって、『算数書』の時代では三平方の定理や開平法はまだ自由に用いられるところまで至ってはなかったとするのが自然であろう。

そうであれば、秦代の『数』、漢初の『算数書』、おそらくは後漢の『九章算術』という時代性を考えれば、『数』成立当時の中国で三平方の定理が知られていたとするには無理があるように思われる。たとえ、知られていたと仮定しても、関係$r^2 = c^2+(r-d)^2$から術の$2r = \frac{c^2}{d}+d$を得るまでには、途中に現れる2drを扱うためには、この値に何らかの説明か図形的なイメージが必要なはずである。図形的なイメージやここでの変形計算を含めて「術」というブラックボックスと化してしまったとするには、『算数書』の数学的水準と比較してもかなり無理がある。

最後に「周秦交替期の人々がすでに勾股術の一般定義を把握していたことを物語る」ためには、2つの意味で困難があることを指摘しておきたい。1つは上で述べたように、『数』成立当時はまだ三平方の定理が知られておらず、『数』のこの算題は三角形の相似による比例問題として解かれたであろう、ということである。もう1つは『幾何学的成就』の冒頭に書かれている通り、成書年代の下限は秦の始皇帝三十五年であることまでが現時点で確認された事実であって、「『数』に反映されているのは、周秦交替期の数学の発展水準であり、その中のある種の算題・算法はあるいは更に早い時期に遡ると判断した」ことは、現時点では根拠が明かされず、可能性の指摘にとどまっている、ということである。『数』のこの算題の成立時期について、秦代よりも周秦交替期、さらに東周期へと繰り上げることもまた、現段階では根拠が無く可能性の指摘にすぎない。以上より、『数』のこの算題では、「周秦交替期の人々がすでに勾股術の一般定義を把握していた」例証とするには不足であると考える。

注

1．『算数書』の研究成果が張家山漢簡算数書研究会編『漢簡『算数書』─中国最古の数学書』（朋友書店、2006年10月）である。

2．この時の胡平生氏の講演内容については、現在胡氏自身が改稿を加えている。いずれ発表されるであろう。

3．この講演会では、岳麓書院蔵秦簡や睡虎地漢簡の他に、清華大学蔵戦国簡、北京大学蔵漢簡などが紹介された。

4．陳松長「岳麓書院蔵秦簡綜述」（文物、2009年第３期）では『数書』と記されていたが、現在岳麓書院では『数』と呼んでいる。今、これに従う。

5．ただし、後で収蔵家によって寄贈された簡は、簡番号で区別できるようにしている。例えば【J９】、【J11】のようにJから始まる簡は後で寄贈された簡である。

6．荊州地区博物館「江陵張家山三座漢墓出土大批竹簡」文物、第１期（1985）、1-8頁。

7．陳松長「岳麓書院蔵秦簡綜述」、81頁に掲載された簡の写真と釈文より引用した。

8．陳松長「岳麓書院蔵秦簡綜述」、85頁。「亦直（置）二百卌（四十）歩」の「亦」は、『文物』では「赤」と釈されていたが、『数』の解読責任者蕭燦氏からの連絡によると、「亦」と釈されるべきということである。ここに訂正を加え、訓読もこれに従っておく。

9．『漢簡『算数書』―中国最古の数学書』、１頁。

10. 田村誠、吉村昌之「『九章算術』訳注稿（9）」より引用。

11.『漢簡『算数書』―中国最古の数学書』、152頁。

12. 蕭燦、朱漢民「岳麓書院蔵秦簡『数』的主要内容及歴史価値」、（中国史研究、第３期（2009））42-43頁。

13. 蕭燦、朱漢民「岳麓書院蔵秦簡『数』的主要内容及歴史価値」、45頁。なお、『数』の「婦織」題の「今織有攻（功）」の「織」については、蕭氏は写真版より「威」と考えている。陳偉氏はこの「威」を「姑（しゅうとめ）」と解し、「婦織」題に、長者・中者・少者の三人の婦を総括する人物として解釈している（「岳麓書院蔵秦簡《数》書J9+J11中的“威”字」、（http://www.bsm.org.cn/show_article.php?id=1217所載）。しかし、ここに「姑」が登場する必然性が全くなく、「威」はあるいは「戠」字の誤りであろうか。ここは、暫く「戠」、即ち「織」としておく。

14.『漢簡『算数書』―中国最古の数学書』、63頁。

15.「返衰術」については、角谷常子、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（7）」（大阪産業大学論集 人文・社会科学編、8（2010））14-19頁を参照。

16. 彭浩氏自身はすでに、2004年８月の国際会議「《算数書》与先秦数学国際学術研討会」（北京・中国科学院自然科学史研究所）において、我々研究会の「除」題の解釈の正しさを認めている。詳細は、大川俊隆・張替俊夫・田村誠「『算数書』研究会訪中報告記」（大阪産業大学論集 人文科学編、115（2005））84-85頁を参照。

17. 郭書春氏は最近さらに『九章算術訳注』（上海、上海古籍出版社、2009年）を発表した。この本の出版については自然科学史研究所訪問中に郭氏から直接知らされた。

18. 鄒大海氏の論文は多数に上るので、『算数書』関係の代表的なものをここで紹介する。鄒大海「出土《算数書》初探」（自然科学史研究、第３期（2001年））、193-205頁。

鄒大海･段耀勇「《算数書》中“以睘材方”、“以方材睘”両問校証」（自然科学史研究、第22巻第２期（2003年））第168-172頁。

鄒大海「従《算数書》和秦簡看上古糧米的比率」（自然科学史研究、第４期（2003年））318-328頁。

鄒大海「出土《算数書》校釈一則」（東南文化、第２期（2004年）、第83-85頁）（http://www2.ihns.ac.cn/members/zou/zou.htm, 2004年４月網絡版）

鄒大海「従《算数書》与《九章算術》的関係看算法式数学文献在上古時代的流伝」（贛南師範学院学報、第6期（2004年））、第６-10頁。

鄒大海「従《算数書》盈不足問題看上古時代的盈不足方法」（自然科学史研究、第26巻第３期（2007 年））、第312-323頁。

鄒大海「関於《算数書》、秦律和上古糧米計量単位的幾個問題」（内蒙古師範大学学報（自然科学漢文版）、第38巻第５期（2009年））、第508-515頁。

（付録）

岳麓書院蔵秦簡『数』から見た周秦交替期の幾何学的成就

朱　漢民　　　　　蕭　燦

我々は、岳麓書院蔵秦簡『数』の成書年代の下限を秦の始皇帝三十五年（前212）と初見的に判断した。これは書院秦簡中に『数』と併存していた『暦譜』が記している年代によって推測したものである。しかし、『数』は当時の伝抄本が継承などの過程を経て得られたものである可能性があり、又時代の変化にともなって増減・修正された可能性もある。かつ、『数』の中の算題･算法は編書時にはすでに存在していた可能性もある。このため、『数』の成書年代、あるいはその中のある種の算題・算法の形成年代は、岳麓書院蔵秦簡のその他の簡書よりやや早まる可能性が高い。『数』の内容に対する初期的整理･分析の後に、我々は、『数』に反映されているのは、おおよそ我が国の周秦交代期の数学の発展水準であり、その中のある種の算題・算法はあるいは更に早い時期に遡ると判断した。

『数』の算題の内容を観察すると、これらの算題の設計はすべて実用的算術や計量を重視していることを発見するに難くない。本文がまさに討論しようとするのは、その中の注意に値するいくつかの幾何学問題である。

彭浩先生の張家山漢簡『算数書』に対する分析[訳注1]と同様に、我々は書院秦簡『数』の多くの算題もまた秦国の県、郷、里の政府部門の職責と密接に関係するということを見出した。幾何学についていえば、大部分の問題は土地面積を計算し、穀物の体積を測量し、工事の土量を計算するために必要な測量公式の中から生み出されたものである。例えば、『数』の中に含まれる四角形の面積および辺の長さの算法・等脚台形の面積の算法・円面積の算法などの平面幾何問題は、土地面積を計算する算題中に多く見られる。睡虎地秦墓竹簡に残されている秦律から、秦政府が居民より租税を徴収する根拠は「其の受田の数を以てす（田律９）」[注1]であり、その関連部門の官吏は租税を計算し土地を分配するために必ず土地面積の測量法をマスターしなければならなかったことがわかる。『数』はこれらの官吏・属員の学習時に使用された教材であった可能性が高い。さらに、『数』に含まれるいくつかの立体幾何問題を例にすると、『数』の中の直方体や断面が台形となる四角柱の体積計算の方法は城壁の土量を求める応用問題の中に出現している。その算法の名称はすなわち「城を救（求）むるの術」（簡【0767】）[訳注2]であり、「直方体の体積」や「四角柱の体積」のたぐいの幾何学用語ではない。かつ、ある一枚の簡末に「唯れ城止を築くは此に等し」（簡【1747】）という説明が書かれている。この他にさらに、墓道の土量を計算する「除を救（求）めるの術」という算題、および建築物の一般的形体である方亭・円亭の体積の算題などがある。これらの算題が対応しているのはすべて、城邑、房屋、陵墓等を修建する工程の中で出会う問題である。睡虎地秦墓竹簡『徭律』の中において、秦の県級政府は管轄内の禁苑、垣籬、官府の公舎等の修繕に責任をもっており、専門の官吏や技術員は必ず工程量をどのように計算するか、かつこれに基づいて徭役をいかに徴発・分配するかを理解しておらねばならなかったという事実を見ることができる[訳注3]。まさに社会生活との密接な関連が、我が国の古代幾何学の発展を促したのであり、またその実用科学としての特徴を強めたのである。

以下において、我々は『数』の中の幾何学算題を部分的に具体的に分析し、その中からあるいは我が国の周秦交替期の幾何学の発展水準を見て取るであろう。

一．円面積の求解方法

『数』の中で土地面積・辺長の計算と関連する算題の中に用いられている畝制は秦国の商鞅改革（前356年）で制定された240歩が１畝という制度と合致する。よってこの部分の算題が編集された時代はまさに商鞅変法の後である。しかし算法はさらに早くから存在していた可能性がある。『数』の中には三種類の平面形状の土地面積の算題が収められており、

その中の円面積の求解法ははなはだ重要である。文は以下のようである。

周田述（術）曰、周乘周、十二成一。其一述（術）曰、半周半徑、田即定。徑乘周、四成一。半徑乘周、二成一。[訳注4]（**簡【J7】**）

（周田術に曰く、周に周を乗じて、十二にして一と成す。其の一術に曰く、半周を半径に（乗ずれば）、田即ち定まる。径に周を乗じ、四にして一と成す。半径を周に乗じ、二にして一と成す。）

術釈：

⑴ 円田の面積=周長×周長÷12

⑵ 円田の面積=半周×半径

⑶ 円田の面積=直径×周長÷4

⑷ 円田の面積=半径×周長÷2

四種の「術」は、事実すべて円面積の計算公式の変形であり、それらを逐一列挙しているのは異なった既知条件の状況下において直接当てはめ、それによって計算をさらに迅速たらしめるのに便利であるからであろう。術文より観るに、『数』が記す所の円面積の計算公式は「周三径一」の原則に符合する。すなわち$\pi=3$とするものだが、これらの公式に対して、我々には二種の見方がある。

第一に、周秦交替期の人々は円面積を計算する時、円面積を二つの等脚台形の面積の和と近似化していた可能性がある。図１に示したように、もし円Oの面積を求めるならば、半径をrとし、円に図のように接する正六辺形AIJBGHを作り[訳注5]、等脚台形ABGHを、

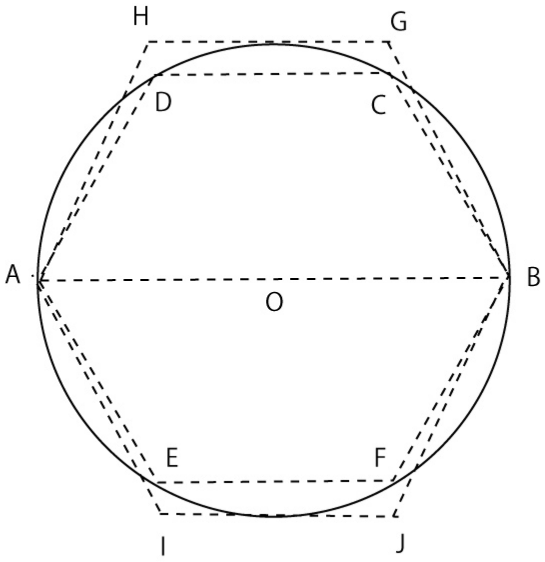


図１

GH//CDで、GHで円に外接し、GH=CD=rとなるように作る。同様にして等脚台形ABJIを作る。もし円Oの面積を台形ABGHの面積に台形ABJIの面積を加えたものと見なすならば、すなわち、

$$（円Oの面積）\approx（台形ABGHの面積）+（台形ABJIの面積）$$
$$=\frac{(r+2r)\times r}{2}\times 2=3r^2$$

となる。

得られる数値は円周率を３とした時の円面積の計算結果である。このように推測した理由は、『数』中に丁度うまく等脚台形の面積を求める算題があるからである[注2]。円周率を３とした時の計算での円周の長さは、実際は円に内接する正六辺形AIJBGHの周長であり[訳注6]、このようにして、推定するとうまく『数』の「周田術」が述べている何種類かの円面積の計算式を得ることができる。

第二に、目で見て、円の面積が、その内接正方形と外接正方形の面積の平均値であると容易に感じる。図２に示すように、

$$\text{EFGH}の面積=(2r^2)=4r^2,\ \text{ABCD}の面積=\left(\sqrt{2r^2}\right)^2=2r^2,$$
$$（円Oの面積）\approx\frac{1}{2}(\text{EFGH}の面積+\text{ABCD}の面積)=3r^2$$

この近似算法もまた$\pi=3$とするのに同値である。『数』中には、円の内接正方形と外接正方形に関する算題を発見していないが、しかし張家山漢簡『算数書』中には実例を探

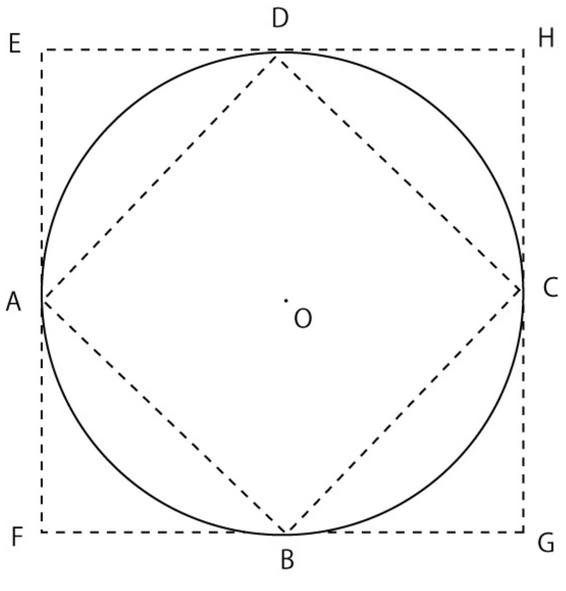


図２

すことができる。例えば、「以圜材方」や「以方材圜」[注3]という二つの算題である。よって、円の面積をその内接正方形と外接正方形の面積の和の半分と見なすこともまた周秦交替期の円面積の計算式の来源である可能性がある。この推測には一つの隠された条件がある。すなわち、それは、当時の人はすでに勾股定理の一般的定義を掌握していたとするもので、我々はちょうどうまくまた『数』の中に有力な証拠を探し当てた。すなわち簡【0304】、【0457】が記す所の算題である。これについては後文で詳述する。

張家山漢簡『算数書』の中では、円面積の計算式は、書院秦簡『数』の「周田術」のようには集中的に列挙されていない。ただ、算題の術文部分に散見されるだけである。我々は『九章算術』の中に、『数』の「周田術」と十分似た叙述を見出だす。すなわち、「術に曰く、半周・半径相乗じて積歩を得。また術に曰く、周、径相乗じて、四にして一とす。また術に曰く、径自ら相乗じて、之を三し、四にして一とす。また術に曰く、周自ら相乗じ、十二にして一とす」[注4]と。さらにまた『数』の中の円面積の計算応用題の一つは『九章算術』方田章第31題と実に同一の題である[注5]。

二．ピラミッドの体積公式

四角錐とエジプトのピラミッドは英語ではすべてpyramidである。数学史学界では、古代エジプト人が最も早く四角錐と四角錐台の体積計算公式を掌握したと認めている。なぜなら、古代エジプトの数学文書「モスクワ数学パピルス」（紀元前約1850年）中に、正確な公式を用いて、正四角錐の水平切断体（すなわち正四角錐台）の体積を計算した例があるからである。そして、「古代東方数学において、この公式に関する確定的で疑いないその他の例証はまだ発見されていない」[注6]のである。

当然、中国の『九章算術』の中には、正四角錐台と正四角錐の算題と算法がすでにある。しかし、『九章算術』の編訂年代はほぼ後漢の初年であり、大体A.D.50年から100年の間である[注7]。これは古代エジプト人のパピルスより相当後代である。張家山漢簡が出土した後に至り、その中の『算数書』において円錐と円錐台の体積の算題を見出した[訳注7]。我々は、張家山漢簡『算数書』はあるいは、もともとは四角錐と四角錐台の体積算題を記録するものであったが、この部分の竹簡は失われてしまった可能性があると推測する。張家山漢簡『算数書』の成書年代の下限は、前漢の呂后二年、すなわちB.C.186年であり、そのいくつかの算題の出現時期はあるいは戦国期に遡るかもしれない。これはすなわち、中国人が四角錐と四角錐台の体積の計算公式を把握していた時期が、『九章算術』の編訂年代よりさらに早まる可能性があると言うことである。現在我々が研究している書院秦簡『数』の中

で多くの正四角錐、正四角錐台の体積を計算する完全な算題が載っている。これらは、中国人が周秦交替期にすでに四角錐と四角錐台の体積計算公式を熟知していたことを物語っている。以下に幾つかの例を挙げる。

書院秦簡『数』の中で、専門的に正四角錐台の体積計算公式を叙述している術文は

方亭乘之。上自乘、下自乘、下壹乘上、同之。以高乘之、令三而成一。（簡【0830】） 訳注8

（方亭乘之。上は自ら乗じ、下は自ら乗じ、下は壹たび上に乗じ、之を同す。高さを以て之に乗じ、三にして一と成さしむ。）

「方亭」はすなわち正四角錐台で、上底辺をaと為し、下底辺をbと為し、高さをhと為せば、術文に依って次の公式が出される。

方亭の体積$=(a^2+b^2+ab)\times h\times\frac{1}{3}$

正四角錐台の体積算題は、以下の通り。

亭下方三丈、上方三（二）丈、高三丈、爲積尺萬九千尺。（簡【0777】）

（亭下方三丈、上方二丈、高さ三丈、積（一）尺万九千尺と為す。）

方亭、下方四丈、上三丈、高三丈、爲積尺三萬七千尺。（簡【0959】）

（方亭、下方四丈、上三丈、高さ三丈、積（一）尺三万七千尺と為す。）

秦尺23.1cmを一尺と為し、二つの算題の数値によって模型を作ると図３に示すようなものとなる。図中に人物の背丈175cmとして配置した。形状、体積によって推測すると、このような四角錐台は、穀倉、門闕、烽火台、高台建築の台基部分かあるいはその他である可能性がある。

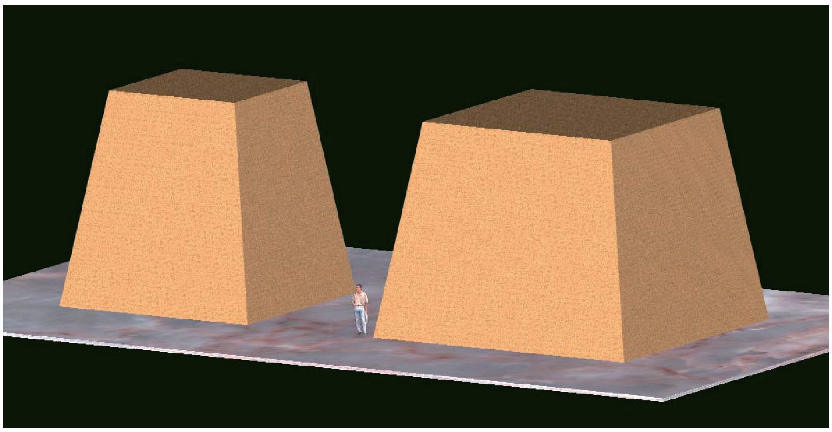


図３

我々は、古代エジプトの「モスクワ数学パピルス」の中の第14題を再び見てもよかろう。それはまた正四角錐台の体積を計算する算題であり、「もしあなたに告げて、一個の頂きを切ったピラミッドの垂直の高度を６で、底辺を４で、頂辺が２であるならば、４の平方で16が得られ、４の２倍が８で、２の平方が４で、16と８と４を加えると28が得られる。６の３分の１で２が得られ、28の２倍で56が得られる。見よ、これが56で、あなたは正しく計算した」とある[訳注９]。この段の記述は我々の書院秦簡『数』の「方亭」の算法の叙述とあるいは似ているところがある。

書院秦簡『数』に中で正四角錐台の体積計算と関連があるのは、さらに次のようなものがある。

正四角錐台の体積計算公式：

等隹（錐）者、兩廣相乘也。高乘之、三成一尺。（簡【0997】）

（錐を等しくする者は、両広相乗ずる也。高さを之に乗じ、三にして一尺と成す。）

円錐台の体積計算公式：

乘圜（圓）亭[訳注10]**之述（術）曰、下周耤（藉）之、上周耤（藉）之。（簡【0968】）**

各自乘也、以上周壹乘下周、以高乘之、卅六而成一。（簡【0808】）

（乗円亭の術に曰く、下周は之を藉き、上周は之を藉く。各おの乗ずるや、上周を以てひとたび下周に乗じ、高さを以て之に乗じ、三十六にして一と成す。）

円錐台の体積算題：

圜（圓）亭、上周五丈、下〔八〕丈、高二丈、爲積尺七千一百六十六尺大半尺。其朮（術）曰、耤（藉）上周各自下之后而各自益。（簡【0766】）

（円亭、上周五丈、下八丈、高さ二丈、積尺七千一百六十六尺大半尺と為す。其の術に曰く、上周を藉き、各自之を下にするの后にして各自益す。）

もし円周率を３とするならば、以上の円錐台の体積計算公式と応用算題（の答え）はすべて正確である。当然、前述した第一節の「円面積の求解方法」中で提出したように、周秦交替期にはまだ必ずしも円周率という概念がなかった。そして書院秦簡『数』の円錐台の体積計算公式と応用算題は特殊な近似求解法に来源した可能性がある。

三．墓道問題

書院秦簡『数』の中に一つの「除」に関する算題がある。

救（求）除之述（術）曰、半其袤以廣高乘之、即成尺數。（簡【0977】）

（除を救（求）むるの術に曰く、その袤を半にし広・高を以て之に乗ずれば、即ち尺数を成すなり。）

張家山漢簡『算数書』の中の似た算題には次のものがある[訳注11]。

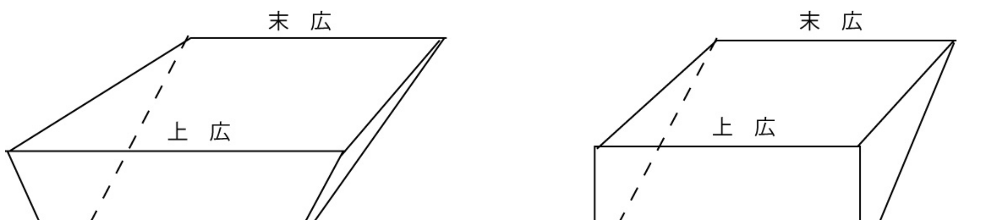
除　美<羨>除、其定方丈、高丈二尺、其除廣丈、袤三丈九〔六〕尺、其一旁毋高、積三千三百六十尺。術曰、廣積卅尺除高、以其 141
廣、袤乘之、即定。142[注10]

（羨除、その定方丈、高さ丈二尺。その除広丈、袤三丈六尺。その一旁、高さ毋し。積、三千三百六十尺。術に曰く、広積卅（三十）尺除高、以其……広、袤之に乗ずれば即ち定）。

『九章算術』の商功章の第17題も「羨除」の体積を計算するものである。

今羨除有り。下広六尺、上広一丈、深さ三尺、末広八尺、深さ無し、袤七尺。問う、積幾何ぞ。答に曰く、八十四尺。術に曰く、三広を并せ、深さを以て之に乗じ、又袤を以て之に乗じて、六にして一とす。

「除」とは、道のこと。羨除は墓道のことである。『史記』始皇帝本紀に「已に臧し、中羨を閉じ、外羨の門を下す」とあり、『正義』に、「音延。塚中の神道を謂う」と云う。劉徽は注して、「この術の羨除は、実は遂（隧）道なり。その穿つ所の地、上は平にして、下は邪（斜）め、両鼈臑の一塹堵を挟むに似たる、即ち羨除の形なり」と。（注：鼈臑は四面がすべて直角三角形の三角錐である[訳注12]。塹堵は両底面が直角三角形の三角柱である）。すなわち「羨除」が指す所は、三面が等脚台形で別の両面が直角三角形の五面体形の隧道である[訳注13]。示意図を描けば図４（甲）の如くで、これが即ち『九章算術』が述べる所の「羨除」の形態である。しかし張家山漢簡『算数書』の中で描写される「羨除」は、一つの上広、下広、末広がすべて相等しい特例であり、図４（乙）の示すところの如くである。さらに、



（甲）『九章算術』の中の「羨除」　　（乙）張家山漢簡『算数書』の中の「除」

図４　「羨除」示意図

書院秦簡『数』の除の体積算題を見ると、我々はこの算法に対する記述を見るだけで、問題の設定条件を発見することが出来ない。かつ、現在も『数』の中にその他の「除」の体積応用算題がないのである。このような状況のもとでは、ただ算法の術文から『数』の記載する所の「除」の確実な形体が『九章算術』の中で書かれている物と同じか、あるいは張家山漢簡『算数書』の中での特例と同じであろうと判断できるだけである。

『九章算術』の中の「羨除」の体積計算公式は、

$$\text{羨除の体積} = (\text{上広} + \text{下広} + \text{末広}) \times \text{深} \times \text{袤} \times \frac{1}{6}$$

張家山漢簡『算数書』の中の羨除の「算題」は特例であるけれども、しかしその計算方法から見て、『九章算術』の「羨除」題の計算方法と相似ている。我々はあるいは「広積卅尺」が指すものは、三広（上広+下広+末広）を併せて三十としていて、「広、袤之に乗ずる」とは、また『九章算術』の中の「羨除」の体積計算公式と相符合するようだと認めることもできよう。しかし簡文に残欠があることにより、ついに断定することはできなかった。

異なっているのは、書院秦簡『数』の中の「除」の体積算法は、算式で書くと次のようになる。

$$\text{除の体積} = \frac{1}{2} \times \text{袤} \times \text{広} \times \text{高}$$

これは明らかに、底面が長方形の直方体の半分を計算するものである。これより『数』の中の「除」も、上広、下広、末広が相等しい「羨除」の特例であると知ることができる。その算法はただこのような特殊情況に適用している。そして張家山漢簡『算数書』の中において出現する「羨除」はなお三広が相等しいという特例であるけれども、しかしすでに一般の「羨除」の体積の計算方法を運用している可能性がある。『九章算術』に至ると「羨除」はすなわち、三面が等脚台形であり、別の二面が直角三角形である五面体を指している。その体積計算公式も正確で、この点は魏晋の劉徽が『九章算術』に注したときにすでにそれを証明している。

四．勾股術あるいは旁要術の例証

通常人々は古代ギリシアのピタゴラス（前586～500）の名をもって直角三角形の定理（一つの直角三角形の斜辺の平方は、その二つの直角辺の平方の和に等しい）に命名し、ピタゴラスの定理とした。これは伝統的に、この定理の最初の証明がピタゴラスによって出されたと認められているためである。しかるに、中国古代数学では、直角三角形の定理は「勾股術」と称されていて、『九章算術』の第九章が勾股章であり、『周髀算経』の中にも「勾三、股四、弦五」という記載がある[訳注14]。中国人が勾股術を掌握した時代について、銭宝

琮氏はかつて彼が主編した『中国数学史』の中で、「重差・勾股の二術は前漢期に蓋天説を主張した天文学派に始まるが、算術の中に編入されなかったか、編入されてはいたがしかるべき重視を与えられなかったかのいずれかであろう。後漢の初め、数学家は「旁要」を勾股に変え、『九章算術』の第九章にした」とする。これより前の張家山漢簡『算数書』の中にも典型的な勾股の算題は発見されていない。この情況は銭氏の説とは符合する。しかし現在の書院秦簡『数』の中の一算題は、勾股術の発明時期について更なる連想を引き起こした。その算題とは、

〔今〕有園（圓）材薶（埋）地。不智（知）小大。斲之、入材一寸而得平一尺。問、材周大幾可（何）。即曰、半平得五寸。令相乘也。以深（簡【0304】）

一寸爲法。如法得一寸。有（又）、以深益之、即材徑也。（簡【0457】）

（今、圜材の地に埋るる有り。小大を知らず。之を斲り、材に入ること一寸にして平一寸を得。問う、材周の大きさ幾何ぞ。即ち曰く、平を半にして五寸を得。相乗ぜしむる也。深さ一寸を以て法と為す。法の如くして一寸を得。又、深さを以て之に益せば、即ち材径也。）

我々は次のことを見出す。設問条件の数値が構成する直角三角形の辺の長さは「3:4:5」やその倍数ではない。もしもこの題が本当に勾股術を用いて解答しているならば、それは周秦交替期の人々がすでに勾股術の一般定義を把握していたことを物語る。しかし、簡の文には、ただ最後の計算式を書いているだけで、推定過程は書かれていないので、我々は、それがどの種の思考回路によって解かれたものかを断定できない。この算題も相似三角形の線分が比例をなすという原理を応用して解答したものである可能性があるが、しかるに、この原理は古代算術の旁要術である可能性が高い。別に我々がさらに注意するのは、書院秦簡『数』のこの算題は、『九章算術』の勾股章の第九題と実は同一問題だということである。

五．幾何算題中に出現した一種の簡略化算法の思考について

書院秦簡『数』の「里田」算題中、我々は一種の簡便な算法を見つけた。

里田述（術）曰、里乘里=、（里）也。因而參之、有（又）參五之、爲田三頃七十五畝。（簡【0947】）

（里田術に曰く、里に里を乗ずれば、里なり。因りて之を参し又参たび之を五すれば、田三頃七十五畝と為す。）

これは平方里を化して頃・畝と為す計算方法である[訳注15]。すなわち、

$$1里 \times 1里 = 1平方里 = 1 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 = 375畝 = 3頃75畝$$

である。『九章算術』の方田章が記録する算法は、

「広・従（縦）相乗じて積歩を得。畝法二百四十歩を以て之を除せば、即ち畝数なり。百畝を一頃と為す」

秦制によれば一里は三百歩であるので、先に平方里を平方歩と化し、さらに頃・畝に換算すると、即ち$\frac{1\times300\times300}{240}=375$（畝）$=3$頃75畝となる。書院秦簡『数』の「里田術」の計算はさらに簡単であることが分かるであろう。しかし、この種の簡略化はどのような原理に依拠しているのか。相似た疑問がまた「玉方」という一つの算題に見られる。

有玉方八寸、欲以爲方半寸畀。問、得幾何。曰、四千九十六。述（術）、置八寸有（又）周置八寸相乘爲六十四、有（又）置六十四（簡【J25】）

（玉方八寸有り、以て方半寸と為し、畀（あた）えんと欲す。問う、幾何を得。曰く、四千九十六。術に、八寸を置き又周に八寸を置き相乗じて六十四と為す、又六十四を置き…）

簡文に依って書かれている計算は、$8\times8=64, 64\times64=4096$である。

しかるに通常の計算法は、$\left(8\div\frac{1}{2}\right)^3=4096$となる。

二つの式の関連を探し出すために、我々は第二の算式を下のようにやや変形した。

$$\left(8\div\frac{1}{2}\right)^3=(8\times2)\times(8\times2)\times(8\times2)=8\times8\times8\times8=64\times64=4096$$

これらを見て比較すると、「玉方」算題の算法の思考回路は、次のようなものである可能性があると感じる。除法を化して乗法とし、分数平方の計算を用いて立方計算に替える、これは当時の人々が除法と求立方の計算に精通していなかったか、あるいは熟練していなかったことを物語る。またあるいは、よく見られるいくつかの問題の計算速度を高めるために特に簡略化したものであろう。

このような考え方でまた、上述の「里田術」を説明することもできる。『九章算術』が述べる算法の算式を、先に約分し、それから分解して相乗ずるのである。

$$\frac{1\times300\times300}{240}=\frac{1\times5\times300}{4}=1\times5\times75=1\times3\times5\times5\times5=375\text{（畝）}$$

もし、本当にこのようならば書院秦簡『数』が記している「里田術」は、何の奇異な算法やあるいは推測し難い原理ではなく、それは実は約分を通して除を化して乗とし、さらに分解してやや大きな数字を避けて乗じる計算にすぎないのである。

同様に、書院秦簡『数』の算題の中で発見された「啓従（縦）術」は、すなわち除法の計算中の「顛倒して相乗ずるの法」であり、また「除を化して乗とする」という筋道に従ったものである。

原注

1．睡虎地秦墓竹簡整理小組編『睡虎地秦墓竹簡』、北京、1990年、第21頁。

2．この算題は『数』の簡【0936】に見える。文は、「**箕田曰、并舌𨓜（踵）歩數而半之、以爲廣、道舌中丈徹𨓜（踵）中、以爲從（縱）、相乘即成積歩**」（箕田に曰く、舌・踵の歩数を并せて之を半にし、以て広と為し、舌の中道（よ）り踵の中まで丈徹し、以て縦と為し、相乗ずれば即ち積歩を成す）。張家山漢簡『算数書』の中にこれと近い算題はない。

3．彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』、北京、科学出版社、2001年、第110-111頁。

4．郭書春『匯校九章算術』、瀋陽、遼寧教育出版社、2004年増補版、第18-23頁。

5．『数』の「周田」の算題は「**周田卅歩爲七十五歩**」（簡【0812】）というもの。『九章算術』方田章の31題は「今有圓田、周三十歩、徑十歩。問爲田幾何。答曰、七十五歩」。

6．Howard Eves著、欧陽絳訳『数学史概論』、太原、山西経済出版社、1986年、第55頁。

7．銭宝琮『中国数学史』、北京、科学出版社、1964年、第32頁。

8．彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』、第4-6頁。

9．Howard Eves著、欧陽絳訳『数学史概論』、第47頁。

10. 彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』、第101頁。

11. 郭書春『匯校九章算術』、第184頁。

12. 郭書春『匯校九章算術』、第184頁。

13. 蕭作政編訳『九章算術今解』瀋陽、遼寧人民出版社、1990年、第108-109頁。

14. 郭書春『匯校九章算術』、第184-185頁。

15. 郭書春『匯校九章算術』、第412頁。勾股章第９題「今、円材の壁中に埋もるる有り、大小を知らず。鐻を以て之を鐻びけば、深さ一寸、鐻道長さ一尺。問う、径は幾何ぞ。答えに曰く、材の径二尺六寸。術に曰く、鐻道を半にして自乗し、深寸の如くして一とし、深寸を以て之を増せば、即ち材の径なり」。

訳注

1．彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』緒論の中で、「『算数書』の内容から帰納して、多くの算題が秦漢期、とりわけ秦朝の県級政府の管理職責と極めて密接な関係があったことは容易に発見できる」とし、その反映として、「１、土地と租税に対する管理」「２、貯蔵物資の管理」「３、労役と工程に対する管理」の３つを挙げ、これらについて詳述している。（「『張家山漢簡『算数書』註釈』緒論（訳）」（上）（下）（『大阪産業大学論集』人文科学編 107・108号、2002年６月・７月）

2．本論文の発表時においては、ここは「扱城之述（術）」とあったが、我々の岳麓書院訪問後の蕭燦氏からの連絡によれば、「扱」字は「救」字の誤釈であったということである。よって、以下の文中に引用される書院簡の釈文の「扱」字はすべて「救」字に改める。第三節で引用されている「扱除之述（術）」も「救（求）除之述（術）」とする。

3．『秦律十八種』中の『徭律』に

縣葆禁苑·公馬牛苑、興徒以斬（塹）垣離（籬）散及補繕之、輒以效苑吏、苑吏循之。未卒歲或壞陝（決）、令縣復興徒爲之、而勿計爲繇（徭）。卒歲而成陝（決）壞、過三堵以上、縣葆者補繕之。（117-118）

とある。

4．本論文の発表時においては、「其一述（術）曰」以下は、「半周乘半徑田。即直徑乘周、四成一」とされていたが、我々の岳麓書院訪問後に蕭燦氏から送られてきたこの簡の写真を見ると、「直」字は「定」字の誤釈であった。又、蕭燦氏からの連絡によれば「半周乘半徑」の「乘」字は無いとのことである。意は「乘」があるのと同じである。よって、句読も「半周半徑、田即定。徑乘周、四成一」と改められねばならない。「半周半径、田即定」とは、半周に半径を掛けると、田の面積は、（「十二成一」などの計算をすることなく）、そのまま出てきて定まる、という意である。改めた釈文を示しておく。

5．六辺形AIJBGHは円に接するが、正六辺形ではない。

6．「正六辺形AIJBGH」は、「正六辺形AEFBCD」の誤り。

7．『算数書』において円錐の体積を求める算題には、「旋粟」と「囷蓋」が、円錐台の体積を求める算題には、「圜亭」がある。

8．この算題の冒頭の「方亭乘之」について、「方亭」は算題名であることは確かであるが、「乘之」が算題の一部なのか、以下の「上自乘、下自乘」の部分に属するのか著者も定見がないとのことである。『算数書』の「囷蓋」に、

囷蓋下周六丈、高二丈。爲積尺二千尺。乘之=述（術）曰、直（置）如其周令相乘也、∟有（又）以高乘之、卅六成一。

と、設問条件と答えの後に「乘之=述（術）曰」とある。『数』の方でも、「述（術）」が省略されているのかもしれない。「上自乘、下自乘」以下の術文中に数回の掛け算が見えることから、方亭の体積を求める計算術が「乘之術」と呼ばれていた可能性がある。

9．原注９所引のHoward Eves著、欧陽絳訳『数学史概論』、第64頁。ここは、中国語訳から日本語へ翻訳した。

10.「圜」と「圓」は秦漢期には各々別字であったが、後、魏晋の頃より同字とみなされ

て混用されてきた。ここは「圜（圓）」とすべきではなかろう。

11. 著者は本論を執筆する際に、「除」題の釈文と解釈を全面的に彭浩『張家山漢簡《算数書》註釈』のみに依っている。従って、「除」題に対するその後の研究の進展を著者は知らなかった。「除」題は、除と呼ばれる斜めの墓道の部分と定と呼ばれる墓室部分の体積計算を行うもので、その形も確定されていること、その簡文中で「九」と釈された字は「六」の誤りであること、「廣積」以下の「卅尺除高、以其」の6字は全く見えないことなど（「『算数書』研究会訪問中報告記」（大阪産業大学論集　人文科学編　115号、2005年2月）参照）がまだ知られていなかった。よって、以下の論述には、多くの不備が見受けられるが、今はそのまま訳しておく。
12. 「鼈臑は四面がすべて直角三角形の三角錐」の「四面」は「三面」の誤り。
13. 「三面が等脚台形で別の両面が直角三角形の五面体形の隧道」の「直角三角形」は「三角形」の誤り。
14. 『周髀算経』巻上之一に「故に矩を折りて以て句広三、股脩四と為せば、径隅五」とある。注に「脩、長也」「径、直。隅、角也。亦謂之弦」とある。
15. 『算数書』にも「里田」題があり、書院秦簡とほぼ同じ文が見える。即ち、「里田術曰、里乘里、里也。廣・從（縱）各一里、即直（置）一因而三之、有（又）三五之、即爲田三頃七十五畝」というもの。