『緝古算経』訳注†稿（4）

張　替　俊　夫††

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、田村　誠

馬場　理恵子、張替　俊夫

Translation and Annotation of “Continuation of Ancient Mathematics （緝古算経）” Vol. 4

HARIKAE Toshio

Abstract

“Continuation of Ancient Mathematics（緝古算経）” was written by early Tang dynasty calendarist and mathematician Wang Xiaotong some time after the year 626, and was listed as one of the Ten Computational Canons（算経十書）compiled during Tang dynasty. The aim of our studies is to provide a complete translation and annotation of the book based on a series of our researches on ancient Chinese mathematical books.

This is the fourth article, in which we treat with the problems 10 to 12.

『緝古算経』は初唐の暦学者であり数学者である王孝通によって626年の少し後に書かれたもので、唐代に編纂された算経十書中の一書である。我々の研究が目的とするのは、我々

† This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

†† 大阪産業大学 全学教育機構 教授

草 稿 提 出 日　10月31日

最終原稿提出日　11月15日

の一連の中国古算書研究を踏まえ、同書に完全な訳と注を与えることにある。

本論文はその第４号であり、算題［一〇］～［一二］について扱う。

[一〇]假令有粟二萬三千一百二十斛七斗三升。欲作方倉一・圓窖一、盛各滿中而粟適盡。令高・深等、使方面少於圓徑九寸、多於高二丈九尺八寸。率、徑七周二十二。問方・徑・深各多少。

荅曰、倉方四丈五尺三寸[12]、窖徑四丈六尺二寸[13]、高與深各一丈五尺五寸。

求方・徑・高・深術曰、十四乘斛法、以乘粟數、二十五而一、爲實。又倍多加少、以乘少數、又十一乘之、二十五而一。多自乘加之、爲方法。又倍少數、十一乘之、二十五而一。又倍多加之、爲廉法、從。開立方除之、即高・深。各加差、即方・徑[14]。

還元術曰、倉方自乘、以高乘之、爲實。圓徑自乘、以深乘之、一十一乘、一十四而一、爲實。皆以斛法除之、即得容粟[15]。

訓読：仮令に粟二万三千一百二十斛七斗三升有り。方倉一・円窖一を作り、盛りて各おの中に満たして粟適尽せんと欲す。高・深をして等しくせしめ、方の面をして円径より少なからしむること九寸、高より多からしむること二丈九尺八寸(245)。率は径七・周二十二(246)。問う、方・径・深は各おの多少ぞ。

答に曰う、倉の方四丈五尺三寸、窖の径四丈六尺二寸、高と深とは各おの一丈五尺五寸。

方・径・高・深を求むるの術(247)に曰う、十四もて斛法に乗じ、以て粟数に乗じ、二十五にして一とし、実と為す(248)。又た多きを倍して少なきに加え、以て少なき数に乗じ、又た十一もて之に乗じ、二十五にして一とす。多きは自乗して之に加え、方法と為す(249)。又た少なき数を倍して、十一もて之に乗じ、二十五にして一とす。又た多きを倍して之に加え、廉法と為し(250)、従える。開立方して之を除けば、即ち高・深(251)。各おの差を加うれば、即ち方・径(252)。

元に還す術に曰う、倉の方は自乗し、高を以て之に乗じて、実と為す。円径は自乗し、深を以て之に乗じ、一十一もて乗じ、一十四にして一とし、実と為す。皆斛法を以て之を除せば、即ち容粟を得(253)。

注：(245)「方倉」は底面が正方形である直方体の倉、「円窖」は円柱形の倉。方倉の体積を V_1、円窖の体積を V_2 とすると、両者を合わせた体積 V は

$$V=V_1+V_2=23120斛7斗3升$$

である。方倉の底面の一辺を s 尺、円窖の直径を d 尺、方倉の高さと円窖の深さをともに h 尺とすると、

$$d-s=\frac{9}{10}尺,\ \ s-h=29\frac{8}{10}尺$$

である。

(246) 本算題では「径七周二十二」の円周率の約率 $\frac{22}{7}$ を用いている。なお［九］題では円周率3による円亭の公式に基づいて計算を行っている。注 (225) 参照。

(247) 方倉と円窖の体積を求めると、円周率 $\frac{22}{7}$ を用いて

$$V_1=s^2h,\ \ V_2=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2h=\frac{22}{7}\cdot\frac{d^2}{4}h=\frac{11}{14}d^2h$$

となる。方倉と円窖の底面の面積は、それぞれ一辺 s の正方形と、一辺 d の正方形の $\frac{11}{14}$ 倍に等しいので、２つの正方形を図10のように長方形 A, B, C, D, E, F に分割する。ここでは、A, B, C, D, E, F の面積を同じ記号を用いて表すこととする。図10を用いて $V=V_1+V_2$ の計算を行うと、

$$s^2=A+2B+C,$$

$$d^2=A+2B+C+2D+2E+F$$

なので

$$V=V_1+V_2=(A+2B+C)h+\frac{11}{14}(A+2B+C+2D+2E+F)h$$

となる。

$$A=h^2,\ \ B=(s-h)h,\ \ C=(s-h)^2$$

$$D=(d-s)h,\ \ E=(s-h)(d-s),\ \ F=(d-s)^2$$

であるので h^3 の項は A の項、h^2 の項は B, D の項、h の項は C, E, F の項から

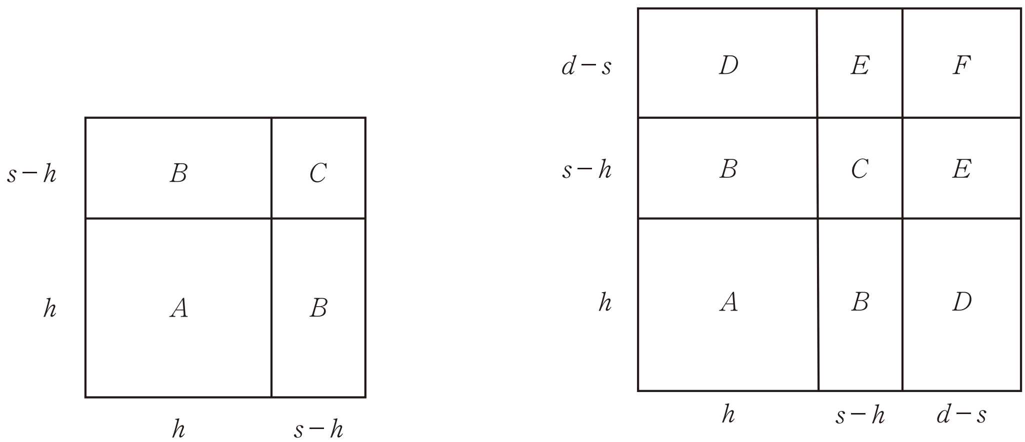

図10

出る。よって、

$$V=\left(A+\frac{11}{14}A\right)h+\left(2B+\frac{11}{14}\times 2B+\frac{11}{14}\times 2D\right)h$$
$$+\left(C+\frac{11}{14}\times C+\frac{11}{14}\times 2E+\frac{11}{14}\times F\right)h$$
$$=\frac{25}{14}h^3+\left\{\frac{25}{14}\times 2(s-h)+\frac{11}{14}\times 2(d-s)\right\}h^2$$
$$+\left[\frac{25}{14}(s-h)^2+\frac{11}{14}\left\{2(s-h)+(d-s)\right\}(d-s)\right]h$$

となる。両辺に $\frac{14}{25}$ を掛けると

$$h^3+\left\{\frac{11}{25}\times 2(d-s)+2(s-h)\right\}h^2$$
$$+\left[\frac{11}{25}\left\{2(s-h)+(d-s)\right\}(d-s)+(s-h)^2\right]h=\frac{14}{25}V$$

が得られる。

(248) 斛法は1石 $=2\frac{5}{10}$立方尺なのでここでの計算は

$$\frac{14}{25}V=\frac{14}{25}\times 2\frac{5}{10}\times 23120\text{斛}\,7\text{斗}\,3\text{升}=32369\frac{22}{1000}\ \text{立方尺}$$

を求めて実とする。

(249) ここでの「多」、「少」は方倉の底面の一辺 s と比べて、高さ h の多い分と円径 d の少ない分を指し、「多」は $s-h=2$、「少」は$d-s=3$である。方法の計算は

$$\frac{11}{25}\left\{2(s-h)+(d-s)\right\}(d-s)+(s-h)^2$$
$$=\frac{11}{25}\times\left(2\times 29\frac{8}{10}+\frac{9}{10}\right)\times\frac{9}{10}+\left(29\frac{8}{10}\right)^2=911\frac{998}{1000}$$

である。

(250) ここでの廉法の計算は

$$\frac{11}{25}\times 2(d-s)+2(s-h)$$
$$=\frac{11}{25}\times 2\times\frac{9}{10}+2\times 29\frac{8}{10}=60\frac{392}{1000}$$

である。

(251) 以上の注で得られた実、方法、廉法による3次方程式は

$$h^3+60\frac{392}{1000}h^2+911\frac{998}{1000}h=32369\frac{22}{1000}$$

であり、これを解くと、実数解 $h=15\frac{5}{10}$尺を得る。

(252) 前注で得られた高さ h を用いて、方 s と径 d を求めると、

$$s=(s-h)+h=29\frac{8}{10}+15\frac{5}{10}=45\frac{3}{10}\text{尺}$$
$$d=(d-s)+s=\frac{9}{10}+45\frac{3}{10}=46\frac{2}{10}\text{尺}$$

が得られる。

(253)「元に還すの術」とは方倉と円窖に入っている粟の容積を求めて、検算を行う術である。注 (247) より

$$V_1 = s^2 h = \left(45\frac{3}{10}\right)^2 \times 15\frac{5}{10} = 31807\frac{395}{1000}\text{立方尺}$$

$$V_2 = \frac{11}{14} d^2 h = \frac{11}{14}\left(46\frac{2}{10}\right)^2 \times 15\frac{5}{10} = 25994\frac{43}{100}\text{立方尺}$$

となる。これを斛法２尺５寸で割ると、方倉に入っている粟は

$$31807\frac{395}{1000} \div 2\frac{5}{10} = 12722\text{斛}\,9\,\text{斗}\,5\,\text{升}\,8\,\text{合}$$

であり、円窖に入っている粟は

$$25994\frac{43}{100} \div 2\frac{5}{10} = 10397\text{斛}\,7\,\text{斗}\,7\,\text{升}\,2\,\text{合}$$

である。両者を合わせると23120斛７斗３升となり、元の粟数と一致する。

訳：仮に粟が23120斛７斗３升ある。方倉を１つ、円窖を１つ作り、各々の中を満杯にして粟がちょうど尽きるようにしたい。(方倉の) 高さと (円窖の) 深さは等しくし、(方倉の) 方の一辺を (円窖の) 径より９寸少なく、高さより２丈９尺８寸多くさせる。円周率は径７・周22である。問う、方・径・深さはどれほどか。

答にいう、倉の方は４丈５尺３寸、円窖の径は４丈６尺２寸、高さと深さは各々１丈５尺５寸。

方、径、高さ、深さを求める術にいう、14を斛法に掛け、それから粟数に掛け、25で割り、実とする。また多い分 (２尺) を倍して少ない分 (３尺) に加え、そして少ない分の数に掛け、また11をこれに掛け、25で割る。多い分を自乗してこれに加え、方法とする。また少ない数を倍し、11をこれに掛け、25で割る。また多い分を倍してこれに加え、廉法として、従える。開立方してこれを除けば、高さと深さを得る。各々に差を加えれば、方と径を得る。

還元術にいう、倉の方を自乗し、高さをこれに掛けて、実とする。円径を自乗し、深さをこれに掛け、11を掛け、14で割って、実とする。ともに斛法 (２尺５寸) でこれを割れば、入っている粟が得られる。

[12]容粟一萬二千七百二十二斛九斗五升八合。

訓読：粟を容るること一万二千七百二十二斛九斗五升八合[254]。

注：(254) 注 (253) の「元に還すの術」を参照。

訳：粟12722斛９斗５升８合が入る。

[13]容粟一萬三百九十七石七斗七升二合。

訓読：粟を容るること一万三百九十七石七斗七升二合(255)。

注：(255) 注 (253) の「元に還すの術」を参照。

訳：粟10397石 7 斗 7 升 2 合が入る。

[14]一十四乘斛法、以乘粟、爲積尺。前一十四除、今還元、一十四乘。爲徑自乘者是一十一、方自乘者是一十四。故并之爲二十五。凡此方圓二徑長短不同、二徑各自乘爲方、大小各別。然則此(塹)〈截〉[一]方二丈九尺八寸、(塹)〈截〉[一]徑三丈七寸、皆成(立方)〈方面〉[二]。此應(塹)〈截〉[一]方自乘一十四乘之、(塹)〈截〉[一]徑自乘一十一乘之、二十五而一、爲隅冪、即方法也。但二隅方皆以(塹)〈截〉[一]數爲方面。今此術就省、倍小隅方加差爲(短)〈矩袤〉[三]、以差乘之爲(短)〈矩〉[四]冪。一十一乘之、二十五而一。又(小隅方)〈差〉[五]自乘之數即是方圓之隅、同有此(此)[六]數。若二十五乘之、還須二十五除。直以(小隅方)〈差〉[五]自乘加之、故不復乘除。又須倍二廉之差、一十一乘之、二十五而一、倍(二廉)〈差〉[七]加之。故爲廉法、不復二十五乘除之也。

校訂：[一] 本題における 5 ヶ所の「塹」は他の算題では「截」とされている。銭宝琮に従い改める。文献19) [六] の校訂 [三] 参照。以下 [16]、[18] も同様。

[二] 李潢に従って「立方」は「方面」に改める。

[三] 李潢に従って「短」は「矩袤」に改める。

[四] 李潢に従って「短」は「矩」に改める。

[五] 銭宝琮に従って「小隅方」は「差」に改める。

[六]「此」は重複しており一つが衍字。

[七] 銭宝琮に従って「二廉」は「差」に改める。

訓読：一十四もて斛法に乗じ、以て粟に乗じて、積尺と為す。前に一十四もて除せば、今元に還すに、一十四もて乗ず。径の自乗なるは是れ一十一、方の自乗なるは是れ一十四と為す(256)。故に之を并せて二十五と為す。凡そ此れ方円の二径は長短同からず、二径各おの自乗して方と為せば、大小は各おの別なり。然らば則ち此の截方は二丈九尺八寸、截径は三丈七寸、皆な方の面を成す(257)。此れ応に截方は自乗して一十四もて之に乗じ、截径は自乗して一十一もて之に乗じ、二十五にして一とし、隅冪と為せば、即ち方法たるべきなり(258)。但だ二隅の方は皆な截数を以て方の面と為す。今此の術は省に就き、小隅の方を倍し差を加えて矩袤と為し、差を以て之に乗じて矩冪と為す。一十一もて之に乗じ、二十五にして一とす(259)。又た差の自乗の数は即ち是れ方円の隅、同に此の数有り(260)。二十五もて之に乗ずるの若きは、還(な)お二十五を須いて除す。

直ちに差を以て自乗し之に加う、故に復た乗除せず。又た二廉の差を倍するを須いて、一十一もて之に乗じ、二十五にして一とし、差を倍して之に加う(261)。故に廉法と為し、復た二十五もて之を乗除せざる也。

注：(256) 方倉と円窖を加えた体積は

$$V=V_1+V_2=s^2h+\frac{11}{14}d^2h$$

である。「前に一十四もて除し」とは、この分数の分母14を指す。この両辺を14倍すると、

$$14V=(14s^2+11d^2)h$$

となる。

(257)「截方」とは

$$s-h=29\frac{8}{10}\text{尺}$$

であり、「截径」とは

$$d-h=(d-s)+(s-h)=30\frac{7}{10}\text{尺}$$

である。

(258) 注 (249) で与えられた方法は図10より

$$\frac{14}{25}\left(C+\frac{11}{14}\times C+\frac{11}{14}\times 2E+\frac{11}{14}\times F\right)=\frac{14}{25}C+\frac{11}{25}(C+2E+F)$$

$$=\frac{14}{25}(s-h)^2+\frac{11}{25}(d-h)^2$$

となるが、この値をここでは「隅冪」と呼んでいる。隅冪は

$$\frac{14}{25}\left(29\frac{8}{10}\right)^2+\frac{11}{25}\left(30\ \frac{7}{10}\right)^2=911\frac{998}{1000}$$

が方法となる。

(259)「小隅の方を倍し差を加えて矩袤と為し、差を以て之に乗じて矩冪と為す。一十一もて之に乗じ、二十五にして一とす」とは、

$$\frac{11}{25}\left\{2(s-h)+(d-s)\right\}(d-s)$$

の計算を指す。ここで、$2(s-h)+(d-s)$ が「矩袤」であり、これに $(d-s)$ を掛けたものが「矩冪」である。

(260) 注 (249) の方法を求める計算

$$\frac{11}{25}\left\{2(s-h)+(d-s)\right\}(d-s)+(s-h)^2$$

を指す。

(261) 注 (250) の廉法を求める計算

$$\frac{11}{25}\times 2(d-s)+2(s-h)$$

を指す。

訳：14を斛法に掛け、そして粟数に掛けて、積尺とする。前に14で割っているので、今元に還すには、14を掛ける。径の自乗は11とし、方の自乗は14とする。故に２つを併せると25となる。一般に方と円の２つの径の長さは同じではなく、２つの径それぞれを自乗して正方形とすれば、それぞれの大小は異なる。そうするとこの截方は２丈９尺８寸、截径は３丈７寸で、共に正方形の一辺となる。截方の自乗に14を掛け、截径の自乗に11を掛けて、25で割って、隅冪とすれば、これが方法となるのである。しかし２つの隅の正方形は共に截数（截方と截径）を正方形の一辺とする。今この術を簡約にすると、小隅の方を倍し差を加えて矩袤とし、差をこれに掛けて矩冪とする。11をこれに掛け、25で割る。また差の自乗の数は方円の隅冪で、共にこの数がある。25をこれに掛ける場合は、逆に25でこれを割る。直ちに差を自乗してこれに加える、故に乗除は繰り返さない。また２つの廉の差を倍したものを用いて、11をこれに掛け、25で割り、差を倍してこれに加える。これを廉法とすると、また25で乗除しなくてよい。

[15]斛法二尺五寸。

訓読：斛法二尺五寸(262)。

注：(262)「斛法二尺五寸」については文献19）の注（162）参照。

訳：斛法は２尺５寸である。

[一一]假令有粟一萬六千三百四十八石八斗。欲作方倉四・圓窖三、令高・深等。方面少於圓徑一丈、多於高五尺。斛法二尺五寸。率、徑七周二十二。問方・高・徑各多少。
荅曰、方一丈八尺、高・深一丈三尺、圓徑二丈八尺。
術曰、以一十四乘斛法、以乘粟數、如八十九而一、爲實。倍多加少、以乘少數、三十三乘之、八十九而一。多自乘加之、爲方法。又倍少數、以三十三乘之、八十九而一。倍多加之、爲廉法、從。開立方除之、即高・深。各加差即方・徑[16]。

訓読：仮令に粟一万六千三百四十八石八斗有り。方倉四・円窖三を作り、高・深をして等しくせしめんと欲す。方の面は円径より一丈少なく、高より五尺多し(263)。斛法二尺五寸。率は径七周二十二(264)。問う、方・高・径各おの多少ぞ。

答に曰う、方一丈八尺、高・深一丈三尺、円径二丈八尺。

術に曰う(265)、一十四を以て斛法に乗じ、以て粟数に乗じ、八十九の如くして一とし、実と為す(266)。多きを倍して少なきに加え、以て少なき数に乗じ、三十三もて之に乗じ、八十九にして一とす。多きは自乗して之に加え、方法と為す(267)。又た少なき数を倍し、三十三を以て之に乗じ、八十九にして一とす。多きを倍して之に加え、廉法と為し(268)、従える。開立方して之を除けば、即ち高・深(269)。各おの差を加うれば即ち方・径(270)。

注：(263) 1つの方倉の体積を V_1、1つの円窖の体積を V_2 とする。4つの方倉と3つの円窖を合わせた体積 V は

$$V = 4V_1 + 3V_2 = 16348\text{石}\,8\text{斗}$$

である。方倉の底面の一辺を s 尺、円窖の直径を d 尺、方倉の高さと円窖の深さをともに h 尺とすると、

$$d - s = 10,\quad s - h = 5$$

である。

(264) 本算題でも「径七周二十二」の円周率の約率$\frac{22}{7}$を用いている。

(265) 注 (247) と同様の底面の分割を用いて、

$$\begin{aligned}
V = 4V_1 + 3V_2 &= 4(A+2B+C)h + 3 \times \frac{11}{14}(A+2B+C+2D+2E+F)h \\
&= \left(4A + \frac{33}{14}A\right)h + \left(4 \times 2B + \frac{33}{14} \times 2B + \frac{33}{14} \times 2D\right)h \\
&\quad + \left(4C + \frac{33}{14} \times C + \frac{33}{14} \times 2E + \frac{33}{14} \times F\right)h \\
&= \frac{89}{14}h^3 + \left\{\frac{33}{14} \times 2(d-s) + \frac{89}{14} \times 2(s-h)\right\}h^2 \\
&\quad + \left[\frac{33}{14}\left\{2(s-h) + (d-s)\right\}(d-s) + \frac{89}{14}(s-h)^2\right]h
\end{aligned}$$

が成り立つ。この方程式を h の3次方程式として、h^3 の項が1になるように両辺に $\frac{14}{89}$ を掛けて変形すると、

$$\begin{aligned}
&h^3 + \left\{\frac{33}{89} \times 2(d-s) + 2(s-h)\right\}h^2 \\
&\quad + \left[\frac{33}{89}\{2(s-h) + (d-s)\}(d-s) + (s-h)^2\right]h = \frac{14}{89}V
\end{aligned}$$

が得られる。

(266) 斛法は1石＝$2\frac{5}{10}$立方尺なのでここでの実を求める計算は

$$\frac{14}{89}V = \frac{14}{89} \times 2\frac{5}{10} \times 16348\text{石}\,8\text{斗} = \frac{572208}{89} = 6429\frac{27}{89}$$

である。

(267) ここでの方法を求める計算は

$$\frac{33}{89}\left\{2(s-h)+(d-s)\right\}(d-s)+(s-h)^2$$
$$=\frac{33}{89}(2\times5+10)10+5^2=\frac{8825}{89}=99\frac{14}{89}$$

である。

(268) ここでの廉法を求める計算は

$$\frac{33}{89}\times2(d-s)+2(s-h)$$
$$=\frac{33}{89}\times2\times10+2\times5=\frac{1550}{89}=17\frac{37}{89}$$

である。

(269) 以上の注で得られた実、方法、廉法による3次方程式

$$h^3+17\frac{37}{89}h^2+99\frac{14}{89}h=6429\frac{27}{89}$$

であり、これを解くと実数解 $h=13$尺を得る。

(270) 前注で得られた高さ h を用いて、方 s と径 d を求めると、

$$s=(s-h)+h=5+13=18$$
$$d=(d-s)+s=10+18=28$$

が得られる。

訳：仮に粟が16348石8斗ある。方倉を4つ、円窖を3つ作り、高・深を等しくさせようとする。方の一辺は円径より1丈少なく、方倉の高より5尺多い。斛法は2尺5寸。円周率は径7・周22。問う、方・高・径は各々どれほどか。

答にいう、方1丈8尺、高・深1丈3尺、円径2丈8尺。

術にいう、14を斛法（2尺5寸）に掛け、粟数に掛け、89で割り、実とする。多い分を倍して少ない分に加え、少ない数に掛け、33をこれに掛け、89で割る。多い分は自乗してこれに加え、方法とする。また少ない数を倍し、33をこれに掛け、89で割る。多い分を倍してこれに加え、廉法として、従える。開立方してこれを除けば、高・深である。それぞれ差を加えれば方・径となる。

[16]一十四乘斛法、以乘粟、爲徑自乘及方自乘數、與前同。今方倉四、即四因十四。圓窖三、即三因十一。幷之爲八十九、而一。此（塹）〈截〉[一]徑一丈五尺、（塹）〈截〉[一]方五尺、以高爲立方。自外意同前。

校訂：［一］本題における2ヶ所の「塹」は他の算題では「截」とされている。銭宝琮に従い改める。文献19）［六］の校訂［三］参照。

訓読：一十四もて斛法に乗じ、以て粟に乗じて、径の自乗及び方の自乗の数と為すは、前と同じ。今方倉は四なれば、即ち四もて十四に因す。円窖は三なれば、即ち三もて十一に因す。之を并せて八十九と為し、而して一とす(271)。此れ截径は一丈五尺、截方は五尺、高を以て立方と為す(272)。自外(273)の意は前に同じ。

注：(271) 注 (265) の計算において、粟の体積 V に$\dfrac{14}{89}$を掛け、$\dfrac{14}{89}V$を求めていることを指す。

(272)「截方」とは

$$s-h=5\text{尺}$$

であり、「截径」とは

$$d-h=(d-s)+(s-h)=1\text{丈}5\text{尺}$$

である。截方と截径を用いて方法を求める計算は、注 (265) より

$$\begin{aligned}&\frac{14}{89}\left(4C+\frac{3\times11}{14}\times C+\frac{3\times11}{14}\times 2E+\frac{3\times11}{14}\times F\right)\\&=\frac{4\times14}{89}C+\frac{3\times11}{89}(C+2E+F)\\&=\frac{4\times14}{89}(s-h)^2+\frac{3\times11}{89}(d-h)^2\\&=\frac{4\times14}{89}\times5^2+\frac{3\times11}{89}\times15^2=\frac{8825}{89}=99\frac{14}{89}\end{aligned}$$

(273)「自外」とは「それ以外」の意。『漢書』高祖本紀「與父老約、法三章耳、殺人者死、傷人及盗抵罪」顔師古注に「服虔曰「隨輕重制法也」。李奇曰「傷人有曲直、盗臧有多少、罪名不可豫定、故凡言「抵罪」、未知抵何罪也」。師古曰「抵、至也、當也。服・李二説、意並得之。自外諸家、皆妄解釋、故不取也」とある。

訳：14を斛法に掛け、それから粟数に掛け、径の自乗と方の自乗の数とすれば、前題と同じである。今方倉は４基なので、その４を14に掛ける。円窖は３基なので、その３を11に掛ける。これらを併せて、89としてそれで割る。截径１丈５尺、截方５尺として、高さを掛けて立体とする。それ以外の意は前題と同じである。

［一二］假令有粟三千七十二石。欲作方倉一・圓窖一、令徑與方等。方多於窖深二尺、少於倉高三尺、盛各滿中而粟適盡[17]。
問方・徑・高・深各多少。
荅曰、方・徑各一丈六尺、高一丈九尺、深一丈四尺。

術曰、三十五乘粟、二十五而一、爲率。多自乘、以幷多・少乘之、以乘一十四、如二十五而一。所得、以減率、餘爲實。幷多・少、以乘多、倍之、乘一十四、如二十五而一。多自乘加之、爲方法。又幷多・少、以乘一十四、如二十五而一。倍多加之、爲廉法、從。開立方除之、即窖深。各加差、即方・徑・高[18]。

訓読：仮令に粟三千七十二石有り。方倉一・円窖一を作り、径と方とをして等しくせしめんと欲す。方は窖の深より二尺多く、倉の高より三尺少なく、盛りて各おの中を満たして粟適尽す(274)。問う、方・径・高・深は各おの多少ぞ。

答に曰う、方・径は各おの一丈六尺、高一丈九尺、深一丈四尺。

術に曰う(275)、三十五もて粟に乗じ、二十五にして一とし、率と為す(276)。多きは自乗し、以て多・少を并せて之に乗じ、以て一十四に乗じ、二十五の如くして一とす(277)。得る所は、以て率より減じ、余は実と為す(278)。多・少を并せ、以て多きに乗じ、之を倍し、一十四に乗じ、二十五の如くして一とす。多きは自乗して之に加え、方法と為す(279)。又た多・少を并せ、以て一十四に乗じ、二十五の如くして一とす。多きを倍して之に加え、廉法と為し(280)、従える。開立方して之を除けば、即ち窖の深(281)。各おの差を加うれば、即ち方・径・高(282)。

注：(274) 方倉と円窖を合わせた体積 V は

$$V=3072\text{石}$$

である。方倉の底面の一辺を s 尺、円窖の直径を d 尺、方倉の高さを h 尺、円窖の深さを g 尺とすると、

$$s=d,\ \ s-g=2,\ \ h-s=3$$

である。

(275) 本算題でも「径七周二十二」の円周率 $\frac{22}{7}$ を用いている。図12の立体の底面は一辺 s の正方形で、これを A, B, C に分割して体積 V を表すと

$$\begin{aligned} V&=s^2h+\frac{11}{14}s^2g=s^2\left\{g+(s-g)+(h-s)\right\}+\frac{11}{14}s^2g \\ &=s^2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}+\frac{25}{14}s^2g \\ &=(A+2B+C)\left\{(s-g)+(h-s)\right\}+\frac{25}{14}(A+2B+C)g \end{aligned}$$

となる。

$$A=g^2,\ \ B=(s-g)g,\ \ C=(s-g)^2$$

なので、

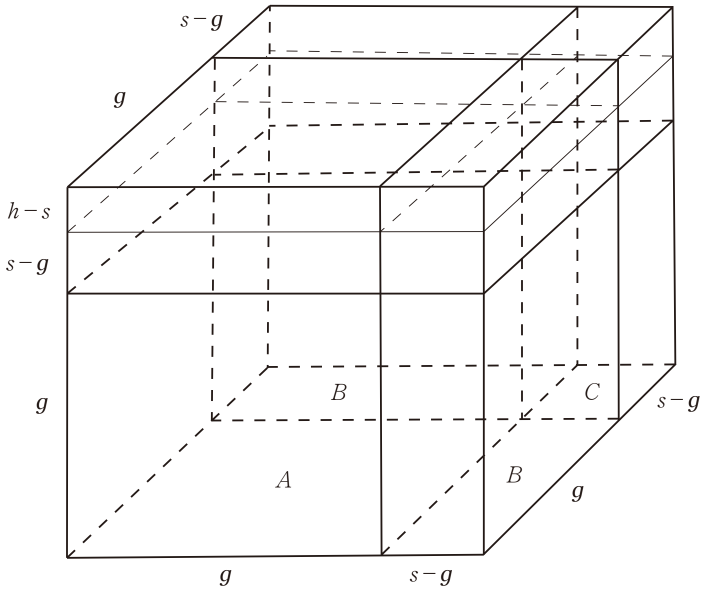

図12

$$V=\frac{25}{14}g^3+\left[\left\{(s-g)+(h-s)\right\}+\frac{25}{14}\times 2(s-g)\right]g^2$$
$$+\left[2(s-g)\left\{(s-g)+(h-s)\right\}+\frac{25}{14}(s-g)^2\right]g$$
$$+(s-g)^2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}$$

が成り立つ。この方程式を g^3 の係数が1になるように両辺に $\frac{14}{25}$ を掛けると

$$g^3+\left\{\frac{14}{25}\left\{(s-g)+(h-s)\right\}+2(s-g)\right\}g^2$$
$$+\left[\frac{14}{25}\times 2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}(s-g)+(s-g)^2\right]g$$
$$=\frac{14}{25}V-\frac{14}{25}(s-g)^2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}$$

が得られる。

(276) 斛法は1石＝$2\frac{5}{10}$ 立方尺なので、ここでいう「率」を求める計算は

$$\frac{14}{25}V=\frac{14}{25}\times\frac{25}{10}\times 3072\text{石}=\frac{35}{25}\times 3072\text{石}=4300\frac{8}{10}$$

である。

(277)「多」は一辺 s が深さ g より多い分 $s-g=2$尺、「少」は高さ h より少ない分 $h-s=3$尺のこと。ここでの計算は

$$\frac{14}{25}(s-g)^2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}=\frac{14}{25}\times 2^2\times(2+3)=11\frac{2}{10}$$

である。

(278) 実を求める計算は

$$\frac{14}{25}V-\frac{14}{25}(s-g)^2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}=4300\frac{8}{10}-11\frac{2}{10}=4289\frac{6}{10}$$

である。

(279) 方法を求める計算は

$$\frac{14}{25}\times 2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}(s-g)+(s-g)^2$$
$$=\frac{14}{25}\times 2\times(2+3)\times 2+2^2=15\frac{2}{10}$$

である。

(280) 廉法を求める計算は

$$\frac{14}{25}\left\{(s-g)+(h-s)\right\}+2(s-g)=\frac{14}{25}(2+3)+2\times 2=6\frac{8}{10}$$

である。

(281) 注 (275) の３次方程式に以上の注で得られた実、方法、廉法を代入すると

$$g^3+6\frac{8}{10}g^2+15\frac{2}{10}g=4289\frac{6}{10}$$

が得られる。これを解くと実数解 $g=14$尺を得る。

(282) 前注で得られた深さ g を用いて、方 s と高さ h を求めると、

$$s=(s-g)+g=2+14=16\text{尺}$$
$$h=(h-s)+s=3+16=19\text{尺}$$

が得られる。

訳：仮に粟が3072石ある。方倉を１つ、円窖を１つ作り、円径と方倉の一辺を等しくさせたい。方は窖の深より２尺多く、倉の高より３尺少なく、各々の中を満杯にして粟がちょうど尽きるようにしたい。問う、方・径・高・深は各々どれほどか。

答にいう、方・径は各々１丈６尺、高１丈９尺、深１丈４尺。

術にいう、35を粟数に掛け、25で割り、「率」とする。多い分は自乗し、多・少を合わせてこれに掛け、14に掛け、25で割る。得た値は、「率」から引き、残りを実とする。多・少を合わせ、多い分に掛け、これを倍し、14に掛け、25で割る。多い分を自乗してこれに加え、方法とする。また多・少を并せ、14に掛け、25で割る。多い分を倍してこれに加え、廉法として、従える。開立方してこれを除けば、円窖の深を得る。それぞれ差を加えれば、方・径・高を得る。

[17]圓率・斛法竝與前同。

訓読：円率・斛法は並びに前と同じ。

訳：円周率 $\left(\frac{22}{7}\right)$ と斛法 $\left(2\frac{5}{10}\right)$ は両方とも前の算題と同じである。

[18]截高五尺、(塹)〈截〉[一]徑及方二尺、以深爲立方。十四乘斛法、故三十五乘粟。多自乘、幷多・少乘之、爲截高隅積、(減率餘)[二]即二(方)廉、〈方〉[三]各二尺、長五尺。自外意旨皆與前同。

校訂：[一] 本題における「塹」は他の算題では「截」とされている。銭宝琮に従い改める。文献19）［六］の校訂［三］参照。

［二］「減率餘」は衍字。銭宝琮に従い削る。

［三］「方」が「廉」の前にあるのは誤り。銭宝琮に従い「廉」の後に置く。

訓読：截高は五尺、截径及び方は二尺、深を以て立方と為す(283)。十四もて斛法に乗ず、故に三十五もて粟に乗ず(284)。多は自乗し、多・少を并せて之に乗じ、截高隅積と為せば、即ち二廉、方は各おの二尺、長は五尺(285)。自外の意旨は皆な前と同じ。

注：(283)「截高及方」は「截高」と「截方」のことで

$$h-g=d-g=(h-s)+(s-g)=3+2=5\text{ 尺}$$

であり、「截径」は

$$s-g=2\text{ 尺}$$

である。

(284) 14を斛法 $\dfrac{25}{10}$ 立方尺に掛けると

$$14\times\frac{25}{10}=35$$

となり、これを粟数に掛けることをいう。

(285)「截高隅積」とは、図12の C を底面とし截高 $h-g$ を高さとする直方体の体積で

$$(s-g)^2\left\{(s-g)+(h-s)\right\}$$

のこと。「二廉」とは、底面積 C の立体が連なっていることをいう。

訳：截高は５尺、截径と截方は２尺、深によって立体となる。14を斛法に掛けるので35を粟数に掛ける。その後25で割り多い分を自乗し、多い分と少ない分を併せてこれに掛け、截高隅積とすれば、２つの立体が連なっていることになり、底面の正方形の一辺は２尺で、長さ５尺で延びている。それ以外の主旨は前題と同じである。

参考文献

１）天禄琳瑯叢書『緝古算経』、郭書春主編『中国科学技術典籍通彙　数学巻１』（河南教育出版社、1993年）所収

２）王孝通『緝古算経』、孔継涵編『算経十書』所収、東北大学デジタルコレクション、藤原集書９、m01101、615-650

https://www.i-repository.net/il/meta_pub/G0000398tuldc_4100009843
3）郭書春、劉鈍点校『算経十書』所収『緝古算経』（九章出版社、2001年）
4）李潢『緝古算経考注』、郭書春主編『中国科学技術典籍通彙　数学巻４』（河南教育出版社、1993年）所収
5）張敦仁『緝古算経細草』、知不足斎叢書（乾隆45年（1780年））所収、国立国会図書館蔵
6）陳傑『緝古算経図解』（成都竜万育変堂、道光３年（1821年）、東北大学デジタルコレクション、藤原集書3191、m01408、55まで
https://www.i-repository.net/il/meta_pub/G0000398tuldc_4100009839
7）陳傑『緝古算経音義』（成都竜万育変堂、道光３年（1821年））、東北大学デジタルコレクション、藤原集書3191、m01408、56以降
https://www.i-repository.net/il/meta_pub/G0000398tuldc_4100009839
8）Tina Su Lyn Lim, Donald B. Wagner “The Continuation of Ancient Mathematics: Wang Xiaotong's Jigu Suanjing, Algebra and Geometry in Seventh-Century China”（Nordic Inst of Asian Studies, 2017年８月）
9）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編39号、2020年６月）
10）小寺裕、武田時昌「『九章算術』訳注稿（13）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号、2012年２月）
11）田村誠、吉村昌之「『九章算術』訳注稿（11）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号、2011年６月）
12）銭宝琮「王孝通『緝古算経』第二題・第三題術文疏証」（科学史集刊　第九期、1966年４月）、銭宝琮点校『算経十書』（中華書局、2021年１月）所収
13）小寺裕、武田時昌、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（15）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号、2014年10月）
14）武田時昌、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（16）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号、2015年２月）
15）張替俊夫「『九章算術』訳注稿（25）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編29号、2017年３月）
16）大川俊隆、田村誠「『緝古算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編44号、2022年３月）
17）田村誠「『緝古算経』訳注稿（2）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編45号、2022年７月）

18) 武田時昌、田村誠「『九章算術』訳注稿 (14)」(大阪産業大学論集　人文・社会科学編 15号、2012年 6 月)

19) 田村誠、張替俊夫「『緝古算経』訳注稿(3)」(大阪産業大学論集　人文･社会科学編46号、2022年11月)