

『張丘建算經』 訳注[†] 稿 (2)

大 川 俊 隆[†]

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、田村 誠

馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Mathematical Classic of
Zhang Qiu Jian (張丘建算經)” Vol. 2

OHKAWA Toshitaka

Abstract

“The Mathematical Classic of Zhang Qiu Jian” was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons (算經十書) during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on “The Nine Chapters on the Mathematical Art (九章算術).”

This is the second article based on our research and results in which we studied the problems 16 to 32 of the first volume.

『張丘建算經』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算經十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『張丘建算經』の訳注を完成させる

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

[†]大阪産業大学 名誉教授

草 稿 提 出 日 6月29日

最 終 原 稿 提 出 日 7月10日

ことを目的としている。

本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『張丘建算経』巻上の算題 [一六] ~ [三二] に対する訳注を与える。

[一六] 今有甲日行疾於乙日行二十五里而甲發洛陽七日至鄴、乙發鄴九日至洛陽。
問鄴・洛陽相去幾何。

答曰、七百八十七里半。

術曰、以甲・乙所至日數相乘、又以甲日行疾里數乘之、爲實。以甲至日減乙至日數、餘爲法。實如法而一。

草曰、置甲・乙所至七日・九日相乘、得六十三。又以甲疾行二十五里乘之、得一千五百七十五、爲實。以甲至七日減乙至九日、餘有二日、爲法。除實、得七百八十七里半。合問。

訓読：今甲の日行、乙の日行より疾きこと二十五里有りて甲洛陽を發して七日にして鄴⁽⁷⁵⁾に至り、乙鄴を發して九日にして洛陽に至る。問う、鄴・洛陽相去ること幾何ぞ。

答えに曰う、七百八十七里半。

術に曰う、甲・乙の至る所の日数を以て相乗じ、甲の日に行くに疾きの里数を以て之に乗じて、実と為す。甲の至るの日を以て乙の至るの日より減じ、余りを法と為す。実、法の如くして一とす⁽⁷⁶⁾。

草に曰う、甲・乙の至る所の七日・九日を置き相乗じて、六十三を得。又甲の行くに疾きの二十五里を以て之に乗じて、一千五百七十五を得て、実と為す。甲の至るの七日を以て乙の至るの九日より減ずれば、余りは二日有りて、法と為す。実を除して、七百八十七里半を得。問いに合す。

注：(75) 鄴は、後漢末期袁紹滅亡後、魏王となった曹操が王都をここに置き、子の曹丕が魏朝を開くと都は洛陽に移ったが、五胡十六国以後、後趙・前秦・東魏・北齊がここに都を置いた。洛陽と鄴の距離は約300km余り、答えの787.5里とほぼ一致する。

(76) 術の考え方と計算は以下の如し。

甲は乙より毎日25里多く行くのだから、乙の1日で行く距離をA里とすると、甲はA+25。甲は7日で走破したのだから、 $(A+25) \times 7$ 。乙は9日で走破したのだから、9A。従って $2A = 25 \times 7$ 、即ち乙の2日分(甲の9日と乙の7日の差)が 25×7 里である。因って乙の1日分は $25 \times 7 \div 2$ (里)。これから、乙の走行距離は $25 \times 7 \times 9 \div 2 =$

787 $\frac{1}{2}$ 里となる。「草曰」以下の計算もこれと同じである。

訳：今、甲の1日の走行が乙の走行より25里速く、甲は洛陽を出発して7日で鄴に着き、乙は鄴を出発して9日で洛陽に着く。問う、鄴と洛陽の間の距離は如何ほどか。

答えにいう、787 $\frac{1}{2}$ 里。

術にいう、甲・乙のかかった日数を掛け、これに甲が1日の走行で乙より速い里数を掛けて、実とする。甲がかかった日数を乙がかかった日数より引き、余りを法とする。実を法で割ると答えとなる。

草にいう、甲・乙がそれぞれ到着にかかった7日と9日を置いて、互いに掛けると、63が得られる。また甲が乙より1日で進む25里をこれに掛けると、1575が得られ、これを実とする。甲がかかった7日を乙がかかった9日より引くと、余りは2日で、これを法とする。実を法で割ると、787 $\frac{1}{2}$ 里が得られる。題意を満たす。

[一七]今有官出庫金五十九斤一兩、賜王九人、公十二人、侯十五人、子十八人、男二十一人。王得金各多公五兩、公得金各多侯四兩、侯得金各多子三兩、子得金各多男二兩。問王・公・侯・子・男各得金幾何。

答曰、王一斤六兩、公一斤一兩、侯十三兩、子十兩、男八兩。

術曰、置王・公・侯・子・男數。王位十四之、公位九之、侯位五之、子位二之。併之以減出金兩數。餘、以凡人數而一。所得各以本差之數加之、得王・公・侯・子・男各所得金之數。不加、即男之得金。

草曰、置王九人、公十二人、侯十五人、子十八人。以王位十四之、得一百二十六。公位九之、得一百八。侯位五之、得七十五。子位二之、〔得三十六〕^{〔一〕}。併之、得三百四十五。以減出金五十九斤一兩、餘六百爲實。併五等人數、得七十五爲法。除實得八兩。乃加十四〔得二十二〕^{〔二〕}兩、爲王。加九得十七兩、爲公。加五得十三兩、爲侯。加二得十兩、爲子。男不加、如數。如滿斤法而一、不滿者命爲兩。合問。

校訂：〔一〕南宋本には、この四字はないが、前後の文脈より加えなければならない。

〔二〕南宋本には、この四字はないが、前後の文脈より加えなければならない。

訓読：今官の庫金五十九斤一兩を出だし、王九人、公十二人、侯十五人、子十八人、男二十一人に賜う有り。王の金を得ること各々公より多きこと五兩、公の金を得ること

各々侯より多きこと四兩、侯の金を得ること各々子より多きこと三兩、子の金を得ること各々男より多きこと二兩。問う、王・公・侯・子・男各々金を得ること幾何ぞ。

答えに曰う、王は一斤六兩、公は一斤一兩、侯は十三兩、子は十兩、男は八兩。

術に曰う、王・公・侯・子・男の数を置く。王位は之を十四し、公位は之を九し、侯位は之を五し、子位は之を二す。これを併せて以て出金の兩数より減ず。余りは、凡その⁽⁷⁷⁾人の数を以て一とす。得る所は各々本差⁽⁷⁸⁾の数を以て之に加うれば、王・公・侯・子・男各々得る所の金の数なり。加えざるは、即ち男の得る金なり⁽⁷⁹⁾。

草に曰う、王九人、公十二人、侯十五人、子十八人を置く。王位を以て之を十四し、一百二十六を得。公位は之を九し、一百八を得。侯位は之を五し、七十五を得。子位は之を二し、三十六を得。之を併せて、三百四十五を得。以て出金五十九斤一兩より減ずれば、余りは六百、実と為す。五等の人数を併せ、得し七十五を法と為す。実を除せば八兩を得。乃ち十四を加え二十二兩を得、王と為す。九を加え十七兩を得、公と為す。五を加え十三兩を得、侯と為す。二を加え十兩を得、子と為す。男は加えず、数の如し。斤に満つるの法⁽⁸⁰⁾の如くして一とし、満たざる者は命じて兩と為す。問いに合す。

注：(77)「凡」は全の義。『九章』の均輸[九]「各以一日所行以乘、爲凡日所行」の「凡日」や方田[三二]「所謂以弦乘矢之凡冪也」の「凡冪」なども同じ用法である。

(78)「本差」とは、元々設定された爵位ごとの差。下注(79)の①参照。

(79)「術曰」以下の考え方と計算は以下の如し。

- ①王の爵位の数値を14にする。以下、爵位の数値は、公が9、侯が5、子が2、男が0である。これは「王の金を得ること各々公より多きこと五兩、公の金を得ること各々侯より多きこと四兩、侯の金を得ること各々子より多きこと三兩、子の金を得ること各々男より多きこと二兩」という設定に基づく。
- ②次に、爵位の数値に各々の人数を掛けて、出てきた数を併せた345兩を945兩(59斤1兩)から引く。①と②は、まず、出金のうちから爵位による増加分を引いておくのである。
- ③次に、その余り(600兩)は、夫々の爵位の人数の合計(75人)で割る。600兩÷75=8兩となり、これは出金のうち、人数に応じて均等に分配される分である。
- ④最後に、王については、爵位の分14と均等分8を足し、22兩を受け取る。以下、公は爵位の分9と均等分8で17兩を、侯は爵位の分5と均等分8で13兩を、子

は爵位の分2と均等分8で10両を受け取る。男は爵位の分はなく、均等分8両だけである(「草曰」中に「男は加えず、数の如し」とはこのことを云う)。

なお、この計算法は和算では、「橋普請算」と呼ばれる。『塵劫記』三の第二「橋の積」^{つもり}参照。

(80)「斤に満つるの法」とは、両が斤に満ちた場合に斤に換算する法のことで、16両=1斤なので、両数を割る16のこと。『海島算経』[二]の李淳風注に見える「里尺法」「歩尺法」に相当する語である。

訳：今官が庫の金59斤1両を出して、王9人、公12人、侯15人、子18人、男21人に賜与することが有った。各おのの王が得る金は公より5両多く、各おのの公が得る金は侯より4両多く、各おのの侯が得る金は子より3両多く、各おのの子が得る金は男より2両多くなるようにする。問う、王・公・侯・子・男は各おの金を如何ほど得るか。

答えにいう、王は1斤6両、公は1斤1両、侯は13両、子は10両、男は8両。

術に曰う、王・公・侯・子・男の人数を置く。王の位はこれ(9人)を14倍し、公の位はこれ(12人)を9倍し、侯の位はこれ(15人)を5倍し、子の位はこれを(18人)を2倍する。これらを併せて、出金の両数から引く。余りは、全員の人数で割る。得られた数値に各々元々設定された爵位の差の数をこれに足すと、王・公・侯・子・男各おのが得る金の数となる。何も足さないのは、男が得る金である。

草にいう、王9人、公12人、侯15人、子18人を置く。王の位の9人を14倍し、126が得られる。公の位の12人を9倍し、108が得られる。侯の位の15人を5倍し、75が得られる。子の位の18人を2倍し、36が得られる。これらを併せて、345が得られる。これを出金59斤1両から引くと、余りは600両となり、実とする。5等の人数を併せると、75が得られ、これを法とする。実を法で割れば、8両が得られる。そこで8両に14を足すと22両が得られ、王の取り分とする。9を足すと17が得られ、公の取り分とする。5を足すと13両が得られ、侯の取り分とする。2を足すと10両が得られ、子の取り分とする。男は加えないで、ただ8両だけとする。16両以上になる場合は、斤の法(16)ごとに1斤とし、16両に満たざる者は、そのまま両とする。題意を満たす。

[一八]今有十等人、大官甲等十人、官賜金、依等次差降之。上三人先入、得金四斤、持出。下四人後入、得金三斤、持出。中央三人未到者、亦依等次更給。問各得金幾何。及未到三人復應得金幾何。

答曰、甲一斤七十八分斤之三十三。乙一斤七十八分斤之二十六。丙一斤七十八分

斤之十九。丁一斤七十八分斤之十二。戊一斤七十八分斤之五。(巳) <己> [一] 七十八分斤之七十六。庚七十八分斤之六十九。辛七十八分斤之六十二。壬七十八分斤之五十五。癸七十八分斤之四十八。未到三人共得三斤七十八分斤之十五。

術曰、以先入人數分所持金數、爲上率。以後入人數分所持金數、爲下率。二率相減、餘爲差實。併先後入人數而半之、以減凡人數、餘爲差法。實如法而一、得差數。併一・二・三、以差數乘之、以減後入人所持金數、餘、以後入人數而一。又置十人、減一、餘、乘差數。併之、即第一人所得金數。以次每減差數、各得之矣。并中央未到三人、得應持金數。

草曰、置先入人數於左上、置得金數於右上。又置後入人數於左下、置後得金數於右下。以後入人數乘先得金數、得十六。以先入人數乘後得金數、得九。以九直減十六得七、爲差實。又併先後入人數七、半之得三半。以減十、人數餘六半。又以先後人數率分母三與分母四相乘、得十二。以乘六半、得七十八、爲差法。(七十八是一斤也)。置後入所得金數三、以乘差法得二百三十四。又置一・二・三、(得差) <併之得六> [二]。以七因之、得四十二。直減二百三十四、餘有一百九十二。以後入四人數除之、人得四十八、乃是癸得之數。累加差七、乃合前問。

校訂：[一] ここは、甲・乙・丙・丁という並びであるので、「巳」は「己」でなければならぬ。しかし、古書では、「巳」や「己」はしばしば「巳」と書かれる。

[二] 郭書春の校訂に従い、「得差」を「併之得六」に改める。

訓読：今十等の人有り、大官甲等十人、官金を賜うに、等次の差に依り之を降す⁽⁸¹⁾。上の三人先に入り、金四斤を得、持ちて出づ。下の四人後に入り、金三斤を得、持ちて出づ。中央の三人の未だ到らざる者も亦た等次に依りて更々給わる。問う、各々金を得ること幾何ぞ。及び未だ到らざるの三人も復た金を得ること幾何ぞ。

答えに曰う、甲は一斤七十八分斤の三十三。乙は一斤七十八分斤の二十六。丙は一斤七十八分斤の十九。丁は一斤七十八分斤の十二。戊は一斤七十八分斤の五。己は七十八分斤の七十六。庚は七十八分斤の六十九。辛は七十八分斤の六十二。壬は七十八分斤の五十五。癸は七十八分斤の四十八。未だ到らざるの三人は共に三斤七十八分斤の十五を得。

術に曰う、先に入る人数を以て持つ所の金数を分け、上率と為す。後に入る人数を以て持つ所の金数を分け、下率と為す。二率相減じ、余は差実と為す。先後に入る人数を併せて之を半にし、凡ての⁽⁸²⁾人数より減じ、余りを差法と為す。実、法の如く

して一とし、差数を得。一・二・三を併せ、差数を以て之に乘じ、以て後に入る人の持つ所の金数より減じ、余りは、後に入る人を以てして一とす。又十人を置き、一を減じ、余りは、差数を乗ず。之を併すれば、即ち第一人の得る所の金数なり。次を以て毎(たびごと)に差数を減じ、各々之を得。中央の未だ到らざる三人を併せ、応に持つべき金数を得⁽⁸³⁾。

草に曰う、先に入る人数を左上に置き、得し金数を右上に置く。又後に入る人数を左下に置き、後に得し金数を右下に置く。後に入る人数を以て先に得し金数に乗ずれば、十六を得。先に入る人数を以て後に得し金数に乗ずれば、九を得。九を以て直ちに十六より減ずれば七を得、差実と為す。又先後に入る人数を併する七は、之を半にして三半を得。以て十より減ずれば、人数の余りは六半。先後人数の率の分母三と四を以て相乗じ、十二を得。以て六半に乘じ、七十八を得、差法と為す。(七十八は是れ一斤也⁽⁸⁴⁾)。後に入るの得し金数三を置き、以て差法に乗じて二百三十四を得。又一・二・三を置き、之を併せて六を得。七を以て之を因し、四十二を得。直ちに二百三十四より減じ、余りは一百九十二有り。後に入る四人の数を以て之を除せば、人四十八を得、乃ち是れ癸の得るの数。差七を累加すれば、乃ち前問に合す⁽⁸⁵⁾。

注：(81)「等次」は身分の高下の等級のこと。『礼記』「月令」季秋「命僕及七驪咸駕、載旌旒、授車以級」正義「級、等次也」。「等次の差に依り之を降す」とは、爵位の高い方から低い方へ順次等級を減らしてゆくこと。

(82)「凡」は全て、の義。前題の注(77)参照。

(83)本題は、10人の受ける金が等差数列となっており、上位の3人と下位の4人が受ける金数がわかっているとき、個々の金数を求める算題である。「術曰」以下の考え方と計算は以下の如し。

最下位の癸が得る数をAとし、公差をxとすると、

癸=A、壬=A+x、辛=A+2x、庚=A+3x、己=A+4x、戊=A+5x、丁=A+6x、丙=A+7x、乙=A+8x、甲=A+9x となる。

①上率=4斤÷3人= $\frac{4}{3}$ 斤・・・これは甲と丙の中間乙の分(A+8x)に等しい。

②下率=3斤÷4人= $\frac{3}{4}$ 斤・・・これは壬と辛の平均($A+\frac{3}{2}x$)に等しい。

③上率-下率= $\frac{4}{3}-\frac{3}{4}=\frac{7}{12}$ ・・・これが差実で、①と②の間の人数分の差になる。
 $(A+8x)-(A+\frac{3}{2}x)=\frac{13}{2}x=\frac{7}{12}$ 。

④③の「間の人数」は全体の人数から上位と下位のそれぞれ半分の人数を引いたもの、すなわち $10-[(3\div 2)+(4\div 2)]=\frac{13}{2}$ 人があることになる。・・・

これが差法。

⑤差実を差法で割れば、 $\frac{7}{12} \div \frac{13}{2} = \frac{7}{78}$ ……これが差数で公差である。

$$\frac{13}{2}x = \frac{7}{12} \text{ より } x = \frac{7}{78}$$

⑥最下位の癸の金数を求める。下位4人の金数の和は、癸の金数の4倍に壬辛庚との差 $x+2x+3x$ を加えたものである。よって下位の金数3から差数の6倍を

$$\text{引き、4で割れば最下位癸の取り分、即ちAとなる。 } A = \frac{3-6 \times \frac{7}{78}}{4} = \frac{48}{78} \text{ (斤)}。$$

⑧甲の取り分は、 $A+9x$ なので、 $\frac{48}{78} + 9 \times \frac{7}{78} = \frac{111}{78} = 1\frac{33}{78}$ 斤。

⑨この甲の取り分 $1\frac{33}{78}$ 斤から順番に $\frac{7}{78}$ ずつ引いてゆけば、乙以下の取り分が出る。

⑩それぞれの取り分を出した後、丁と戊と己の取り分を合わせると、中央の三人の合計が出る。

なお、この算題は和算では、「入れ子算」と呼ばれる。『塵劫記』二の第一「入子ざんのこと」参照。

(84) この注は誰の注か不明。「78が1斤」とは、78を1単位として78になった時、1斤になるという意であろう。

(85) 「草曰」以下の計算は、基本的に「術曰」と同じだが、分子と分母に分けて説明しており、その点が異なる。

訳：今10の等級の人々があり、大官の甲たち10人に対して、官が金を賜うに、等級の差によって順次その賜与を減らしてゆく。上の3人が先に官に入り、合計で金4斤を得て、持って出た。次に、下の4人が後に官に入り、合計で金3斤を持って出た。まだやって来ていない真ん中の3人も等級によってそれぞれ金を給わる。問う、それぞれ金を如何ほど得るか。またまだやって来ていない3人もまた合計で金を如何ほど得るか。

答えにいう、甲は $1\frac{33}{78}$ 斤。乙は $1\frac{26}{78}$ 斤。丙は $1\frac{19}{78}$ 斤。丁は $1\frac{12}{78}$ 斤。戊は $1\frac{5}{78}$ 斤。己は $\frac{76}{78}$ 斤。庚は $\frac{69}{78}$ 斤。辛は $\frac{62}{78}$ 斤。壬は $\frac{55}{78}$ 斤。癸は $\frac{48}{78}$ 斤。まだやって来ていない3人の合計は $3\frac{15}{78}$ 斤となる。

術にいう、先に入った人数で持ち出した金数を分け、上率とする。後に入った人数で持ち出した金数を分け、下率とする。2率の差を求め、それを差実とする。先に入った人数と後に入った人数を併せてこれを半分にし、全員の数から引いて、それを差法とする。差実を差法で割ると差数が得られる。1と2と3を併せ、差数をこれに掛け、後に入った4人が持ち出した金数から引いて、その余りを後に入った人数で割ると、

最下位の癸の斤数が出る。さらに10人を置いて、1を引き、余りの9に差数を掛ける。これを最下位の癸の斤数と併せれば、最上位の人(甲)が得る金数となる。次に、その下位の人に対しては、順次差数を減らしてゆけば、各人の得る金数が出る。10人すべての金数が出ると、まだ至っていない3人(丁と戊と己)の金数を併せれば、持ち出すべき金数が得られる。

草にいう、先に入った人数を左上に置き、得た金数を右上に置く。また後に入った人数を左下に置き、彼らが得た金数を右下に置く。後に入った人数を先に得た金数に掛ければ16が得られる。先に入った人数を後に得た金数に掛ければ、9が得られる。9をただちに16から引くと7が得られ、これを差実とする。また先後に入った合計人数7は、半分にすると、3半が得られる。これを10から引けば、6半となる。先後の人数の率($\frac{4}{3}$ と $\frac{3}{4}$)の分母3と分母4を掛け合わせると、12が得られる。これを6半に掛けると、78が得られ、これを差法とする。(この78が1斤と等しい)。後に入った者たちが得た金数3を置き、これを差法の78に掛けると234が得られる。さらに、1と2と3を置いて、併せると6が得られる。7をこれに掛けると、42が得られる。ただちに234から引くと、余りは192となる。後に入った人数4人でこれを割ると、1人が48を得、これが癸の得た数なのである。これに順番に差の7を加えてゆくと、題意を満たすことになる。

[一九]今有圓材徑(頭)^{〔一〕}二尺一寸。欲以爲方。問(各)〈得〉^{〔二〕}幾何。

答曰、一尺五寸。淳風等謹按、開方除之、爲一尺四寸二十五分寸之二十一。

術曰、置徑尺寸數、以五乘之、爲實。以七爲法。實如法而一。

草曰、置二尺一寸、以五乘之、得一百五寸。以七除之、得一尺五寸。合前問。

校訂：〔一〕「徑頭」の語意、知り難い。あるいは「頭」は衍字か。

〔二〕南宋本は「各」に作るが、文意より「得」に改める。

訓読：今円材の径二尺一寸なる有り。以て方と為さんと欲す。問う、得ること幾何ぞ⁽⁸⁶⁾。

答に曰う、一尺五寸。(淳風等謹みて按ずるに、開方して之を除せば、一尺四寸二十五分寸之二十一と為る⁽⁸⁷⁾)。

術に曰う、径の尺寸の数を置き、五を以て之に乗じて実と為す。七を以て法と為す⁽⁸⁸⁾。実、法の如くして一とす。

草に曰う、二尺一寸を置き、五を以て之に乗じ、一百五寸を得。七を以て之を除せ

ば、一尺五寸を得。前問に合す。

注：(86) 本題と同類の算題が、『算数書』【9】「以圓材方」に載る。即ち、

以圓(圓)材方。以圓材爲方材。曰、大(太)四韋(圍)二寸廿(二十)五分寸十四。爲方材幾何。曰、方七寸五分寸三。術曰、因而五之爲實。令七而一、四〔而一〕。とあり、円周がわかっている時の方の直径を求めるもの。また、『孫子算経』上巻に、[五] 周三徑一。方五邪七。見邪求方、五之、七而一。見方求邪、七之、五而一。

とあり、正方形の方(一辺)の長さか邪(対角線)のどちらかが分かって入る時の、もう一方の求め方である。

(87) 李淳風は、方形の斜辺と一辺の比を $\sqrt{2} : 1$ とし、 $\sqrt{2}$ を $\frac{75}{53}$ と近似している。因って、一辺 $= 21 \div \frac{75}{53} = 14\frac{21}{25}$ となる。

(88) 正方形の一辺と対角線の比が近似値で $5 : 7$ となるのは、『九章』句股[一一]劉注[20]で「仮令に句・股各々五なれば弦冪五十、開方してこれを除せば七尺を得て余り一有りて尽きず。・・・故に「円三徑一」「方五斜七」は正に理を尽くし得ずと雖も、亦相近しと言うべきのみ」と概括されている。本題でも近似値 $5 : 7$ を踏襲している。

本題の具体的計算は、 $21 \text{寸} \times 5 = 105 \text{寸}$ 、 $105 \div 7 = 15 \text{寸}$ 。

「草曰」の計算法も「術曰」と全く同じである。

訳：今円材の直径2尺1寸のものがあり、方材(角材)としたい。問う、方は如何ほどになるか。

答えにいう、1尺5寸。(臣淳風等謹んで按じますに、開方すると、1尺4 $\frac{21}{25}$ 寸になる)。

術にいう、直径の尺寸の数を置き、5をこれに掛け、実とする。7を法とする。実を法で割れば、答えが得られる。

草にいう、2尺1寸を置き、5をこれに掛け、105寸が得られる。7でこれを割れば、1尺5寸が得られる。題意を満たす。

[二〇]今有泥、方一尺。欲爲彈丸、令徑一寸。問得幾何。

答曰、一千七百七十七枚九分枚之七。

術曰、置泥方寸數、再自乘、以十六乘之爲實。以九爲法。實如法得一。

草曰、置一尺爲十寸、再自乘、得一千。以十六乘之、得一萬六千、爲實。以九爲法。

除實、得一千七百七十七<枚>九分<枚>^[-]之七。合前問。臣淳風等謹按、密率、爲丸一千九百九枚十一分枚之一。

依密率、術曰、令泥方寸再自乘、以二十一乘之、爲實。以十一爲法。實如法而一、即得。又依密率、草曰、置泥方十寸、再自乘、得一千寸。以二十一乘之、得(二十一萬)<二萬一千>^[二]、爲實。以十一爲法。除之、得一千九百九枚十一分枚之一。合問^[三]。

校訂：[-] 南宋本は2箇所に「枚」を脱するが、上の「答曰」の通り、「枚」を入れるべきであろう。

[二] 「二十一萬」は計算上、「二萬一千」でなければならない。

[三] 「依密率術曰」以下の85字は、南宋本では、経文と同じ大きさで書かれているが、これは、李淳風が、かりに密率を採用すると、上の「術曰」以下の文言はどのようにすべきだ、さらに「草曰」以下の文言もこのようにすべきだとの考えを示したものの。

訓読：今泥、方一尺有り。彈丸と爲し、径をして一寸たらしめんと欲す⁽⁸⁹⁾。問う、得ること幾何ぞ。

答えに曰う、一千七百七十七枚九分枚の七。

術に曰う、泥の方寸の数を置き、再自乗して⁽⁹⁰⁾、十六を以て之に乗じて実と爲す。九を以て法と爲す。実、法の如くして一を得⁽⁹¹⁾

草に曰う、一尺を置き十寸と爲し、再自乗して、十六を以て之に乘じ、一万六千を得て、実と爲す。九を以て法と爲す。実を除し、一千七百七十枚九分枚の七を得。前問に合す。臣淳風等謹みて按ずるに、密率は、丸一千九百九枚十一分枚の一と爲す。

密率に依れば、術⁽⁹²⁾に曰う、泥の方寸をして再自乗し、二十一を以て之に乘じ、実と爲す。十一を以て法と爲す。実、法の如くして一とすれば、即ち得。又密率に依れば、草に曰う⁽⁹³⁾、泥の方十寸を置き、再自乗して、一千寸を得。二十一を以て之に乘じ、二万一千を得て、実と爲す。十一を以て法と爲す。之を除し、一千九百九枚十一分枚の一を得。問いに合す。

注：(89) 「彈丸」は鳥などを打つのに使うはじき球。『説苑』正諫に「黃雀延頸欲啄螳螂而不知彈丸在其下也」。球の体積は、『九章』少広「開立円」では、 $V = \frac{9}{16}R^3$ (近似値) で与えられている(『九章』訳注稿(12)の注(126)参照)。『張丘建』でもこれを踏襲している。今、直径1寸の球(本題では「彈丸」)の体積は、円周率を3として

$\frac{9}{16} \times 1^3$ であるので、 $\frac{9}{16}$ 立方寸である。なお、これを数える量詞に「枚」を用いているが、「枚」は漢代から六朝期にかけて用いられた、多種多様なものを数える量詞で、「箇」とほぼ等しい。

(90)「再自乗」とは3乗すること。『張丘建』では、上巻[二六]、下巻[二九][三〇][三一]にも見える。『九章』の少広章「開立方」の李淳風注にも「借一算歩之、超二位」者、立方求積、方再自乗」と見える（『九章算術』訳注稿）(11)の李注[38]参照。

(91)「術曰」以下の計算は以下の如し。

今泥が1立方尺あるので、これを寸に直すと、 $10^3 = 1000$ 立方寸。注(89)より、径1寸の弾丸の体積は $\frac{9}{16}$ 立方寸なので、 $1000 \div \frac{9}{16} = 1000 \times 16 \div 9 = 1777\frac{7}{9}$ 。「草曰」の計算もこれに同じ。

(92) 李淳風の云う祖沖之の「密率」とは、より簡便な「約率」、即ち $\frac{22}{7}$ を指す（『九章算術』訳注稿(3)の注(84)参照）。以下は、李淳風が、密率（約率）を用いた場合、上の「術曰」と「草曰」の記述はこのように変えるべきとの考えを示したもの。

球の体積は $V = \frac{\pi}{6} R^3$ であるので、 $\pi = \frac{22}{7}$ 、 $R = 1$ 寸を代入すると、 $V = \frac{22}{6 \times 7} \times 1^3 = \frac{11}{21}$ 立方寸となる。これで、1000立方寸の泥を割ればよい。即ち、 $1000 \div \frac{11}{21} = 1000 \times 21 \div 11 = 1909\frac{1}{11}$ 個となる。

(93) 以下の記述は、李淳風が細草の記述法になぞらえて、円周率を $\frac{22}{7}$ として計算する過程を記したもの。計算は(92)と同じ。

訳：今一辺1尺の立方体の泥がある。これではじき球を作り、その直径を1寸にしたい。問う、はじき球はいかほど出来るか。

答えにいう、 $1777\frac{7}{9}$ 個。

術にいう、泥の一辺の寸数を3乗し、16をこれに掛けて実とする。9を法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、1尺を置いて10寸とし、3乗して、1000が得られる。16をこれに掛けると、16000が得られ、実とする。9を法とする。実をこれで割れば、 $1777\frac{7}{9}$ 個が得られる。題意を満たす。（臣淳風等謹んで按じますに、密率を用いると、答えは $1909\frac{1}{11}$ 個となる。密率に基づく術にいう、今泥の一辺の寸数を3乗して、泥の一辺の長さ1尺を寸に直して3乗し、これに21を掛けて実とする。11を法とする。実を法で割れば、答えが得られる。また密率による草にいう、泥一辺10寸を置き、3乗すると1000立方寸が得られる。これに21を掛けると、21000が得られ、実とする。11を法とし、これを割ると、 $1909\frac{1}{11}$ 個が得られる。題意を満たす）。

[二一] 今有客不知其數。兩人共盤、少兩盤。三人共盤、長三盤。問客及盤各幾何。答曰、客三十人、十三盤。

術曰、以二乘少盤、三乘長盤、併之爲盤數。倍之、又以二乘少盤數増之、得人數。草曰、置二人於右上、少兩盤於右下。置三人於左上、置剩三盤於左下。各以人乘盤、右下得四、左下得九、併之得一十三盤數。別置少盤二、以剩盤三乘之、得六。更併少剩盤乘之、得三十人。合前問。

訓読：今客有り、その数を知らず。兩人盤を共にすれば、兩盤少なし。三人盤を共にすれば、三盤を^{あま}長す⁽⁹⁴⁾。問う、客及び盤各々幾何ぞ。

答えに曰う、客三十人、十三盤。

術に曰う⁽⁹⁵⁾、二を以て少なき盤に乘じ、三もて長りし盤に乘じ、之を併せて盤数と爲す。之を倍し、又二を以て少なき盤の数に乘じて之を増し、人数を得。

草に曰う⁽⁹⁶⁾、二人を右上に、少なき兩盤を右下に置く。三人を左上に置き、剩りし三盤を左下に置く。各々人を以て盤に乘じ、右下に四を得、左下に九を得、之を併せて一十三の盤数を得。別に少なき盤二を置き、剩りし盤の三を以て之に乗ずれば、六を得。更に少なきと剩りし盤を併せて之に乗ずれば、三十人を得。前問に合す。

注：(94) 「長」は本題では、余すの義。『集韻』去声下四十一に「長、度長短曰長。一曰、餘」。下文の「草曰」では「剩盤」と「剩」字が用いられている。なお、「少」も「長」と対義をなし、足りない、不足するの義。

(95) 「術曰」以下の考え方は、盈不足算と同じである。計算は以下のごとし。

1 盤に 2 人だと、2 盤不足する。即ち、 $2 \times 2 = 4$ 人分が不足する。

1 盤に 3 人だと、3 盤余る。即ち、 $3 \times 3 = 9$ 人分余る。

そこで、盈不足の公式、

$$3 \quad 2$$

9 4 を置いて縦乗すると、 $2 \times 9 = 18$ $3 \times 4 = 12$ となり、

$18 + 12 = 30$ 人で客数が出る。

「術」では、先に $4 + 9 = 13$ で、盤数を出し、それから、 $13 \text{ 盤} \times 2 \text{ 人} + 2 \times 2 = 30$ 人と客数を出している。

(96) 「草曰」の計算は、盤数を出すまでは、「術曰」に同じ。

そこから、 $12 + 18$ を $2 \times 3 (3 + 2) = 30$ 人として客数を出している。これだと、算題の設問中に見える「兩人」「三人」だけで答えを示すことが出来るという意味

であろうか。

訳：今客がいるがその人数は分からない。2人が1盤を共用すれば、2盤不足する。3人が1盤を共用すれば、3盤余る。問う、客数および盤数は各々いかほどか。

答えにいう、客は30人。13盤。

術にいう、2を足りない盤数に掛け、3を余った盤数に掛け、これらを合せると盤数となる。この盤数を倍にし、また2を足りない盤数に掛けた数をこれに足すと、人数が得られる。

草にいう、2人を右上に、足りない2盤を右下に置く。3人を左上に置き、余った3盤を左下に置く。それぞれ人数を盤数に掛けると、右下では4が得られ、左下では9が得られ、これを併せて13盤数を得る。別に足りない盤の2を置き、余った盤の3に掛けると、6が得られる。さらに足りない盤の2と余った盤の3を併せた5を6にかけると30人が得られる。題意を満たす。

[二二]今有女善織、日益功疾。初日織五尺。今一月日織九(疋)<匹>〔一〕三丈、問日益幾何。

答曰、五寸二十九分寸之十五。

術曰、置今織尺數、以一月日而一。所得、倍之。又倍初日尺數、減之、餘爲實。以一月日數、初一日減之、餘爲法。實如法得一。

草曰、置九(疋)<匹>、以(疋)<匹>法乘之、内三丈、得三百九十尺。以一月三十日除之、毎日得一丈三尺。倍之、得二丈六尺。又倍初日尺數、得一丈。減之、餘一丈六尺爲實。又置一月三十日、減一日、得二十九日爲法。除之、得五寸二十九分寸之十五。合前問。

校訂：〔一〕南宋本が用いる「疋」は俗字、正字の「匹」に改める。「草曰」中の「疋」も同じ。以下の算題中に見える「疋」は、一々断らないが、すべて「匹」に改める。

訓読：今女の善く織る有り、日に功を益して疾し⁽⁹⁷⁾。初日に五尺を織る。今一月の日に九匹三丈を織る。問う、日に益すこと幾何ぞ。

答えに曰う、五寸二十九分寸の十五。

術に曰う、今織るの尺数を置き、一月の日を以て一とす⁽⁹⁸⁾。得る所は、之を倍す。又初日の尺数を倍し、之より減じ、余りを実と為す。一月の日数を以て、初めの一日

は之を減じ、余りを法と為す。実、法の如くして一を得⁽⁹⁹⁾。

草に曰う、九匹を置き、匹法を以て之に乘じ、三丈を内れ⁽¹⁰⁰⁾、三百九十尺を得。一月の三十日を以て之を除せば、日毎に一丈三尺を得。之を倍し、二丈六尺を得。又初日の尺数を倍して、一丈を得。之を減じ、余り一丈六尺を実と為す。又一月三十日を置き、一日を減じ、二十九日を得て法と為す。之を除せば、五寸二十九分の十五を得。前問に合す⁽¹⁰¹⁾。

注：(97)「日に功を益して疾し」とは、 x を1日の益す分だとすると、初日は5尺、2日目は $(5+x)$ 尺、3日目は $(5+2x)$ 尺、4日目は $(5+3x)$ 尺、・・・、30日目は $(5+29x)$ 尺と云うように増えてゆくことをいう。

(98)「一月」はひと月のこと、よって「一月の日」は30日のこと。

(99)「術曰」以下の計算は以下のごとし。(この計算は等差数列の公差を求める問題である)。

①下図のような長方形を設定する。この長方形の半分が、9匹3丈(=390尺)となる。390尺を30日で織ったのだから、1日平均、 $390 \div 30 = 13$ 尺織ったこととなる。

②これを2倍すると26尺、これが長方形の縦一片の長さとなる。

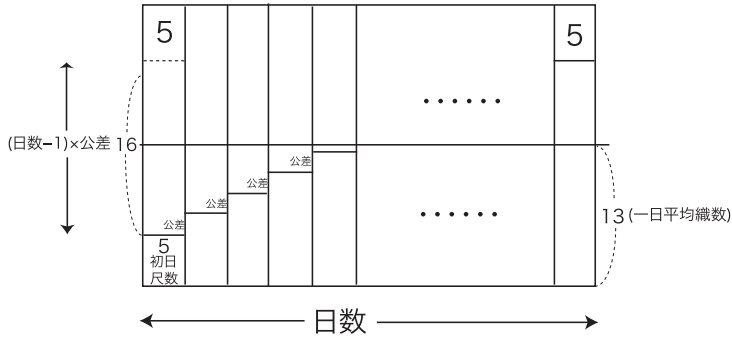
③この縦一片の長さから、5尺を2倍した10尺を引くと、16尺となり、これが30日目の織り数から5尺を引いた織り量となる。

④この織り量は初日を除いた29日間で等分に増えた分なので、29で割ると、1日の伸び分、公差が求まる。即ち、 $16 \div 29 = \frac{16}{29}$ 尺 $=5\frac{15}{29}$ 寸。

なお、これと同種の計算法は、程大位『算法統綜』巻八で「堆塚」と呼ばれている。和算では、「杉形算」「俵杉算」と呼ばれ、『塵劫記』巻一の第十二に類題が載る。

(100)「匹法」とは、[八]題の注(42)に見える「歩法」「里法」などと同様に、「匹」を尺の換算する数。1匹=4丈=40尺なので、40が「匹法」である。まず、9匹 \times 40=360尺とし、これに3丈=30尺を加えて390尺とする。

(101)「草曰」の計算法も全く「術曰」の方法と同じである。



訳：機織の上手な女がいて、日に仕事量が増えて織るのが速くなる。初日に5尺を織った。

今1ヶ月の日数で9匹3丈を織った。問う、日にどれほど増したか。

答えにいう、 $5\frac{15}{29}$ 寸。

術にいう、今1ヶ月の日数30日で織った尺数を置いて、1ヶ月の日数で割る。得られた数を倍にする。また初日の尺数を倍にして、これから引いて、余りを実とする。1ヶ月の日数から初めの一日を引き、余りを法とする。実を法で割れば答えが得られる。

草にいう、9匹を置き、匹法300をこれに掛け、3丈もこれに加えると、390尺が得られる。1ヶ月30日でこれを割ると、毎日の平均分1丈3尺が得られる。これを倍にすると、2丈6尺が得られる。また、初日の尺数を倍にし、1丈が得られる。これを2丈6尺から引くと、余りは1丈6尺、これを実とする。また、1ヶ月30日を置き、ここから1日を引いて、29日が得られ、これを法とする。実を法で割れば、 $5\frac{15}{29}$ 寸が得られる。題意に合す。

[二三]今有女子不善織。日減功遲。初日織五尺、末日織一尺。今三十日織訖。問織幾何。

答曰、二匹一丈。

術曰、併初・末日織尺數、半之。餘、以乘織訖日數、即得。

草曰、置初日五尺、訖日一尺、併之得六。半之得三。以三十日乘之、得九十尺。

合前問。

訓読：今女子有り、善く織らず。日に功を減じて遅し。初日五尺を織り、末日に一尺を織る。今三十日にして織り訖る。問う、織ること幾何ぞ。

答えに曰う、二匹一丈。

術に曰う、初・末日の織る尺数を併せ、之を半にす。余は、織り訖る日数に乗ずれば、即ち得⁽¹⁰²⁾。

草に曰う、初日の五尺、訖る日の一尺を置き、之を併せて六を得。之を半にして三を得。三十日を以てこれに乗じて、九十尺を得。前問に合す。

注：(102) この計算の考え方は、初日と末日の平均値、即ち30日の中間日の1日の功をまず求める。これに30日を掛ければ、30日分の功が求められる。

計算は、 $(5 + 1) \div 2 = 3$ (中間日の功) $3 \times 30 = 90$ 尺 (30日分の功) 90 尺 = 9 丈 = 2 匹 1 丈。

「草日」も全く同じ計算である。

訳：今織るのが下手な女子がいる。日に仕事量が減って織るのが遅くなる。初日は5尺を織ったが、末日は1尺となった。今、30日で織り終わった。問う、30日でどれほど織ったか。

答えにいう、2匹1丈。

術にいう、初日と末日に織った尺数を併せ、これを半分にする。余りは、織り終わった日数に掛ければ、答えが得られる。

草にいう、初日の5尺と終った日の1尺を置き、これを併せて6を得る。これを半分にして、3を得る。これに30日を掛ければ、90尺が得られる。題意を満たす。

[二四]今有絹一匹買紫草三十斤、染絹二丈五尺。今有絹七匹、欲減買紫草、還自染餘絹。問減絹・買紫草各幾何。

答曰、減絹四匹一丈二尺十三分尺之四、買草一百二十九斤三兩一十三分兩之九。

術曰、置今有絹匹數、以本絹一匹尺數乘之、爲減絹實。以紫草三十斤乘之、爲買紫草實。以本絹尺數併染尺爲法。實如法得一。其一術、盈不足術爲之、亦得。

草曰、置絹七匹、以匹法乘之、得二百八十尺。又以買草絹一匹四十尺乘之、得一萬一千二百尺、爲減絹實。以本絹尺數[併染尺][一]六十五尺爲法。除實得一百七十二尺、法與餘皆倍之、得一十三分尺之四。又置二百八十尺、以紫草三十斤乘之、得八千四百斤、爲買草實。亦以六十五尺爲法。除之、得一百二十九斤。餘不盡者、十六乘之、得二百四十、又以法除之、得三兩。餘與法皆倍之、得一十三分兩之九。合前問。

校訂：〔一〕術文に「以本絹尺數併染尺爲法」とあるに従って、「併染尺」の三字を入れる。

訓読：今絹一匹有り、紫草⁽¹⁰³⁾三十斤を買い、絹二丈五尺を染む。今絹七匹有り、減じて⁽¹⁰⁴⁾紫草を買い、還りて自ら余りの絹を染めんと欲す。問う、絹を減ずる・紫草をかう、各々幾何ぞ。

答えに曰う、絹を減ずること四匹一丈二尺十三分尺之四、草をかうこと一百二十九斤三兩一十三分兩の九。

術に曰う、今有る絹の匹数を置き、本の絹一匹の尺数を以て之に乘じ、減ずる絹の実と為す。紫草三十斤を以て之に乘じ、かう紫草の実と為す。本の絹の尺数を以て染むる尺に併せて法と為す。実、法の如くして一を得⁽¹⁰⁵⁾。其の一術、盈不足術もて之を為すも亦た得⁽¹⁰⁶⁾。

草に曰う、絹七匹を置き、匹法⁽¹⁰⁷⁾を以て之に乘じ、二百八十尺を得。又草をかう絹一匹四十尺を以て之に乘じ、一万一千二百尺を得て、減ずる絹の実と為す。本の絹の尺数を以て染むる尺⁽¹⁰⁸⁾に併せし六十五尺を法と為す。実を除して一百七十二尺を得、法と余りとは皆之を倍して⁽¹⁰⁹⁾、一十三分尺の四を得。又二百八十尺を置き、紫草三十斤を以て之に乘じて、八千四百斤を得て、草をかうの実と為す。亦た六十五尺を以て法と為す。之を除して、一百二十九斤を得。余りの尽きざる者は、十六もて之に乘じ、二百四十を得、又法を以て之を除して、三兩を得。余りと法とは皆之を倍して、一十三分兩の九を得⁽¹¹⁰⁾。前問に合す。

注：(103)「紫草」は、和名むらさき。根は紫色の染料となる。『本草』卷八「紫草」に引く『図経』云「其根所以染紫也」。

(104)「減」字の後に「絹七匹」が略されている。「絹七匹」より紫草をかう分を減らすのである。

(105) この算題の考え方と計算は、以下の通り。

①ももとの絹1匹(40尺)と染めるのに使った絹2丈5尺の合計は65尺。これと紫草を買ったももとの絹1匹(=40尺)の比は、今有る絹7匹(=280尺)とその中から紫草をかうのに当てる分との比となる。因って、紫草をかうのに当てる分の絹を x 尺とすると、 $65:40=280:x$ となる。因って、 $x=280尺 \times 40尺 \div 65尺$ となる。この式のうち、 $280尺 \times 40尺$ が、術日中の「今有る絹の匹数を置き、本の絹一匹の尺数を以て之に乘じ、減ずる絹の実と為す」で、法の65は、②と共通なので、後に書いている。計算は、 $x=280 \times 40 \div 65=172\frac{4}{13}$

尺となる。

- ②もともと絹1匹 (=40尺) で紫草30斤を買い、それで絹2丈5尺 (=25尺) を染めたのだから、絹1匹と2丈5尺の合計(65尺)と紫草30斤の比が、今有る絹7匹 (=280尺) と買った紫草の斤数の比となる。因って、買った紫草の斤数を y とすると、 $65:30=280:y$ となる。因って、 $y=280尺 \times 30斤 \div 65尺$ となる。この式のうち、 $280尺 \times 30斤$ が、「紫草三十斤を以て之に乘じ、買う紫草の実と為す。本の絹の尺数を以て染むる尺に併せて法と為す」で、この文中の「之」は術曰のすぐ後ろにある「今有る絹の匹数」を指している。また、「実、法の如くして一を得」は、①と②両方の割り算を意味している。②の計算は、 $280尺 \times 30斤 \div 65尺 = 129\frac{3}{13}斤 = 129斤 3\frac{9}{13}両$ となる。

「草曰」以下の計算もこれらと同じである。

これと同種の算題が、和算書に見える。戸板保佑『算梯』(安永9年)の巻6下に、今有羅紗三百三十六丈。欲染大紅。只云、羅紗七尺換花、染得一十一丈三尺。出羅紗、染羅紗、問各若干。

とあるのがそれである。

(106) 盈不足術による解法は以下の通り。

- ①紫草を買う分の絹を160尺とすると、絹40尺で紫草30斤なので、紫草は120斤買える。120斤で染めることができる絹は $25尺 \times 4 = 100尺$ 。160尺と100尺の和が260尺となり、絹7匹(280尺)に20尺不足する。
- ②次に、紫草を買う分の絹を200尺とすると、絹40尺で紫草30斤なので、紫草は150斤買える。150斤で染めることができる絹は $25尺 \times 5 = 125尺$ 。200尺と125尺の和325尺となり、絹7匹(280尺)に45尺余る。

- | | | | | | | | |
|----|--------|---|-------|-----|--------|----|-------|
| ③絹 | 160尺 | 絹 | 200尺 | ④紫草 | 120斤 | 紫草 | 150斤 |
| | 不足 20尺 | | 盈 45尺 | | 不足 20尺 | | 盈 45尺 |

因って、③の盈不足の公式から、 $(200 \times 20 + 160 \times 45) \div (20 + 45) = 172\frac{4}{13}尺$ と紫草を買う分の絹の尺数が求まる。

また、④の公式から、 $(150 \times 20 + 120 \times 45) \div (20 + 45) = 129\frac{3}{13}斤$ と買う紫草の斤数が求まる。

(107) 「匹法」は、注(100)を参照。

(108) 「染尺」とは紫草30斤で染めることが出来る尺数のこと。これを、紫草30斤を買うのに使った絹と併せると65尺になると云うこと。

(109) $11200 \div 65 = 172\frac{20}{65}斤$ となる。 $\frac{20}{65}$ は分母分子を各々倍にして、 $\frac{40}{130}$ とすると、10

で割って、簡単に $\frac{4}{13}$ が得られる。

(110) $8400 \div 65 = 129\frac{15}{65}$ 斤となる。1斤=16兩なので、 $15 \times 16 = 240$ となり、これを65で割ると、 $3\frac{45}{65}$ 兩となる。 $\frac{45}{65}$ は分母・分子を倍にすると、 $\frac{90}{130}$ となり、10で割って、 $\frac{9}{13}$ が容易に得られる。

訳：今絹1匹が有ると、これで紫草30斤が買え、これで2丈5尺の絹を染めることができる。今絹が7匹有り、この中から幾分かを引いて紫草を買い、帰って自分で余りの絹を染めようとする。問う、引く絹の分とそれで買う紫草は各々どれほどか。

答えにいう、引く絹は4匹1丈2 $\frac{4}{13}$ 尺。それで買う紫草は129斤3 $\frac{9}{13}$ 兩。

術にいう、今有る絹の匹数を置き、元の絹1匹の尺数をこれに掛けて、引く絹の実とする。紫草30斤をこれに掛けて、買う紫草の実とする。元の絹の尺数を染める尺数に併せて法とする。各々の実を法で割ると答えが得られる。その別術として、盈不足術で計算しても答えが得られる。

草にいう、絹7匹を置いて、匹法40をこれに掛けると、280尺が得られる。また紫草を買うための絹1匹、即ち40尺をこれに掛けると、11200尺が得られ、これを引く絹の実とする。元の絹の尺数を染める尺に併せた65尺を法とする。実を法で割れば172尺が得られ、法と余りを倍にして(10で割ると) $\frac{4}{13}$ が得られる。また280尺を置いて、紫草30斤をこれに掛けると、8400斤が得られ、買う紫草の実とする。また65尺を法とする。法で実を割ると、129斤が得られ、余りの割り切れないものは、16をこれに掛けて、240が得られ、法でこれを割ると、3兩が得られ、余りと法はそれぞれ倍にして、(10で割ると)、 $\frac{9}{13}$ 兩が得られる。題意を満たす。

[二五]今有生絲一斤、練之折五兩。練絲一斤、染之出三兩。今有生絲五十六斤八兩七分兩之四。問染得幾何。

答曰、四十六斤二兩四百四十八分兩之二百二十三。

術曰、置一斤兩數、以折兩數減之。餘、乘今有絲斤兩之數。又以出兩數併一斤兩數乘之、爲實。一斤兩數自乘、爲法。實如法得一兩數。

草曰、五十六斤、以兩法十六乘之、内子八兩、得九百四兩。又以分母七乘之、内子四、得六千三百三十二兩爲實。又以練率十一・染率十九相乘、得二百九。以乘其實、得一百三十二萬三千三百八十八爲積。以十六(相)〈自〉乘^[-]、得二百五十六。又以分母七乘之、得一千七百九十二爲法。除積、得七百三十八兩、餘與法皆再折、得[四百]^[二]四十八分兩之二百二十三。若求練絲、折法、置積兩、以十(六)〈一〉

乗、以十(一) <六>除^[三]、得絲數。

校訂：〔一〕南宋本は「以十六相乗」に作るが、後ろに「得二百五十六」とあるので、ここは「以十六自乗」でなければならない。

〔二〕計算から見て、南宋本は「四百」を脱している。

〔三〕計算から見て、「十六」の「六」は「一」で、「十一」の「一」は「六」である。注(116)参照。

訓読：今生糸一斤有り、之を練れば折る⁽¹¹¹⁾こと五両。練糸一斤は、これを染むれば出づること三両。今生糸五十六斤八両七分両の四有り。問う、染め得ること幾何ぞ。

答に曰う、四十六斤二両四百四十八分両の二百二十三。

術に曰う、一斤の両数を置き、折りし両数を以て之より減ず。余りは今有る糸の斤の両数に乗ず。又出づる両数を以て一斤の両数に併せ之に乗じて実と為す。一斤の両数は自乗して法と為す。実、法の如くして一両数を得⁽¹¹²⁾。

草に曰う、五十六斤を置き、両法十六を以て之に乗じ、子の八両を内れ、九百四両を得。又分母の七を以て之に乗じ、子の四を内れ、六千三百三十二両を得て実と為す。又練率十一・染率十九⁽¹¹³⁾を以て相乗じ、二百九を得。以て其の実に乗じて一百三十二万三千三百八十八を得て積と為す⁽¹¹⁴⁾。十六を以て自乗し、二百五十六を得。又分母七を以て之に乗じ、一千七百九十二を得て法と為す。積を除し、七百三十八両を得、余りは法と与に皆再折して⁽¹¹⁵⁾、四百四十八分両の二百二十三を得。練糸を求むるが若きは、法を折らし、積両を置き、十一を以て乗じ、十六を以て除せば、糸数を得⁽¹¹⁶⁾。

注：(111) この「折」は、差し引く、減るの義。本『算經』下 [二五] に「問折粟、與粟各幾何」とある「折」がこれと同義である。『九章算術』方程 [八] の劉注 [25] 「此中行買賣相折、錢適足、故但互買賣算而已、故下無錢直也」の「折」がこの義に近い。この「折」と反義で、後ろの「出」は増える、益すの義。

(112) 「術曰」の考え方と計算は以下の如し。

生糸1斤 = 16両 → 練糸11両 練糸16両 → 染糸19両。よって、生糸 : 練糸 = 16 : 11。練糸 : 染糸 = 16 : 19。これより、生糸 : 練糸 : 染糸 = 16 × 16 : 11 × 16 : 11 × 19 となる。今、生糸が56斤 $8\frac{4}{7}$ 両 = $904\frac{4}{7}$ 両だから、染糸を x とすると、生糸と染糸には、次の比例が成り立つ。即ち、 $16 \times 16 : 11 \times 19 = 904\frac{4}{7}$ 両 : x 両。よって、

$$x = 11 \times 19 \times 904 \frac{4}{7} \text{兩} \div (16 \times 16) = 11 \times 19 \times 6332 \div (256 \times 7) = 738 \frac{892}{1792} = 738 \frac{223}{448}$$

$$\text{兩} = 16 \text{斤} 2 \frac{223}{448} \text{兩}。$$

なお、この算題の類題に『九章算術』均輸 [一〇] があり、そこでは、絳 1 斤 (16 兩) が練糸 12 兩に、練糸 1 斤が青糸 1 斤 12 兩になるという設定である。

(113) 「練率十一」とは、生糸 1 斤 = 16 兩が練糸 11 兩になる比率を云う。「染率十九」とは、練糸 1 斤 = 16 兩が染糸 19 兩になる比率を云う。

(114) この算題においては、 $904 \frac{4}{7}$ 兩を通分内子した分子を「実」と呼んだので、さらにこの「実」に、 19×11 を乗じた被除数を「積」と呼んだのであろう。『算数書』旋粟題に、円錐の体積を求める計算で、36 で割られる前の仮の体積を「大積」と呼んでいる例がある。

(115) $1323388 \div 1792 = 738$ と余り $\frac{892}{1792}$ となる。この分子・分母を半分にし、さらに半分にして、 $\frac{223}{448}$ にする。このように、半分にするのを 2 回繰り返すのを「再折」と呼んでいる。「折」を半分にする義で用いるのは、『九章算術』方田「宛田」劉注 [48] に「按、方錐下六尺、則方周二十四尺、以五尺乘而半之、則亦方錐之見霧。故求圓錐之數、折徑以乘下周之半、即圓錐之霧也」と見える。

(116) 練糸を求める場合は、生糸と練糸の比率は 16 : 11 なので、生糸 56 斤 $8 \frac{4}{7}$ 兩を兩に直し、 $904 \frac{4}{7}$ 兩 (これを「積兩」と呼んでいる) とし、 $16 : 11 = 904 \frac{4}{7} \text{兩} : x$ として、 $x = 904 \frac{4}{7} \text{兩} \times 11 \div 16$ の計算をすればよい。草の原文では「十六を以て乗じ、十一を以て除せば」と述べているが、これは「十一を以て乗じ、十六を以て除せば」の誤りである。

この時、法は、染糸を求めるときのように 16 を自乗する必要はなく、直接 16 で割ればよい。これを「草」では「法を折らし」と云っている。この「折」は、注 (111) で述べた「減じる」の義である。

訳：今生糸 1 斤があり、これを練ると重量が 5 兩減る。練糸 1 斤は、染めると重量が 3 兩増える。今生糸 56 斤 $8 \frac{4}{7}$ 兩がある。問う、染めるとどれほどの重量になるか。

答えにいう、46 斤 $2 \frac{223}{448}$ 兩。

術にいう、1 斤の兩数を置き、減る兩数をこれから引く。余りは今ある生糸の斤兩の兩数に掛ける。また増える兩数を 1 斤の兩数に併せてこれに掛けて実とする。1 斤の兩数は自乗して法とする。実を法で割れば兩数を単位とする答えが得られる。

草にいう、56 斤を置き、兩法 16 をこれに掛け、8 兩を加えると 904 兩が得られる。また分母の 7 をこれに掛け、分子の 4 を加えると、6332 兩が得られ、実とする。また

練率11と染率19を掛け合わせると、209が得られる。これを実に掛けると、1323388が得られ、これを積とする。16を自乗すると256が得られる。またこれに分母の7を掛けると、1792が得られて、これを法とする。法で積を割ると、738両が得られ、余りは法とともに2回半分にすれば、 $\frac{223}{448}$ 両が得られる。この時の練糸を求めるのは、法を11に減らし、積両 $904\frac{4}{7}$ 両を置き、11をこれに掛け、16で割れば、練糸の数が得られる。

[二六] 今有鐵十斤、一經入爐得七斤。今有鐵三經入爐、得七十九斤一十一兩。問未入爐本鐵幾何。

答曰、二百三十二斤五兩四銖三百四十三分銖之二百八十四。

術曰、置鐵三經入爐得斤兩數、以十斤再自乘、乃乘上爲實。以七斤再自乘爲法。實如法而得一。

草曰、置三經入爐得七十九斤、以十六乘之、内一十一兩、得一千二百七十五兩。以十斤再自乘、得一千。以乘之、得一百二十七萬五千爲實。以七斤再自乘(七兩)^[一]、得三百四十三爲法。以除實、得三千七百一十七兩、餘六十九。以二十四乘之、得一千六百五十六。又以法除之、得四銖三百四十三分銖之二百八十四。又以十六除所得兩數、得二百三十二斤五兩。併前銖零、合前問。

校訂：[一] 南宋本に「七兩」の二字があるが、計算上から衍字である。今削る。

訓読：今鉄十斤有り、一たび炉に入るを経て七斤を得。今鉄三たび炉に入るを経て、七十九斤一十一兩を得。問う、未だ炉に入れざる本の鉄は幾何ぞ。

答に曰う、二百三十二斤五兩四銖三百四十三分銖の二百八十四。

術に曰う、鉄の三たび炉に入るを経て得し斤の両数を置き、十斤を以て再自乗し⁽¹¹⁷⁾、乃ち上⁽¹¹⁸⁾に乗じて実と為す。七斤を以て再自乗して法と為す。実、法の如くして一を得⁽¹¹⁹⁾。

草に曰う、三たび炉に入るを経て得し七十九斤を置き、十六を以て之に乘じ、一十一兩を内れ、一千二百七十五兩を得。十斤を以て再自乗し、一千を得。以て之に乘じて、一百二十七萬五千を得て実と為す。七を以て再自乗し、三百四十三を得て法と為す。以て実を除し、三千七百一十七兩を得、余りは六十九。二十四を以て之に乘じ⁽¹²⁰⁾、一千六百五十六を得。又法を以て之を除し、四銖三百四十三分銖の二百八十四を得。又十六を以て得る所の両数を除し、二百三十二斤五兩を得。前の銖

の零⁽¹²¹⁾に併すれば、前問に合す。

注：(117)「再自乗」は3乗すること。本卷〔二〇〕題の注(90)参照。

(118)「上」は普通であれば「之」というところであるが、算盤上で1275両が上に、10の3乗したものがその下にあるので、「上」と言ったのであろう。

(119) この算題の考え方と計算は以下の如し。

一たび炉を経ると、10斤が7斤となるので、三たび経ると元の重量は、 $\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{7^3}{10^3}$ となる。元の重量を x とすると、 $x \times \frac{7^3}{10^3} = 79$ 斤11両(=1275両)。よって、 $x = 1275 \times 10^3 \div 7^3 = 3717\frac{69}{343}$ 両。これを斤と銖に直すと、232斤5両4 $\frac{284}{343}$ 銖となる。

この算題と同種の問題は、『算数書』【54】負米や『九章算術』均輸〔二七〕に見える。

(120) 69両に24を掛けるのは、1両=24銖だからである。

(121)「零」とは細かい数や分数を云う。今、232斤5両に対して、両に満たない $\frac{284}{343}$ 銖が「零」たることを云う。『九章算術』盈不足の劉注に「若兩設有分者、齊其子、同其母。此問兩設俱見零分、故齊其子、同其母」とあり、「零分」は細かい分数の意。(『九章算術』訳注稿(21))の注(15)参照。

訳：今鉄10斤があり、炉に一度入れると7斤となる。今三度炉に入った鉄があり、その重量は79斤11両となった。問う、まだ炉に入れなかった元の鉄はどれほどであったか。

答えにいう、232斤5両4 $\frac{284}{343}$ 銖。

術にいう、三度炉に入った鉄の斤の両数を置き、10斤を3乗して、それを上に置いた鉄の両数に掛けて実とする。7斤を3乗して法とする。実を法で割れば答えが得られる。

草にいう、三度炉に入って得られた79斤を置き、16をこれに掛け、11両を加えると1275両が得られる。10斤を3乗すると、1000が得られ、1275両に掛けると、1275000が得られ、実とする。7斤を3乗すると343が得られ、法とする。これで実を割ると、3717両が得られ、余りは69となる。これに24を掛けると、1656が得られ、また法の343でこれを割ると、4 $\frac{284}{343}$ 銖が得られる。また、得られた両数3717を16で割ると、232斤5両が得られ、前に得られた銖の細かいのと併せると、題意を満たす。

〔二七〕今有絲一斤八兩直絹一匹。今持絲一斤、(裨)〈裨〉^[-]錢五十、得絹三丈。今有錢一千、問得絹幾何。

答曰、一匹二丈六尺六寸(太) <大>[-]半寸。

術曰、置絲一斤兩數、以一匹尺數乘之、以絲一斤八兩數而一。所得、以減得絹尺數、餘以一千錢乘之、爲實。以五十錢爲法。實如法得一。

草曰、置絲一十六兩、以四十尺乘之、得六百四十。以一斤八兩通爲二十四兩、爲法。除之、得二丈六尺六寸(太) <大> [-]半寸、爲絲所得之絹。以減三丈、餘三尺三寸少半寸、爲錢之所直。以三尺三寸、三因之、内子一、得十尺。以乘一千錢、得一萬尺。又以(裨)<裨>[-]錢五十、以三因之、得一百五十爲法。除實、得六丈六尺六寸(太) <大> [-]半寸。合前問。

校訂：[-]「裨」は「裨」に作るべし。注(123)参照。

[-]「太」は「大」に代える。以下に2か所が「太」に作られているが、同じく「大」とする。ただ、漢代では、「大」と「太」は同字。

訓読：今糸一斤八兩有り、絹一匹に直いす⁽¹²²⁾。今糸一斤を持ち、錢五十を裨^{おぎな}い⁽¹²³⁾、絹三丈を得。今錢一千有り、問う、絹を得ること幾何ぞ。

答えに曰う、一匹二丈六尺六寸大半寸。

術に曰う、糸一斤の両数を置き、一匹の尺数を以て之に乘じ、糸一斤八の両数⁽¹²⁴⁾を以てして一とす。得る所は、以て得し絹の尺数より減じ、余りは一千錢を以て之に乘じ、実と為す。五十錢を以て法と為す。実、法の如くして一を得⁽¹²⁵⁾。

草に曰う、糸一十六を置き、四十尺を以て之に乘じ、六百四十を得。一斤八兩を以て通じて二十四兩と為し⁽¹²⁶⁾、法と為す。之を除せば、二丈六尺六寸大半寸を得、糸の得る所の絹と為す。以て三丈より減じ、余りの三尺三寸少半寸は、錢の直いする所と為す。三尺三寸を以て、三もて之に因し⁽¹²⁷⁾、子の一を内れ、十尺を得。以て一千錢に乗じて、一万尺を得。又裨^{おぎな}いし錢五十を以て、三を以て之に因し、一百五十を得て法と為す。実を除せば、六丈六尺六寸大半寸を得⁽¹²⁸⁾。前問に合す。

注：(122)「直」は、あたいるの義。「値」に通じる。『九章算術』方田[二一]劉注[26]

「此田有廣從、難以廣論。設有問者曰、馬二十匹、直金十二斤」の「直」と同義。

(123)「裨」は「裨」の訛字。文脈から衣旁でなければならぬ。『説文』卷八上衣部「裨、接、益也」、『国語』晋語八「子若能以忠信贊君、而裨諸侯之闕」韋注「裨、補也」。

(124)原文は「以絲一斤八兩數」である。ここは「兩」の下にさらに「兩」字があるべきであるが、「兩」字の後ろに重文符号が脱落したか、あるいは「一斤八」で「一

斤八兩」を表しているのであろう。今、後者とみて訓読しておく。

(125) この算題の考え方と計算は以下の如し。

糸1斤8兩(=24兩)で絹1匹(=40尺)なのだから、糸1斤(=16兩)で得られる絹の長さを x とすると、 $x=40尺 \times 16兩 \div 24 = \frac{80}{3}尺$ となる。この絹の長さを得た絹の長さ3丈(=30尺)から引くと、増えた絹は $30 - \frac{80}{3} = \frac{10}{3}尺$ 。これが50銭にあたるので、1000銭にあたる絹は、 $y = \frac{10}{3}尺 \times 1000 \div 50 = \frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}尺 = 6丈6尺6\frac{2}{3}寸$ 。

(126) 「通じて」とは、上の単位を崩して下の単位に合計すること。本巻[九]題に「置一十九里、以三百通之、内子一百五十歩、得五千八百五十歩」の「通」も同義。(注(46)参照)。

(127) この「因」は掛け算をする義で、特に1桁を掛ける場合に用いる。「草」中では頻繁に用いられている。『孫子算経』巻中[一六]題の注(42)参照。

(128) 「草曰」以下の計算も基本的に「術曰」と同じであるが、「三尺三寸を以て、三もて之に因し、子の一を内れ、十尺を得」とは、帯分数を通分して、分数の分子だけを取り出す。分母の方は、後で法に3を掛けることで処理するというもの。分数計算を避ける処置である。

訳：今糸1斤8兩があり絹1匹に当たる。今糸1斤を持ち、50銭を増し、絹3丈を得た。今銭1000がある、問う、絹はどれほど得られるか。

答えにいう、1匹2丈6尺 $\frac{2}{3}$ 寸。

術にいう、1斤の兩数を置き、1匹の尺数を以てこれに掛け、糸1斤8兩の兩数で割る。得られた数値 $\frac{80}{3}尺$ を得られた絹3丈の尺数120尺より引き、残り $\frac{10}{3}尺$ に1000銭を掛けて実とする。50銭を法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、糸16兩を置いて、40尺をこれに掛けると、640が得られる。1斤8兩を兩に換算して24兩とし、法とする。640を24で割ると、($\frac{80}{3}尺$ 、すなわち)2丈6尺6 $\frac{2}{3}$ 寸が得られ、糸1斤で得られる絹の重量となる。これを3丈から引くと、残りは3尺3 $\frac{1}{3}$ 寸で、これが50銭に相当する。3尺3寸に3を掛けて、分子の1を加えると、10尺が得られる。これに1000銭を掛けると、10000尺が得られる。また増した50銭に3を掛けると、150が得られて、これを法とする。これで、実10000尺を割ると、($\frac{200}{3} = 66\frac{2}{3}尺$ 、すなわち)6丈6尺6 $\frac{2}{3}$ 寸が得られる。題意を満たす。

[二八] 今有甲貸乙絹三匹、約限至不還。匹日息三尺。今過限七日、取絹二匹、償

錢三百。問一匹直錢幾何。

答曰、七百五錢十七分錢之十五。

術曰、以過限日息尺數減取絹匹尺數、餘爲法。以償錢乘一匹尺數、爲實。實如法而一。

草曰、置七日。三匹絹、日息三尺、共九尺。以乘七日、得六十三尺。以減八十尺、餘一十七尺、爲法。又置償錢三百、以四十尺乘之、得一萬二千錢。以一十七爲法除之、得七百五文、餘十七分錢之十五。合前問。

訓読：今甲の乙に絹三匹を貸す有るも、約限⁽¹²⁹⁾至りて還さず。匹の日息は三尺。今限を過ぐること七日、絹二匹を取り、錢三百を償^{かえ}す⁽¹³⁰⁾。問う、一匹は錢幾何に直^{あた}るや。

答えに曰う、七百五錢十七分錢の十五。

術に曰う、限を過ぐる日の尺数を以て取りし匹の尺数より減じ、余りを法と為す。償^{かえ}しし錢を以て一匹の尺数に乗じて実と為す。実、法の如くして一とす⁽¹³¹⁾。

草に曰う、七日を置く。三匹の絹は、日の息三尺は、共にすれば九尺。七日に乗じて六十三尺を得。以て八十尺より減じ、余りは一十七尺、法と為す。又償しし錢三百を置き、四十尺を以て之に乗じ、一万二千錢を得。一十七を以て之を法除すれば、七百五文⁽¹³²⁾を得、余りは十七分錢の十五。前問に合す。

注：(129)「約限」は約束の期限。後の「過限」は期限を過ぎるの意。

(130)「償」は、償う、かえすの義。ここは、絹二匹では利息を取りすぎたので、取りすぎた分を錢で償還するのである。

(131) この算題の考え方と計算は以下の如し。

期限を過ぎた絹1匹の利息は日に3尺なので、3匹7日の利息は $3 \times 3 \times 7 = 63$ 尺。二匹(=80尺)を取ったので、取りすぎた分は $80 - 63 = 17$ 尺。この17尺分を錢300で還したのだから、1匹(=40尺)の錢数を x とすると、 $17尺 : 300錢 = 40尺 : x$ となり、 $x = 300錢 \times 40 \div 17 = 705\frac{15}{17}$ 錢となる。

「草」の計算もこれと同じである。

(132)「文」は南北朝期の錢専用の量詞である(『魏晉南北朝量詞研究』頁179)。『宋書』徐羨之伝「汝有貴相、而有大厄、可以錢二十八文埋宅四角、可以免災」。

訳：今甲が乙に絹3匹を貸したが、約束の期限に至っても還さなかった。1匹の1日の利息は絹3尺である。今期限が7日過ぎて、絹2匹を取り上げ、取りすぎた分を300錢

で返した。問う、絹1匹は銭どれほどに当たるか。

答えにいう、 $705\frac{15}{17}$ 銭。

術にいう、期限を過ぎた日数の尺数を、取り上げた2匹の尺数から引き、余りを法とする。返した銭を1匹の尺数に掛けて実とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、7日を置く。3匹の絹は、1日の利息が3尺なので、併せると9尺。これを7日に掛けると、63尺が得られる。これを80尺から引くと、余りは17尺で、これを法とする。また、返した300銭は、40を掛けると、12000銭が得られる。17でこれを割ると、705文が得られ、余りは $\frac{15}{17}$ 銭となる。題意を満たす。

[二九]今有金方七、銀方九、秤之適相當。交易其一、金輕七兩。問金・銀各重幾何。答曰、金方重十五兩十八銖、銀方重十二兩六銖。

術曰、金・銀方數相乘、各以半輕數乘之、爲實。以超方數乘金・銀方數、各自爲法。實如法而一。

草曰、置金方七・銀方九、相乘得六十三。以半輕數三兩半乘、得二百二十兩半。又以金銀超方數二、以乘金方數、得一十四、爲法。除實、得一十五兩。餘不盡者以二十四乘之、得二百五十二銖、再以前法除之、得一十八銖。若求銀方、又置前二百二十兩半。以銀方九、(二因)<因二>〔一〕、得一十八、爲法。除之、得一十二兩。餘、二十四乘之、得一百八、以法除之、得六銖、爲銀方。合前問。

校訂：〔一〕「二因」は、文意から見て「因二」とすべきであろう。

訓読：今金の方⁽¹³³⁾七、銀の方九有りて、之を秤れば適^{まさ}に相当たる。其の一を交易すれば、金の軽きこと七兩。問う、金・銀各々重さ幾何ぞ。

答えに曰う、金の方重さ十五兩十八銖、銀の方重さ十二兩六銖。

術に曰う、金・銀の方數相乗じて、各々軽き数を半にするを以て之に乘じ、実と為す。超ゆる方の數⁽¹³⁴⁾を以て金・銀の方數に乘じて、各自を法と為す。実、法の如くして一とす⁽¹³⁵⁾。

草に曰う、金の方七・銀の方九を置きて、相乗じて六十三を得。軽き数を半にするの三兩半を以て乘じ、二百二十兩半を得。又金銀の超ゆる方數二を以て、以て金の方數に乘じ、一十四を得て、法と為す。実を除し、一十五兩を得。余りの尽きざる者は二十四を以て之に乘じ、二百五十二銖を得、再び前法を以て之を除し、一十八銖を得。銀の方を求むるが若きは、又前の二百二十兩半を置く。銀の方九を以て二に因し、

一十八を得、法と為す。之を除し、一十二両を得。余りは、二十四もて之に乗じて、一百八を得、法を以て之を除し、六銖を得、銀の方と為す。前問に合す。

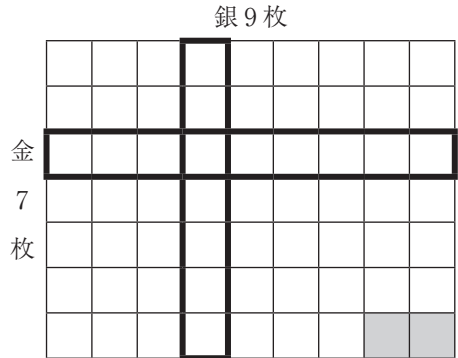
注：(133)「方」は板。金や銀が板状に加工されたもの。『儀礼』聘礼「百名以上書於策、不及百名書於方」注「方、板也」。

(134)「超ゆる方数」とは、金の方数が7、銀の方数が9であるので、銀のほうが多い。これを「超ゆ」と云っている。9 - 7がこれに当たる。

(135) 金7枚の総重量と銀9枚の総重量は等しく、これは図のように、金1枚の重量は横に並んだ正方形9つ、銀1枚の重量は縦に並んだ正方形7つで表すことができる。

金銀1枚ずつを入れ換えると、片方は金銀1枚ずつの差の分だけ増し、他方は差の分だけ減るのだから、金銀1枚の重量の差は $\frac{7}{2}$ 両である。

金銀1枚の重量の差 $\frac{7}{2}$ 両は図の斜線部分(正方形2つ)に相当するので、これを $\frac{7 \times 9}{9-7}$ 倍して、総重量は $\frac{7 \times 9 \times \frac{7}{2}}{9-7}$ である。この分子が金銀共通の「実」(金・銀の方数相乗じて、各々軽き数を半にして之に乘じ)である。



よって、金1枚は全体の $\frac{1}{7}$ であり、その重量は $\frac{7 \times 9 \times \frac{7}{2}}{9-7} \times \frac{1}{7}$ (両)である。金の法は総重量の分母(9-7)に金の枚数7をかけた(9-7) × 7となっており、術文(超ゆる数の方を以て金の方数に乘じ)と合致する。

同様に、銀1枚は全体の $\frac{1}{9}$ であり、その重量は $\frac{7 \times 9 \times \frac{7}{2}}{9-7} \times \frac{1}{9}$ (両)である。銀の法は総重量の分母(9-7)に銀の枚数9をかけた(9-7) × 9となっており、やはり術文と合致する。

訳：今金の板が7、銀の板が9あり、これを秤ると、ちょうど同じ重さとなる。その一つを交換すると、金のほうが7両軽くなる。問う、金・銀それぞれの重さはいくらか。答えにいう、金の板は重さ15両18銖。銀の板は重さ12両6銖。術にいう、金・銀の板の数を掛けて、それぞれ軽くなった7両の半分をこれに掛け

て実とする。金・銀の板数の差を金・銀の板数に掛けて、それぞれを法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、金の板7、銀の板9を置き、掛け合わせると63が得られる。軽くなった数の半分3両半をこれに掛けると、220両半が得られ（これを実とする）。また金銀の板数の差2を金の板数に掛けると、14が得られ、これを法とする。実を法で割ると、15両が得られ、余りの割り切れないものは、24をこれに掛け、252銖が得られ、さらに先の法の14でこれを割れば、18銖が得られる。銀の板の重量を求める場合は、先の220両半を置き（これを実とする）。銀の板9に対して2を掛け、18を得、これを法とする。実を法で割ると、12両が得られ、余りは24をこれに掛けると、108が得られ、これを法の18で割ると、6銖が得られ、12両6銖が銀の板の重さとなる。題意を満たす。

[三〇]今有器容九斗^[-]。中有米不知其數。滿中粟舂之、得米五斗八升。問滿粟幾何。答曰、八斗。

術曰、置器容九斗、以米數減之。餘、以五之、二而一、得滿粟斗數。

草曰、置九斗、以米五斗八升減之、得三斗二升。以粟數五因之、得一石六斗。以糠率二斗除之、得八斗、爲粟。合前問。

訓読：今器の九斗を容るる有り。中に米有るも其の数を知らず。中に粟を満たし之を舂きて、米五斗八升を得。問う、粟を満たすこと幾何ぞ。

答えに曰う、八斗。

術に曰う、器の容るる九斗を置き、米数を以て之より減ず。余りは、以て之を五し、二にして一とすれば、満たせし粟の斗数を得⁽¹³⁶⁾。

草に曰う、九斗を置き、米五斗八升を以て之より減じ、三斗二升を得。粟数五を以て之に因し、一石六斗を得。糠率⁽¹³⁷⁾二斗を以て之を除し、八斗を得、粟と為す。前問に合す。

校訂：[-]南宋本では、以下11か所の「斗」にすべて「斛」字が用いられている。「斛」は「斗」の俗字であるので、以下すべて「斗」に直す。「『孫子算経』訳注稿(1)」の[三]題の校訂[二]参照。

注：(136) この算題の計算の考え方は、粟を搗いたとき出るもみ殻（「草曰」中では「糠」と呼んでいる）に注目して行う。9斗の中にいくらかの糲米があり、粟を足して9

斗になったのだから、9斗から減ったのがもみ殻の分は $9斗 - 5斗8升 = 3斗2升$ である。これから、もみ殻付きの粟の容積を求めるには、「粟：もみ殻 = 5：2」なのだから、粟 = もみ殻 $\times 5 \div 2$ となる。よって、 $3斗2升 \times 5 \div 2 = 8斗$ となる。

(137)「糠率」とは、粟を搗いて出るもみ殻(糠)の率。粟：糲米 = 5：3なのだから、粟：もみ殻(糠) = 5：2となる。よって、2が糠率となる。

訳：今9斗はいる器がある。中に糲米があるが、その量はわからない。その中に粟を満たし、之を搗くと、糲米5斗8升が得られた。問う、満たした粟はいくらか。

答えにいう、8斗。

術にいう、器に入れた9斗を置き、糲米の数量をこれから引く。余りは5を掛けて2で割ると、満たした粟の数量が得られる。

草にいう、9斗を置き、糲米5斗8升をこれから引くと、3斗2升が得られる。粟の数5をこれに掛けると、1石6斗が得られる。糠率2斗でこれを割ると、8斗が得られ、(満たした)粟の数量となる。題意を満たす。

[三一]今有七百人造浮橋、九日成。今増五百人。問日幾何。

答曰、五日四分日之一。

術曰、置本人數、以日數乘之、爲實。以本人數・今増人數併之、爲法。實如法而一。

草曰、置七百人、以九(百)<日>[-]因之、得六千三百。又以増五百人加七百人、得一千二百人、爲法。除之、得五日、餘四分日之一。合前問。

校訂：[-] 南宋本は「九百」に作るが、上の設問に「九日成」とあるので、「九日」の誤り。

訓読：今七百人有りて浮橋⁽¹³⁸⁾を造り、九日にして成る。今五百人を増す。問う、日は幾何ぞ。

答えに曰う、五日四分日の一。

術に曰う、本の人数を置き、日数を以て之に乗じて実と為す。本の人数・今増す人数を以て之を併せて法と為す。実、法の如くして一とす⁽¹³⁹⁾。

草に曰う、七百人を置き、九日を以て之に因し、六千三百を得。又増す五百人を以て七百人に加え、一千二百人を得、法と為す。之を除し、五日を得、余りは四分の一。前問に合す。

注:(138)「浮橋」は、川に船を並べ、その上に板を加えて作った橋。『爾雅』积水「天子造舟」注「比船爲橋」疏「云「天子造舟」者、『詩』大雅「大明」云「造舟爲梁」是也。言「造舟」者、比船於水、加版於上。即今謂之浮橋」。

(139) この算題の計算は以下の如し。

まず、浮橋を造るのに必要な総労働人数を求め、次にこれを元の人数と増した人数の和で割れば、必要日数が出る。即ち、

$$700 \times 9 \div (700 + 500) = 5 \frac{1}{4} \text{日。} \text{〔草曰〕も同じ。}$$

訳: 今700人がいて浮橋を造ったが、9日で完成した。今500人を増した。問う、何日かかるか。

答えにいう、 $5 \frac{1}{4}$ 日。

術にいう、元の人数を置き、日数をこれに掛けて実とする。元の人数と今増やした人数を併せて法とする。実を法で割ると答えが得られる

草にいう、700人を置いて9日を掛けると、6300が得られる。また今増やした500人を700人に加えると、1200人が得られ、法とする。6300を1200で割れば、5日が得られ、余りは $\frac{1}{4}$ 日。題意を満たす。

[三二] 今有與人錢、初一人與三錢、次一人與四錢、次一人與五錢。以次與之、轉多一錢。與訖、還斂聚、與均分之、人得一百錢。問人幾何。

答曰、一百九十五人。

術曰、置人得錢數、以減初人錢數、餘、倍之。以轉多錢數加之、得人數。

草曰、置人得錢一百、減初人錢三文、得九十七。倍之、加初人^{〔一〕}、得一百九十五。合前問。

校訂:〔一〕南宋本は「初人」に作る。錢校本・郭書春本は「轉多一錢」に変えるが、南宋本のままとする。(注(141)参照)。

訓読: 今人に錢を与うる有り、初めの一人は三錢を与え、次の一人は四錢を与え、次の一人は五錢を与う。次を以て之を与うるに、^{うた}転た⁽¹⁴⁰⁾一錢を多くす。与え訖り、^ま還た斂聚し、与に之を均分すれば、人ごとに一百錢を得。問う、人幾何ぞ。

答えに曰う、一百九十五人。

術に曰う、人ごとに得し錢数を置き、初めの人^の錢数を減じ、余りは之を倍す。転

た多くせし錢数⁽¹⁴¹⁾を以て之に加え、人数を得⁽¹⁴²⁾。

草に曰う、人ごとに得し錢一百を置き、初めの人の錢三文⁽¹⁴³⁾を減じ、九十七を得。之を倍し、初人を加え、一百九十五を得。前問に合す。

注：(140)「轉」とは、次々に伝えるという義。『漢書』高祖本紀下「漢王下令、軍士不幸死者、吏爲衣衾棺斂、轉送其家」顔注「轉、傳送也」。ここでは、次々と、の義。

(141)「転た多くせし錢数」とは、公差のことだが、「術曰」で「以轉多錢數加之」とするのは誤り。「草曰」には「初人」に作っているが、これが妥当である。即ち、杉形算における定法1である。

(142) この算題は、杉形算(等差数列の和を問う問題)である。

下図から、二人目以降、公差が1であるので、人数は、平均錢数100の2倍から3×2を引いた数に最初の1人を加えたものになる。式にすると、

$$\text{人数} = (\text{人得錢数} - \text{初人錢数}) \times 2 + 1$$

となり、よって、人数 = (100錢 - 3錢) × 2 + 1 = 195人 となる。

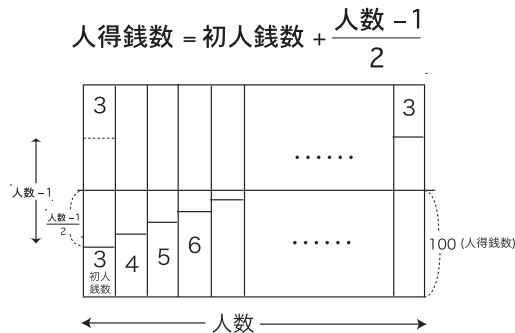
(143)「文」は錢に同じ。注(132)参照。

訳：今人に錢を与えることがあり、最初の1人には3錢を与え、次の1人には4錢を与え、次の1人には5錢を与えるというように、順番に与えるのに、次々に1錢を多くしていった。与え終わって、またこれを回収し、みなでともにこれを均等に分けたところ、人ごとに100錢を得た。問う、人は何人か。

答えにいう、195人。

術にいう、人ごとに得た錢数を置き、最初の1人に与えた錢数を引き、余りを倍にする。次々に多くしていった錢数(公差)をこれに足すと、人数が得られる。

草にいう、人ごとに得た100錢を置き、最初の1人に与えた錢数3文を引くと、97が得られる。これを倍にし、最初の1人を足すと、195人が得られる。題意を満たす。



(1) (2) の図は全て小寺裕氏が作成したものである。

参考文献

- 1) 『宋刻算経六書』中の『張丘建算経』上中下三卷(文物出版社、1980年3月)
- 2) 銭宝琮校勘『算経十書』所収『張丘建算経』上中下三卷(『李儼・銭宝琮科学史全集』第四卷)(遼寧教育出版社、1998年12月)
- 3) 郭書春点校『算経十書』所収『張丘建算経』三卷(九章出版社、2001年4月)
- 4) 呉文俊『中国数学史大系』第四卷「第二編、南北朝伝世算書 第二章、『張丘建算経』」(北京師範大学出版社、1999年8月)
- 5) 紀志剛『南北朝隋唐数学』第4章『張丘建算経』(河北科学技術出版社、2000年2月)
- 6) 李海・段海龍『北朝科技史』第三章第三節『張丘建算経』(上海人民出版社、2019年11月)
- 7) 大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿(1)」(大阪産業大学論集 人文・社会科学編39号、2020年6月)