『張丘建算経』訳注[†]稿（5）

田　村　　　誠[†]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、田村　誠

馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of "The Mathematical Classic of Zhang Qiujian（張丘建算経）" Vol. 5

TAMURA Makoto

Abstract

"The Mathematical Classic of Zhang Qiujian" was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons（算経十書）during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on "The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）."

This is the fifth article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 11 of the third volume.

『張丘建算経』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算経十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『張丘建算経』の訳注を完成させる

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

† 大阪産業大学 全学教育機構 教授

草 稿 提 出 日　3月1日

最終原稿提出日　3月24日

ことを目的としている。本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『張丘建算経』巻下の算題［一］～［一一］に対する訳注を与える。

[一](脱落)〈今有甲·乙·丙·丁·戊五人共分五鹿。欲以六·五·四·三·二分之。問各得幾何。

荅曰、〉[一]甲得一鹿四分鹿之二、乙得一鹿四分鹿之一、丙得一鹿、丁得四分鹿之三、戊得四分鹿之二。

術(田)〈曰〉[二]、列置甲六·乙五·丙四·丁三·戊二、各自爲差。副併爲法。以鹿數乘未併者各自爲實。實如法得一。

草曰、置六·五·四·三·二、并之得二十爲法。又以甲六乘五鹿、得三十。復以二十除之、得一鹿、餘一、與法倶倍之、得四分鹿之二。以乙五乘五鹿、得二十五。復以二十除、得一鹿四分之一。又以丙四乘五鹿、得二十、爲一鹿。又以丁三乘五鹿、得一十五鹿。乃得四分鹿之三。又以戊二乘五鹿、得一十。乃得四分鹿之二。合前問。

校訂：[一]南宋本の下巻は、巻頭より二葉（4ページ）を脱す。本題の前に何題の算題があったかは不明。本題でも設問部分が欠けている。孔刻本に従い、脱文を〈 〉で補う。ただし、孔刻本では「差之」のように「差」を動詞として用いているが、衰分章第一題に倣いこれを「分之」に改める。注（1）参照。

［二］「田」は「曰」の誤り。

訓読：(今甲・乙・丙・丁・戊五人の共に五鹿を分くる有り。六・五・四・三・二を以て之を差分せんと欲す。問う、各おの得ること幾何ぞ。

答に曰う、)(1) 甲は一鹿四分鹿之二を得、乙は一鹿四分鹿之一を得、丙は一鹿を得、丁は四分鹿之三を得、戊は四分鹿之二を得。

術に曰う、甲六・乙五・丙四・丁三・戊二を列置し、各自を差(2)と為す。副に併せて法と為す。鹿数を以て未だ併せざる者に乗じ各自を実と為す。実、法の如くして一を得(3)。

草に曰う、六・五・四・三・二を置き、之を併せて二十を得、法と為す。又甲六を以て五鹿に乗じ、三十を得。復た二十を以て之を除し、一鹿を得、余の一は、法と倶に之を倍し、四分鹿之二を得(4)。乙五を以て五鹿に乗じ、二十五を得。復た二十を以て除し、一鹿四分之一を得。又丙四を以て五鹿に乗じ、二十を得、一鹿と為す。又丁三を以て五鹿に乗じ、一十五鹿を得。乃ち四分鹿之三を得。又戊二を以て五鹿に乗

じ、一十を得。乃ち四分鹿之二を得。前問に合す。

注：（1）『九章算術』衰分章冒頭に「衰分術曰、各置列衰。副幷爲法。以所分乘未幷者各自爲實。實如法而一。不滿法者、以法命之」とあり、本題の術文と同じ解法である。本題は5者に比例配分する問題であり、配分率は異なるが衰分章第一題の類題である。同題冒頭は「今有大夫、不更、簪裹、上造、公士、凡五人。共獵得五鹿、欲以爵次分之。問、各得幾何。荅曰」であり、孔刻本はこれに倣ったと思われる。

（2）「差」は「衰」に同じ。文献12）の劉注［2］参照。

（3）本題は5鹿を6：5：4：3：2に比例配分する算題で、その計算は、配分比率の合計20に対する各自の比率が、各自の取り分の割合になるのだから、5鹿にこの割合をかければよい。

甲の取り分は$\dfrac{5\times6}{6+5+4+3+2}=\dfrac{30}{20}=1\dfrac{2}{4}$（鹿）

乙の取り分は$\dfrac{5\times5}{6+5+4+3+2}=\dfrac{25}{20}=1\dfrac{1}{4}$（鹿）

丙の取り分は$\dfrac{5\times4}{6+5+4+3+2}=\dfrac{20}{20}=1$（鹿）

丁の取り分は$\dfrac{5\times3}{6+5+4+3+2}=\dfrac{15}{20}=\dfrac{3}{4}$（鹿）

戊の取り分は$\dfrac{5\times2}{6+5+4+3+2}=\dfrac{10}{20}=\dfrac{2}{4}$（鹿）

である。

（4）この1は実際は30を20で割った余りの10であるが、算木計算では0は空位（算木無し）であるので、この10は1のように表される。このように算木計算では、20分の10は自然と2分の1に約分されて表される。この$\frac{1}{2}$は、4人で端数を分けるので乙や丁の取り分と分母を合わせ、$\frac{2}{4}$としている。戊の取り分$\frac{2}{4}$についても同じ。

訳：（今甲・乙・丙・丁・戊の5人で共に5頭の鹿を分配する。6，5，4，3，2の比率でこの比例配分を行いたい。問う、それぞれが得る鹿はどれほどか。

答にいう、）甲は鹿$1\frac{2}{4}$頭を得、乙は鹿$1\frac{1}{4}$頭を得、丙は鹿1頭を得、丁は鹿$\frac{3}{4}$頭を得、戊は鹿$\frac{2}{4}$頭を得る。

術にいう、甲6・乙5・丙4・丁3・戊2を並べて置き、それぞれを衰とする。別に衰を併せて法とする。鹿の数をまだ併せていない衰それぞれにかけ、それぞれの値を実とする。実を法で割ると鹿の頭数を得る。

草にいう、6，5，4，3，2を置いて、これを併せて20を得て、法とする。また甲の6を鹿の5頭に乗じ、30を得る。さらに20でこれを割ると、鹿の頭数を得る。余りの1は、法2とともに2倍して、鹿$\frac{2}{4}$頭を得る。乙の5を鹿の5頭に乗じ、25を得る。

さらに20で割って、$1\frac{1}{4}$頭を得る。また丙の４を鹿の５頭に乗じ、20を得る。鹿１頭となる。また丁の３を鹿の５頭に乗じ、15を得る。すなわち鹿$\frac{3}{4}$頭を得る。また戊の２を鹿の５頭に乗じ、10を得る。すなわち鹿$\frac{2}{4}$頭を得る。題意を満たす。

[二]今有鹿直西走。馬獵追之、未及三十六步。鹿回直北走、馬俱斜逐之。走五十步、未及一十步、斜直射之、得鹿。若鹿不廻、馬獵追之。問幾何里而及之。
荅曰、三里。
術曰、置斜逐步數、以射步數增之、自相乘。以追之未及步數自相乘、(减)〈減〉[一]之。餘以開方除之。所得、以減斜逐步數、餘爲法。以斜逐步數乘未及步數爲實。實如法得一。
草曰、置斜逐步五十、增未及步數十步共六十步。自乘、得三千六百。又置追之未及步數三十六步、自相乘、得一千二百九十六。以減斜自乘步二千三百四步。以開方除之得四十八步。以減斜逐步數五十、餘二、爲法。又置未及三十六、以斜逐步數五十乘之、得一千八百。以法除之、得九百步。乃合前問。

校訂：[一]「减」は「減」の俗字。南宋本ではしばしば用いられる。以後断りなく「減」に改める。

訓読：今鹿の直ぐに西走する有り。馬之を猟追し、未だ及ばざること三十六歩。鹿回(めぐ)りて直ぐに北走し、馬倶に斜めに之を逐う。走ること五十歩にして、未だ及ばざること一十歩(5)。斜めに直ぐに之を射て、鹿を得(6)。若し鹿廻(めぐ)らざれば、馬之を猟追す。問う、幾何里にして之に及ぶか。

答に曰う、三里。

術に曰う、斜めに逐う歩数を置き、射りし歩数を以て之に増し、自ら相乗ず。之を追いて未だ及ばざるの歩数を以て自ら相乗じ、之より減ず。余は開方を以て之を除す。得る所は、斜めに逐う歩数より減ずるを以て、余は法と為す。斜めに逐う歩数を以て未だ及ばざる歩数に乗じて実と為す。実、法の如くして一を得(7)。

草に曰う、斜めに逐う歩の五十を置きて、未だ及ばざる歩数十歩を増せば共に六十歩。自ら乗じ、三千六百を得。又た之を追い未だ及ばざるの歩数の三十六歩を置きて、自ら相乗ずれば、一千二百九十六を得。以て斜めの自乗せし歩より減ずれば二千三百四歩。開方を以て之を除せば四十八歩を得。以て斜めに逐う歩数の五十より減ずれば、余は二、法と為す。又た未だ及ばざるの三十六を置きて、斜めに逐う歩数

の五十を以て之に乗ずれば、一千八百を得。法を以て之を除せば、九百歩を得。乃ち前問に合す。

注：（５）「倶に斜めに」というのは、鹿の向かう先に馬も向かってということで、鹿に向かってではない。その向きに50歩走ったときに、さらにその10歩先に鹿がいたというのである。図２参照。

（６）鹿の回頭直前での鹿１－馬１間の距離36歩が句（直角を挟む短辺）、射出までの馬の移動距離50歩とその先の射線10歩の和が弦（斜辺）、回頭後の鹿の移動距離が股（直角を挟む長辺）とする直角三角形をなすということである。

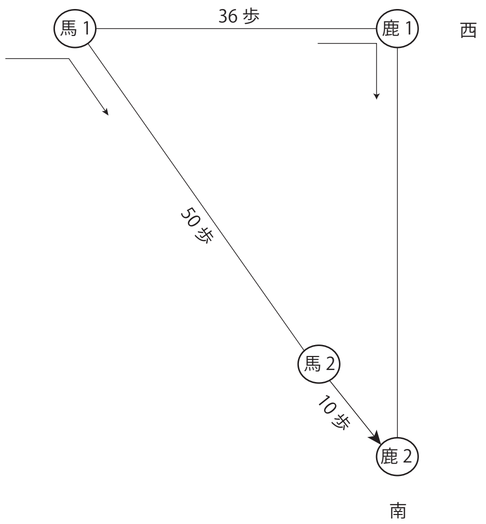

図 2

（７）本題は、同一直線上であれば馬が鹿に追いつくまでの距離はどれだけかを求めるもので、馬と鹿の速さの比を直角三角形の辺長から求めるものである。前注より、馬が50歩進む間に鹿は$\sqrt{(50+10)^2-36^2}=\sqrt{2304}=48$歩進む。したがって同一直線上なら、馬が50歩進む間に両者の差は２歩縮まる。36歩の差を追いつくためには馬は$36\div\frac{2}{50}=\frac{36\times50}{2}=$ 900歩走る必要がある。１里は300歩であるから、答は３里となる。

訳：今真っ直ぐ西に走る鹿がいる。馬でこれを追逐するが、まだ36歩届かない。鹿は回頭して真っ直ぐ北に走り、馬もこれと伴に斜めに鹿を追う。50歩走るが、まだ10歩届かない。斜めに真っ直ぐ射て、鹿を得た。もし鹿が回頭しなければ、馬も（そのまま）これを追逐していた。問う、何里で鹿に届くか。

答にいう、３里。

術にいう、斜めに追う歩数を置いて、射った歩数を合わせて、自乗する。鹿を追って追いつけなかった歩数を自乗して、それから引く。余りは開平方する。得られたものは、斜めに追った歩数を引いて、余りを法とする。斜めに追った歩数をまだ届かなかった歩数に掛けて実とする。実を法で割れば答を得る。

草にいう、斜めに追う歩数の50を置いて、まだ届かなかった歩数の10歩を足せば合

わせて60歩。自乗して、3600を得る。また鹿に届かなかった歩数の36歩を置いて、自乗すれば、1296を得る。これを斜めの自乗の歩数より引けば2304歩。開平方すれば48歩を得る。斜めに追う歩数の50より引けば、余りは２で、法とする。また、まだ届かない36を置いて、斜めに追う歩数の50をこれに掛ければ、1800を得る。法でこれを割れば、900歩を得る。すなわち題意を満たす。

［三］今有垣高一丈三尺五寸、材長二丈二尺五寸。倚之於垣、末與垣齊。問引材却行幾何材末至地。
荅曰、四尺五寸。
術曰、垣高自乘、以減材長自乘。餘、以開方除之。所得、以減材、餘即却行尺數。
草曰、置垣高數、自相乘、得一百八十二尺二寸五分。又以材長數自相乘、得五百六尺二寸五分。以垣高自乘減之、餘三百二十四。以開方法除之、得一丈八尺。以減材長二丈二尺五寸、餘四尺五寸。合前問。

訓読：今垣の高一丈三尺五寸、材の長二丈二尺五寸有り。之を垣に倚(よ)するに、末は垣と斉し。問う、材を引きて却行すること幾何にして材の末地に至るか(8)。

答に曰う、四尺五寸。

術に曰う、垣の高を自乗し、以て材長を自乗するより減ず。余は、開方を以て之を除す。得る所は、以て材より減ずれば、余は即ち却行の尺数(9)。

草に曰う、垣の高数を置きて、自ら相乗ずれば、一百八十二尺二寸五分を得。又た材長の数を以て自ら相乗ずれば、五百六尺二寸五分を得。垣の高を自乗するを以て之より減ずれば、余は三百二十四。開方の法を以て之を除せば、一丈八尺を得。以て材長二丈二尺五寸より減ずれば、余は四尺五寸。前問に合す。

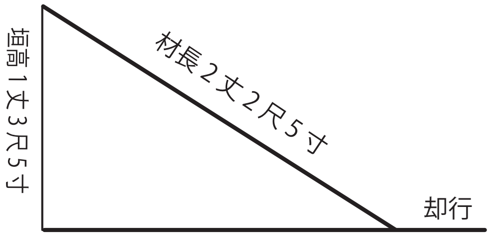

図３

注：（８）「末」は材の先端の部分。地に着いている方は「本」である。本題は類題が『九章算術』句股章第［八］題にあり、そこでは句と股弦差から弦を求めている。本題は句と弦から股弦差を求めるもので、本題の方が簡単である。

（９）材を弦、垣を句とする直角三角形ができており、材長から材の本と垣との距離（股）を引いた股弦差が材を退行させ

る長さである。図３参照。計算は尺を単位として$\sqrt{22.5^2-13.5^2}=\sqrt{506.25-182.25}$ $=\sqrt{324}=18$、これが股である。退行させる距離は$22.5-18=4.5$（尺）となる。

訳：高さが１丈３尺５寸の垣と、長さが２丈２尺５寸の材がある。これを立てかけるのに材の末が垣と斉しい高さにする。問う、材を引いて退行させることどれほどで材の末が地面に落ちるか。

答にいう、４尺５寸。

術にいう、垣の高さを自乗し、材の長さを自乗したものから引く。余りは、開平方する。得たものを、材の長さから引けば、残りは即ち退行させる尺数である。

草にいう、垣の高さの数を置いて自乗すれば、182尺２寸５分を得る。また材の長さの数を自乗すれば、506尺２寸５分を得る。垣の高さの自乗をこれ（材長の自乗）から引けば、残りは324。これを開平方すると、１丈８尺が得られる。これを材長の２丈２尺５寸から引けば、残りは４尺５寸。題意を満たす。

［四］今有倉東西袤一丈二尺、南北廣七尺、南壁高九尺、北壁高八尺。問受粟幾何。
荅曰、得四百四十斛二十七分斛之二十。
術曰、併南·北壁高而半之、以廣·袤乘之、爲實。實如斛法而一、得斛數。
草曰、置南·北壁高、併之、得一十七。半之、得八尺五寸。又置長一十二尺、以廣七尺因之、得八十四尺。又以高八尺五寸乘之、得七百一十四尺。以斛法一尺六寸二分除之、得四十四斛、餘一十二、并法、各以六除之、得二十七分之二十。合前問。

訓読：今倉の東西の袤一丈二尺、南北の広七尺、南壁の高九尺、北壁の高八尺有り。問う、粟を受くること幾何ぞ。

答に曰う、四百四十斛二十七分斛之二十を得。

術に曰う、南·北の壁高を併せて之を半にし(10)、廣·袤を以て之に乗じ、実と為す。実、斛法(11)の如くして一とすれば、斛数を得。

草に曰う、南・北の壁高を置きて、之を併すれば、一十七を得。之を半にし、八尺五寸を得。又た長一十二尺を置きて、廣七尺を以て之を因し、八十四尺を得。又た高八尺五寸を以て之に乗ずれば、七百一十四尺を得。斛法一尺六寸二分を以て之を除せば、四十四斛を得、余の一十二(12)は、法に併(なら)べて、各おの六を以て之を除せば、二十七分之二十を得。前問に合す。

注：(10) 本題は、幅と高さ方向からなる断面が台形である倉の体積を求め、収蔵しうる粟の量を計算するものである。図４参照。計算では南壁の９尺と北壁の８尺の平均値８尺５寸を高さとして用いており、密閉されているのであろう、北壁側からこぼれ落ちることは考えていない。

(11)「斛法」は１斛 = 1620立方寸 = 1.62立方尺のこと。文献13) 注 (27) 参照。

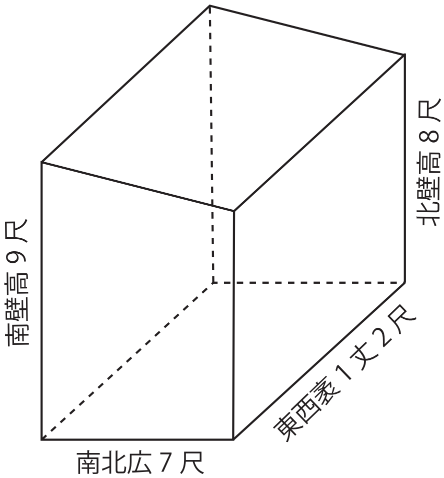

図４

(12) 当時は小数が無いので、立方寸の単位で割り算を行ったか、同じことであるが、除数・被除数とも1000倍して割り算をしたと思われる。すなわち、$\frac{x}{1.62}$を$\frac{1000x}{1620}$ のように行うということである。ここで、除数を整数化するだけなら$\frac{1000x}{1620}$ではなく $\frac{100x}{162}$のように100倍するのでもよいのだが、算木計算では０は空位であるのでこの差は問題にはならない。商のどの位が斛の単位にあたるかだけが意識されたと思われる。このことは商の44と余りの12についても同様で、実際には440と1200を指している。ここでの計算は $\frac{12\times7\times8.5}{1.62}=\frac{714}{1.62}=\frac{714000}{1620}=440\frac{1200}{1620}=440\frac{20}{27}$ (斛) となる。

訳：東西の奥行１丈２尺､南北の幅７尺､南壁の高さ９尺､北壁の高さ８尺の倉がある｡問う、収蔵できる粟はどれほどになるか。

答にいう、$440\frac{20}{27}$斛を得る。

術にいう、南・北の壁高を合わせて半分にし、幅と奥行をこれに掛けて実とする。実を斛法で割れば斛数が得られる。

草にいう、南･北の壁高を置いて、これを合わせると17を得る。それを半分にして、８尺５寸を得る。また長さ12尺を置いて、幅７尺を掛けると、84尺を得る。また (平均の)高さ８尺５寸をこれに掛けると714尺を得る｡斛法１尺６寸２分でこれを割れば、440斛を得る。余りの12 (実際は1200) は、法 (1620) に並べて分数とし、分母・分子それぞれ６ (実際は60) で割ると、$\frac{20}{27}$を得る。題意を満たす。

[五]今有(圓)〈圓〉〔一〕圖上周一丈八尺、下周二丈七尺、高一丈四尺。問受幾何。
荅曰、三百六十九斛四(㪷)〈斗〉〔二〕九分斗之四。

術曰、上·下周相乘、又各自乘、併。以高乘之、以三十六而一。所得、爲實。實如斛法而一、得斛數。

草曰、置上周一丈八尺、自相乘、得三百二十四尺。以下周二丈七尺自相乘、得七百二十九尺。又上·下周相乘、得四百八十六尺。併三位、得一千五百三十九。又以高一丈四尺乘之、得二萬一千五百四十六尺。以三十六除之、得五百九十八尺五寸、爲實。以斛法除之、得三百六十九斛四斗。餘與法各折半、皆以九除之、法得九、餘得四。即合前問。

校訂：［一］「圎」は「圓」の俗字。以後、断りなく「圓」に改める。

［二］「㪷」は容量の単位で「斗」の俗字。以後、断りなく「斗」に改める。

訓読：今円圌(13)上周一丈八尺、下周二丈七尺、高一丈四尺有り。問う、受くること幾何ぞ。

答に曰う、三百六十九斛四斗九分斗之四。

術に曰う、上・下の周を相乗じ、又た各おの自乗し、併す。高を以って之に乗じ、三十六を以て一とす。得る所は、実と為す。実、斛法の如くして一とすれば、斛数を得(14)。

草に曰う、上周一丈八尺を置き、自ら相乗ずれば、三百二十四尺を得。下周二丈七尺を以て自ら相乗ずれば、七百二十九尺を得。又た上・下の周を相乗じ、四百八十六尺を得。三位を併すれば、一千五百三十九を得。又た高一丈四尺を以て之に乗じ、二万一千五百四十六尺を得。三十六を以て之を除せば、五百九十八尺五寸を得、実と為す。斛法を以て之を除せば、三百六十九斛四斗を得。余と法は各おの折半し、皆九を以て之を除せば、法は九を得、余は四を得。即ち前問に合す。

注：(13)「圓」も「圌」も丸いの意。『釈名』釈宮室「疏証」に「圌指圓形盛米穀倉」とあり、「圓圌」は、題意のように形状が円錐台の穀物倉庫のことである。

(14) 本題は円錐台の体積を求めて、そこに入る粟の量を求めるものである。円錐台の体積は『数』や『算数書』でも扱っている。文献14）注（72）および文献15）p.30参照。計算は

$$体積=\frac{1}{36}（上周^2+下周^2+上周\times下周）\times高=\frac{1}{36}（18^2+27^2+18\times27）\times14$$

$$=\frac{1}{36}（324+729+486）\times14=\frac{1}{36}\times1539\times14=\frac{21546}{36}=598.5（立方尺）$$

$$\frac{598.5}{1.62}=\frac{598500}{1620}=369\frac{72}{162}（斛）$$

$$\frac{72}{162}（斛）=\frac{720}{162}（斗）=4\frac{72}{162}（斗）=4\frac{4}{9}（斗）$$

となる。ここで分母の36は12πの近似値であり、円周率を３として計算している。

訳：今上周が１丈８尺、下周が２丈７尺、高さが１丈４尺の円圖が有る。問う、収蔵できる粟の体積はどれほどか。

答にいう、369斛$4\frac{4}{9}$斗。

術にいう、上下の周を掛け合わせ、またそれぞれを自乗して、合わせる。高さをこれに掛けて、36で割る。得られたものは、実とする。実を斛法で割れば、斛数が得られる。

草にいう、上周１丈８尺を置き、自乗すれば、324尺を得る。下周２丈７尺を自乗すれば729尺を得る。また上・下の周を掛け合わせると、486尺を得る。３つを合わせると、1539を得る。また高さの１丈４尺をこれに掛けると、21546尺を得る。36でこれを割れば、598.5（立方）尺を得て、実とする。斛法でこれを割れば、369斛４斗を得る。余りと法はそれぞれ半分にして、どちらも９で割れば、法（分母）は９、余り（分子）は４となる。即ち題意を満たす。

［六］今有窖上廣四尺、下廣七尺、上袤五尺、下袤八尺、深一丈。問受粟幾何。
荅曰、得二百二十五斛三斗八十一分斗之七。
術曰、倍上袤、下袤從之、亦倍下袤、上袤從之。各以其廣乘之、併、以深乘之、六而一、所得爲實。實如斛法而一、得斛數。
草曰、置上長五尺、倍之得十尺、加下長八尺。倍下長八尺、得一十〈六〉[一]尺、加上長五尺、爲二十一尺。以上廣四尺乘上長一十八尺、得七十二尺。又以下廣七乘下長二十一尺、得一百四十七尺。併之得二百一十九尺。又以深十尺乘之、得二千一百九十。以六除之、得三百六十五尺。以斛法除之、得二百二十五斛三斗。法・餘各半之、得八十一分斗之七。即合前問。

校訂：［一］計算により「六」を補う。

訓読：今窖(15)の上廣四尺、下廣七尺、上袤五尺、下袤八尺、深一丈有り。問う、粟を受くること幾何ぞ。

答に曰う、二百二十五斛三斗八十一分斗之七を得。

術に曰う、上袤を倍し、下袤は之に従え、亦た下袤を倍し、上袤は之に従う。各おの其の廣を以て之に乗じ、併せて、深を以て之に乗じ、六にして一とし、得る所を実

と為す。実、斛法の如くして一とすれば、斛数を得[16]。

草に曰う、上長五尺を置き、之を倍し十尺を得、下長八尺を加う。下長八尺を倍し、一十六尺を得、上長五尺を加え、二十一尺と為す。上廣四尺を以て上長一十八尺に乗じ、七十二尺を得、又た下廣七を以て下長二十一尺に乗じ、一百四十七尺を得、之を併せて二百一十九尺を得。又た深十尺を以て之に乗じ、二千一百九十を得。六を以て之を除けば、三百六十五尺を得。斛法を以て之を除せば、二百二十五斛三斗を得。法・余は各おの之を半にし、八十一分斗之七を得。即ち前問に合す。

注：(15)「窖」は穴。題意の穴は底面も上面も長方形であるような四角錐台の形をしている。図6参照。

(16) 本題は四角錐台の穴の体積を求めて、そこに入る粟の量を求めるものである。体積の計算は『算数書』「芻」題のものと同じである。文献14）注 (56) 参照。すなわち

$$\text{体積}=\frac{1}{6}\left\{(2\cdot\text{上袤}+\text{下袤})\times\text{上広}+(2\cdot\text{下袤}+\text{上袤})\times\text{下広}\right\}\times\text{深}$$

$$=\frac{1}{6}\left\{(2\times5+8)\times4+(2\times8+5)\times7\right\}\times10$$

$$=\frac{1}{6}\left\{18\times4+21\times7\right\}\times10$$

$$=\frac{1}{6}\left\{72+147\right\}\times10=\frac{2190}{6}=365\ (\text{立方尺})$$

$$\frac{365}{1.62}=\frac{365000}{1620}=225\frac{500}{1620}\ (\text{斛})$$

$$\frac{500}{1620}\ (\text{斛})=\frac{500}{162}\ (\text{斗})=3\frac{14}{162}\ (\text{斗})=3\frac{7}{81}\ (\text{斗})$$

となる。

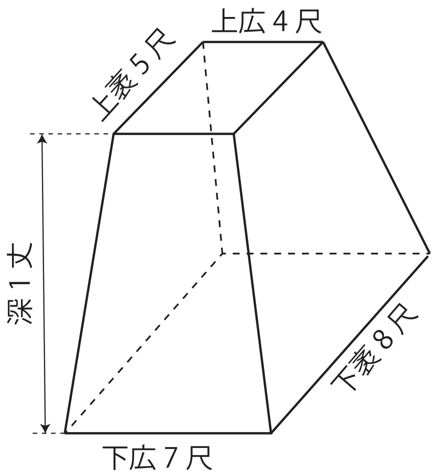

図６

訳：今、上広４尺、下広７尺、上袤５尺、下袤８尺、深さ１丈の四角錐台の形の穴が有る。粟を収蔵することどれほどか。

答にいう、225斛$3\frac{7}{81}$斗である。

術にいう、上袤を２倍して下袤を加え、また下袤を２倍して上袤を加える。それぞれにその広を掛け、この２つを合わせたものに深さを掛けて、６で割る。得られたものを実とする。実を斛法で割ると、斛数が得られる。

草にいう、上長５尺を置いて、２倍すると10尺を得て、下長８尺を加える。下長８尺を２倍して、16尺を得て、上長５尺を加えると、21尺となる。上広４尺を上長から求めた数18尺に掛け、72尺を得る。また下広７を下長から求めた21尺に掛け、147尺を得る。これらを合わせて219尺を得る。また深さの10尺をこれに掛け、2190を得る。６でこれを割ると365尺を得る。斛法でこれを割れば、225斛３斗が得られる。法と余はそれぞれ半分にして、$\frac{7}{81}$斗が得られる。即ち題意を満たす。

[七]今有窖上方五尺、下方八尺、深九尺。問受粟幾何。
荅曰、二百三十八斛九分斛之八。
術曰、上·下方相乘、又各自相乘。併、以深乘之。三而一、所得爲實。實如斛法而一、得斛數。
草曰、置上方五尺自相乘、得二十五尺。置下方八尺自相乘、得六十四尺。又以上·下方相乘、得四十尺。併三位、得一百二十九。又以深九尺乘之、得一千一百六十一。又以三而一、得三百八十七尺。以斛法除、得二百三十八斛。餘與法皆半之、九約、得九分斛之八。合前問。

訓読：今窖上方五尺、下方八尺、深九尺有り。問う、粟を得来ること幾何ぞ。
答に曰う、二百三十八斛九分斛之八。
術に曰う、上·下の方は相乗じ、又た各おの自ら相乗ず。併せて深を以て之に乗じ、三にして一とし、得る所を実と為す。実、斛法の如くして一とすれば、斛数を得(17)。
草に曰う、上方五尺を置き、自ら相乗じ二十五尺を得。下方八尺を置き、自ら相乗じ六十四尺を得。又た上・下の方を以て相乗じ、四十尺を得。三位を併すれば、一百二十九を得。又た深九尺を以て之に乗じ、一千一百六十一を得。又た三を以て一とすれば、三百八十七尺を得。斛法を以て除けば、二百三十八斛を得。余と法は皆之を半にし、九もて約せば、九分斛の八を得。前問に合す。

注：(17) 本題は正四角錐台の穴の体積を求めて、それに入る粟の量を求めるものである。正四角錐台は「方亭」と呼ばれ、『数』や『九章算術』などでもその体積が求められている。その計算は以下の通り（文献16）の注（40）参照)。
体積＝$\frac{1}{3}$（上方×下方＋上方^2×下方^2）×深
$=\frac{1}{3}(5\times 8+5^2\times 8^2)\times 9=\frac{1}{3}(40+25+64)\times 9=\frac{1}{3}\times 129\times 9=\frac{1}{3}\times 1161=387$
粟の体積から斛数を求めるには「斛法」で割ればよい。「斛法」は注（11）参照。

$$387 \div \frac{162}{100} = \frac{38700}{1620} = 238\frac{144}{162} = 238\frac{8}{9}\text{（斛）}$$

訳：今上方５尺、下方８尺、深さ９尺の正四角錐台の穴がある。問う、収蔵できる粟はどれほどか。

答にいう、$238\frac{8}{9}$斛。

術にいう、上・下の方を掛け合わせ、またそれぞれを自乗する。合わせて、深さをこれに掛けて、３で割り、得たものを実とする。実を斛法で割れば、斛数が得られる。

草にいう、上方５尺を置いて、自乗して25尺を得る。下方８尺を置いて、自乗して64尺を得る。さらに上・下の方を掛け合わせて40尺を得る。３者を合わせると、129を得る。さらに深さ９尺をこれに掛けると、1161を得る。さらに３で割ると、387尺が得られる。斛法で割れば、238斛が得られる。余りと法はどちらもこれを半分にし、９で約分すれば、$\frac{8}{9}$斛が得られる。題意を満たす。

［八］今有倉東西袤一丈四尺、南北廣八尺、南壁高一丈。受粟六百二十二斛九分斛之二。問北壁高幾何。

荅曰、八尺。

術曰、置粟積尺、以倉廣･袤相乘而一。所得倍之、减南壁高尺數。餘爲北壁高。

草曰、置六百二十二斛、以九因之〈内子二〉[一]、得五千六百。又以斛法一尺六寸二分乘之、得九千七十二尺、是粟積數。却以九除之、得一千八尺。以長･廣相乘、得一百一十二尺。以除一千八尺、得九尺。倍之、得一十八尺。减南壁高一丈、餘即北壁高數。合前問。

校訂：［一］文脈と計算により「内子二」を補う。

訓読：今倉の東西の袤一丈四尺、南北の広八尺、南壁の高一丈有り。粟六百二十二斛九分斛の二を受く。問う、北壁の高は幾何ぞ。

答に曰う、八尺。

術に曰う、粟の積尺を置き、倉の広･袤を以て相乗じて一とす。得る所は之を倍し、南壁の高の尺数を減ず。余は北壁の高と為す(18)。

草に曰う、六百二十二斛を置き、九を以て之を因し子二に内るれば、五千六百を得。又た斛法一尺六寸二分を以て之に乗じ、九千七十二尺を得、是れ粟の積数。却って九を以て之を除せば、一千八尺を得。長・広相乗ずるを以て、一百一十二尺を得。以て

一千八尺を除せば、九尺を得。之を倍し、一十八尺を得。南壁の高一丈を減じ、余は即ち北壁の高数。前問に合す。

注：(18) 本題は、台形柱の体積から、断面の台形の上底（北壁高）を求める問題である。台形柱の体積は粟の体積に等しく、斛法が1斛＝1尺6寸2分＝$\frac{162}{100}$尺であるので、

$$622\frac{2}{9}\times\frac{162}{100}=\frac{5600}{9}\times\frac{162}{100}=\frac{9072}{9}=1008\text{（立方尺）}$$

である。この台形柱を2つ合わせると直方体になるので、その体積を底面積で割って断面の台形の下底（北壁高）を引くと、上底（南壁高）は

$$1008\times2\div(8\times14)-10=8\text{（尺）}$$

と求まる。

訳：今、東西の奥行1丈4尺、南北の幅8尺、南壁の高さが1丈の倉がある。粟$622\frac{2}{9}$斛を収蔵する。問う、北壁の高さはどれほどか。

答にいう、8尺。

術にいう、粟の積尺を置き、倉の幅と奥行を掛け合わせて、それで割る。得られたものは2倍して、南壁の高さの尺数を引く。残りが北壁の高さである。

草にいう、622斛を置いて、9を掛けて分子の2に入れると、5600が得られる。また斛法1尺6寸2分をこれに掛けて、9072尺が得られるので、これが粟の積数である。戻して分母の9でこれを割れば、1008尺が得られる。奥行と幅を掛け合わせると、112尺が得られる。これで1008尺を割ると、9尺が得られる。これを2倍し、18尺が得られる。南壁の高さ1丈を引くと、残りは北壁の高さの数である。題意を満たす。

[九]今有圓圖上周一丈五尺、高一丈二尺。受粟一百六十八斛五斗二十七分斗之五。問下周幾何。

荅曰、一丈八尺。

術曰、置粟積尺、以三十六乘之、以高而一。所得以上周自相乘減之、餘以上周尺數從、而開方除之。所得即下周。

草曰、置粟一百六十八斛五斗、以分母二十七乘之、内子五、得四千五百五十。又以斛法乘之、得七千三百七十一。又以三十六乘、得二十六萬五千三百五十六。又以二十七除之、得九千(三)〈八〉[一]百二十八。又以高一丈二尺除之、得八百一十九。又以上周自乘、得二百二十五。以減上數、餘五百九十四。又以上周一丈五尺爲從法、開方。合前問。

校訂：［一］「三」は「八」の誤り。計算により改める。注 (21) 参照。

訓読：今円圖の上周一丈五尺、高一丈二尺有り。粟一百六十八斛五斗二十七分斗の五を受く。問う、下周は幾何ぞ。

答に曰う、一丈八尺。

術に曰う、粟の積尺を置き、三十六を以て之に乗じ、高を以て一とす。得る所は上周を以て自ら相乗じて之より減じ、余は上周の尺数を以て従とし、開方して之を除く。得る所は即ち下周たり (19)。

草に曰う、粟一百六十八斛五斗を置き、分母二十七を以て之に乗じ、子五に内れ、四千五百五十を得。又た斛法を以て之に乗じ、七千三百七十一を得。又た三十六を以て乗じ、二十六万五千三百五十六を得。又た二十七を以て之を除し、九千八百二十八を得。又た高一丈二尺を以て之を除し、八百一十九を得 (20)。又た上周を以て自乗し、二百二十五を得。以て上数より減ずれば、余は五百九十四。又た上周一丈五尺を以て従法と為し、開方す (21)。前問に合す。

注：(19) 本題は、円錐台の体積、および上周（上面の周長）と高さから下周（下面の周長）を求める問題である。円錐台の体積は注 (15) で述べたように、体積 $=\frac{1}{36}$（上周^2＋下周^2＋上周×下周）×高で求められる。「粟の積尺を置き、三十六を以て之に乗じ、高を以て一とす」とは体積×36÷高を表し、「余は上周の尺数を以て従とし」とは、「余」の面積が上周の尺数を従（長方形の隣り合う 2 辺の差）とする長方形の面積になるとの意である。したがって下周の 2 次方程式

$$(\text{下周}+\text{上周})\times\text{下周}=\text{体積}\times 36\div\text{高}-\text{上周}^2$$

を解くことになる。

(20) 上注の 2 次方程式の右辺を得るまでの計算は以下の通り。

粟168斛 $5\frac{5}{27}$斗 $=1685\frac{5}{27}$斗 $=\frac{45500}{27}$斗 $=\frac{4550}{27}$斛であり、その積尺は斛法 1 斛 $=\frac{162}{100}$尺をかけて $\frac{4550}{27}\times\frac{162}{100}=\frac{7371}{27}$ となる。したがってこれを36倍して高さで割ったものから、上周の自乗を引いたものが右辺であり、その値は

$$\frac{7371}{27}\times 36\div 12-15^2=\frac{265356}{27}\div 12-225=9828\div 12-225=819-225=594$$

である。

(21) 以上より注 (19) の 2 次方程式は

$$(\text{下周}+15)\times\text{下周}=594$$

となる。これを帯縦開平法で解いて18尺となる。帯縦開平については文献17) 注(60)

参照。

訳：今、円錐台の倉庫があり、上周が１丈５尺、高さ１丈２尺である。粟168斛５$\frac{5}{27}$斗を収蔵する。問う、下周はどれほどか。

答にいう、１丈８尺。

術にいう、粟の積尺を置いて、36をこれに掛けて、高さで割る。得られたものから上周の自乗を引いて、残りは上周の尺数を従として、帯縦開平する。得られたものが即ち下周である。

草にいう、粟168斛５斗を置いて、分母27をこれに掛け、分子の５に入れると、4550が得られる。さらに斛法をこれに掛けて、7371を得る。さらに36をかけると、265356を得る。さらに27でこれを割ると、9828を得る。さらに高さ１丈２尺でこれを割ると、819が得られる。さらに上周を自乗すると225を得る。上の数から引けば、残りは594。また上周１丈５尺は従法として、帯縦開平する。題意を満たす。

［一〇］今有窖上方八尺、下方一丈二尺。受粟九百三十八斛八十一分斛之二十二。問深幾何。
荅曰、一丈五尺。
術曰、置粟積尺、以三乘之爲實。上·下方相乘(併)[一]、又各自乘、併以爲法。實如法而一。
草曰、置粟九百三十八斛、以分母八十一乘之、内子二十二、得七萬六千。以斛法乘之、得一十二萬三千一百二十。又以三因之、得三十六萬九千三百六十。以八十一除之、得四千五百六十爲實。又以上方自相乘、得六十四。以下方自相乘、得一百四十四。以上·下方自相乘、得九十六。三位併之、得三百四爲法。除實、得一丈五尺。合前問。

校訂：［一］「併」は衍字。銭校本に従い削る。

訓読：今窖の上方八尺、下方一丈二尺有り。粟九百三十八斛八十一分斛の二十二を受く。問う、深は幾何ぞ。

答に曰う、一丈五尺。

術に曰う、粟の積尺を置き、三を以て之に乗じ実と為す。上・下方は相乗じ、又た各おの自ら乗じ、併せて以て法と為す。実、法の如くして一とす(22)。

草に曰う、粟九百三十八斛を置き、分母八十一を以て之に乗じ、子二十二に内れ、七万六千を得。斛法を以て之に乗じ、一十二万三千一百二十を得。又た三を以て之を因し、三十六万九千三百六十を得。八十一を以て之を除し、四千五百六十を得て実と為す(23)。又た上方を以て自ら相乗じ、六十四を得。下方を以て自ら相乗じ、一百四十四を得。上・下方を以て自ら相乗じ、九十六を得。三位は之を併せ、三百四を得て法と為す。実を除し、一丈五尺を得(24)。前問に合す。

注：(22) 本題は正四角錐台の体積、上面と下面の辺長から、深さを求める問題である。

正四角錐台の体積は上注 (17) に述べたように

$$体積 = \frac{1}{3}（上方 \times 下方 + 上方^2 + 下方^2）\times 深$$

で求められる。したがって本題では方程式

$$（上方 \times 下方 + 上方^2 + 下方^2）\times 深 = 体積 \times 3$$

を解くことになる。

(23) 実を得るまでの計算は以下の通り。

粟$938\frac{22}{81}$斛$=\frac{76000}{81}$斛の積尺は斛法１斛$=\frac{162}{100}$尺をかけて$\frac{76000}{81}\times\frac{162}{100}=\frac{123120}{81}$となる。したがって上注の方程式の右辺は、$\frac{123120}{81}\times 3=\frac{369360}{81}=4560$である。

(24) 法は上方^2＋下方^2＋上方×下方＝$8^2+12^2+8\times 12=64+144+96=304$であるので、深さは$\frac{4560}{304}=15$尺となる。

訳：今、上方８尺、下方１丈２尺の正四角錐台の穴がある。粟$938\frac{22}{81}$斛を収蔵する。問う、深さはどれほどか。

答にいう、１丈５尺。

術にいう、粟の積尺を置いて、３をこれに掛けて実とする。上･下の方を相乗じて、またそれぞれの自乗を、合わせて法とする。実を法で割る。

草にいう、粟938斛を置いて、分母の81をこれに掛けて、分子の22に入れ、76000を得る。斛法をこれに掛けて、123120を得る。さらに３を掛けて、369360を得る。81でこれを割り､4560を得て実とする｡さらに､上方を自乗し64を得､下方を自乗し144を得､上・下の方を掛け合わせて96を得る。三者を合わせ、304を得て法とする。実を割り、１丈５尺を得る。題意を満たす。

［一一］今有窖上廣五尺、上袤八尺、下廣七尺、深九尺。受粟三百一斛八斗八十一分斗之四十二。問下袤幾何。

荅曰、一丈。
術曰、置粟積尺、以六乘之、深而一。所得倍上袤、以上廣乘之、又以下廣乘上袤、併、以減之。餘以倍下廣上廣從之而一、得下袤。
草曰、置三百一斛八斗、以分母八十一乘之、内子四十二、得二萬四千四百五十。又以斛法乘之、得三萬九千六百九。又以六乘之、得二十三萬七千六百五十四。以分母八十一除之、得二千九百三十四。又以深九尺除之、得三百二十六爲實。又以倍上袤(除之)[一]得一十六。以上廣五尺乘之、得八十。又以下廣乘上袤、得五十六。併之、得一百三十六。以減實、餘一百九十。又倍下廣七尺、得一十四。又加上廣五尺、共一十九。除實、得一丈。合前問。

校訂：[一]「除之」は衍字。銭校本に従い削る。

訓読：今窖の上広五尺、上袤八尺、下広七尺、深九尺有り。粟三百一斛八斗八十一分斗の四十二を受く。問う、下袤は幾何ぞ。
　答に曰う、一丈。
　術に曰う、粟の積尺を置き、六を以て之に乗じ、深にして一とす。得る所は上袤を倍し、上広を以て之に乗じ、又た下広を以て上袤に乗じ、併せて、以て之より減ず。余は下広を倍し上広は之に従うるを以て一とすれば、下袤を得(25)。
　草に曰う、三百一斛八斗を置き、分母八十一を以て之に乗じ、子四十二に内れ、二万四千四百五十を得。又た斛法を以て之に乗じ、三万九千六百九を得。又た六を以て之に乗じ、二十三万七千六百五十四を得。分母八十一を以て之を除し、二千九百三十四を得。又た深九尺を以て之を除し、三百二十六を得て実と為す(26)。又た以て上袤を倍して一十六を得。上広五尺を以て之に乗じ、八十を得。又た下広を以て上袤に乗じ、五十六を得。之を併せ、一百三十六を得。以て実より減じ、余は一百九十(27)。又た下広七尺を倍し、一十四を得。又た上広五尺を加え、共にして一十九。実を除せば、一丈を得(28)。前問に合す。

注：(25) 本題は四角錐台の体積および上広、上袤、下広と深さから、下袤を求める問題である。四角錐台の体積は上注 (16) に述べたように

$$\text{体積}=\frac{1}{6}\left\{(2\times\text{上袤}+\text{下袤})\times\text{上広}+(2\times\text{下袤}+\text{上袤})\times\text{下広}\right\}\times\text{深}$$

で求められる。これにより本題では

$$\left\{(2\times\text{上袤}+\text{下袤})\times\text{上広}+(2\times\text{下袤}+\text{上袤})\times\text{下広}\right\}=\text{体積}\times 6\div\text{深}$$

すなわち

下袤×（２×下広＋上広）＝体積×６ ÷ 深－（２×上袤×上広＋上袤×下広）

を解くことになる。

(26) 実を得るまでの計算は以下の通り。

粟301斛$8\frac{42}{81}$斗$=\frac{244500}{81}$斗$=\frac{24450}{81}$斛であり、その積尺は斛法１斛$=\frac{162}{100}$尺をかけて$\frac{24450}{81}\times\frac{162}{100}=\frac{39609}{81}$となる。したがってこれを６倍して深さで割ると、その値は$\frac{39609}{81}\times 6 \div 9=\frac{237654}{81}\div 9=2934\div 9=326$であり、これが実である。

(27) ２×上袤×上広+上袤×下広＝２×８×５＋８×７＝80＋56＝136であるから、注 (25) の最後の方程式の右辺は326－136＝190である。

(28) ここでの「実」は注(26)で求めた「実」ではなく、注(27)で差をとった 190である。２×下広+上広＝２×７＋５＝14＋５＝19でこれを割って、下袤は10尺と求まる。

訳：今、上広５尺、上袤８尺、下広７尺、深さ９尺の四角錐台の穴がある。粟301斛$8\frac{42}{81}$斗を収蔵する。問う、下袤はどれほどか。

答にいう、１丈。

術にいう、粟の積尺を置いて、６倍し、深さで割る。得られたものは、上袤を２倍し上広を掛けたものと、また下広を上袤に掛けたものを合わせて、それから引く。残りは、下広を２倍し上広を加えたもので割れば、下袤が得られる。

草にいう、301斛８斗を置き、分母の81を掛けて、分子の42に入れると、24450を得る。さらに斛法をこれに掛けて、39609を得る。さらに６をこれに掛けて、237654を得る。分母81でこれを割ると、2934を得る。さらに深さ９尺でこれを割ると、326が得られて実とする。また上袤を２倍して16を得て、上広５尺をこれに掛けて、80を得る。さらに下広を上袤に掛けて、56を得る。これらを合わせて、136を得る。そして実から引けば、残りは190である。さらに下広７尺を２倍して、14を得る。さらに上広５尺を加え、19とする。これで実 (残りの190) を割れば、１丈を得る。題意を満たす。

参考文献

１)『宋刻算経六書』中の『張丘建算経』上中下三巻 (文物出版社、1980年３月)

２) 銭宝琮校勘『算経十書』所収『張丘建算経』上中下三巻 (『李儼・銭宝琮科学史全集』第四巻) (遼寧教育出版社、1998年12月)

３) 郭書春校点『算経十書』所収『張丘建算経』三巻 (九章出版社、2001年４月)

４) 呉文俊『中国数学史大系』第四巻「第二編、南北朝伝世算書 第二章、『張丘建算経』」(北

京師範大学出版社、1999年８月）
5）紀志剛『南北朝隋唐数学』第４章『張丘建算経』（河北科学技術出版社、2000年２月）
6）李海・段海龍『北朝科技史』第三章数学第三節『張丘建算経』（上海人民出版社、2019年11月）
7）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編39号、2020年６月）
8）大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿（2）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編40号、2020年10月）
9）大川俊隆「『孫子算経』訳注稿（1）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編36号、2019年６月）
10）馬場理恵子「『張丘建算経』訳注稿（3）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編41号、2021年２月）
11）馬場理恵子「『張丘建算経』訳注稿（4）」（大阪産業大学論集　人文･社会科学編投稿中）
12）角谷常子、張替俊夫「『九章算術』訳注稿（7）」大阪産業大学論集　人文・社会科学編８号（2010年２月）
13）馬場理恵子「『孫子算経』訳注稿（2）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編37号、2019年10月）
14）小寺裕、張替俊夫「岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（5）」（大阪産業大学論集　人文・社会科学編37号、2014年２月）
15）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）
16）田村誠、武田時昌「『九章算術』訳注稿（14）」大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号（2012年10月）
17）大川俊隆、田村誠「『九章算術』訳注稿（30）」大阪産業大学論集　人文・社会科学編32号（2018年３月）