

# 『張丘建算經』 訳注<sup>†</sup> 稿 (3)

馬 場 理惠子<sup>†</sup>

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、田村 誠

馬場 理惠子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Mathematical Classic of  
Zhang Qiujian (張丘建算經)” Vol. 3

BABA Rieko

## Abstract

“The Mathematical Classic of Zhang Qiujian” was written during the Southern and Northern Dynasties, which was listed as one of the Ten Computational Canons (算經十書) during the Tang dynasty. The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it from the viewpoint of our previous work on “The Nine Chapters on the Mathematical Art (九章算術).”

This is the third article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 10 of the second volume.

『張丘建算經』は南北朝期に書かれた算術書であり、唐代に編纂された算經十書の一つである。我々は、我々の『九章算術』研究を起点に、『張丘建算經』の訳注を完成させる

---

<sup>†</sup>This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 18K00269.

<sup>†</sup> 京都女子大学 非常勤講師

草 稿 提 出 日 10月31日

最 終 原 稿 提 出 日 11月10日

ことを目的としている。

本訳注稿では南宋本を底本とし、これに諸家の校訂を加える。

本論文では、『張丘建算経』巻中の算題 [一] ~ [一〇] に対する訳注を与える。

[一] 今有戸出銀一斤八兩一十二銖。今以家有貧富不等、令戸別作差品、通融出之。最下戸出銀八兩、以次戸差各多三兩。問、戸幾何。

答曰、一十二戸。

術曰、置一戸出銀斤兩銖數、以最下戸出銀兩銖數減之。餘、倍之、以差多兩銖數加之爲實、以差兩銖數爲法。實如法而一。

草曰、置二十四兩、以二十四乘之、内一十二銖、得五百八十八銖。減最下戸八兩數一百九十二銖、餘三百九十六。倍之、得七百九十二。又加差多三兩數七十二銖、共得八百六十四爲實。以差多兩數七十二爲法。除實、得一十二戸。合前問。

**訓読：**今戸ごとに銀一斤八兩一十二銖を出だす有り。今、家ごとに貧富の等しからざる有るを以て、戸をして別けて差品をなし、通融して之を出ださしむ<sup>(1)</sup>。最下の戸は銀八兩を出し、次戸の差を以て各おの三兩を多くす。問う、戸は幾何ぞ。

答えに曰う、一十二戸。

術に曰う、一戸の出だす銀の斤兩の銖数を置き、最下の戸の出だす銀の兩の銖数を以て之より減ず。余りは、之を倍し、差の多き兩の銖数を以て之に加え実と爲し、差の兩の銖数を以て法と爲す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、二十四兩を置き、二十四を以て之に乘じ、一十二銖を内れ、五百八十八銖を得。最下の戸の八兩の数一百九十二銖を減ずれば、余りは三百九十六。之を倍して、七百九十二を得。又、差の多きの三兩の数七十二銖を加え、共に八百六十四を得て実と爲す。差の多きの兩数七十二を以て法と爲す。実を除せば、一十二戸を得<sup>(2)</sup>。前問に合す。

**注：**(1) 「差品」は等級、差別のこと。ここでは等級として用いられている。『漢書』貨殖伝序「昔先王之制、自天子・公侯・卿大夫・士、至于皁隸・抱關・擊楫者、其爵祿・奉養・宮室・車服・棺槨・祭祀・死生之制各有差品、小不得僭大、賤不得踰貴。

「通融」は全体を通して調整すること。『張丘建算経』下卷、百鷄術の甄鸞注に「所以然者、其多少互相通融於同價」とあり、合計金額が同じになるように全体を通して調整するという意味で用いられている。また、『隋書』律曆志中にも「雖言冬至

後上三日、前後通融、只合在斗十七度」とあり、観測値の調整の意味で用いられている。ここでいう「通融」とは決められた値に帳尻をあわせる時などに個々の誤差や多少を考慮した上で、全体を通して調整することを指しているのであろう。

(2) 本題は初項8、公差3の等差数列の問題である。「草曰」の計算は以下の通り。

① 1戸が出す1斤8両12銖(588銖)を置き、最下の戸の出す8両(192銖)を引くと、余りは1斤12銖(396銖)。(1斤=16両、1両=24銖)。(術文の「置一戸出銀斤兩銖數、以最下戸出銀兩銖數減之」にあたる。)

② 余った1斤12銖を銖數に直して2倍する。(1斤=384銖)。(術文の「餘、倍之」にあたる。)

$$384銖 + 12銖 = 396銖$$

$$396銖 \times 2 = 792銖$$

③ 家ごとの差3両を銖數に直して792銖に加える。(術文の「以差多兩銖數加之爲實」にあたる。)

$$72銖 + 792銖 = 864銖 \quad \dots \text{実}$$

④ 家ごとの差3両(72銖)を法として実を割ると答えが得られる。(術文の「以差兩銖數爲法。實如法而一」にあたる。)

$$864銖 \div 72銖 = 12戸$$

各家が出す銀は8両、11両、14両、17両、20両、23両、26両、29両、32両、35両、38両、41両となる。

**訳：**今戸ごとに銀1斤8両12銖を出す。今、家ごとに貧富の差があるので、戸を分けて家ごとに等級をもうけて、全体を通して調整して出させた。最も貧しい家は銀8両を出し、等級による家ごとの差はそれぞれ3両ずつ多くなる。問う、家はどれだけあるか。答えにいう、12戸。

術にいう、戸ごとに出すべき銀の斤兩の銖數を置き、最下の家の出した銀の兩の銖數をこれから引く。余ったものは、これを倍し、各家の差の兩の銖數を加えて実とする。差の兩の銖數を法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、24両(16両+8両)を置き、24を掛けて銖數に直し、12銖を加えると、588銖となる。最下の戸の8兩の銖數は、192銖なので、588銖から192銖を引いた余りは396銖。これを2倍すると、792銖となる。又、各家の差の3兩の銖數72銖を加えると、864銖となり、これを実とする。各家の差の3兩の銖數72を法とする。実を法で割ると、12戸が得られ、題意を満たす。

[二]今有人盗馬乗去、已行三十七里、馬主乃覺。追之一百四十五里、不及二十三里而還。今不還追之。問、幾何里及之。

答曰、二百三十八里一十四分里之三。

術曰、置不及里數、以馬主追里數乘之爲實。以不及里數減已行里數、餘爲法。實如法而一。

草曰、置馬不及里數二十三里。以馬主追去一百四十五里乘之、得三千三百三十五、爲實。以不及二十三里減已行三十七里、餘一十四爲法。除實、得二百三十八里一十四分里之三。合前問。

**訓読：**今人の馬を盗みて乗り去る有り、已に行くこと三十七里にして、馬主乃ち覚る。之を追うこと一百四十五里、及ばざること二十三里にして還る。今、還らずして之を追う。問う、幾何里にして 之に及ぶや。

答えに曰う、二百三十八里一十四分里の三。

術に曰う、及ばざる里数を置き、馬主の追う里数を以て之に乘じ、実と為す。及ばざる里数を以て已に行きし里数より減じ、余りは法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、馬の及ばざる里数二十三里を置く。馬主の追いて去ること一百四十五里を以て之に乘じ、三千三百三十五を得て実と為す。及ばざる二十三里を以て、已に行きし三十七里より減じ、余の一十四を法と為す。実を除せば、二百三十八里一十四分里の三を得<sup>(3)</sup>。前問に合す。

**注：**(3) 本題は旅人算の一種で、 $14 : 145 = 23 : x$ の比例問題である(14は馬主が盗人と縮めた距離。145は馬主が追ってから諦めるまでの距離。23は馬主が諦めた時点での盗人との距離。14里縮めるのに145里かかったので、23里を縮めるにはどれだけかかるか、と考える。) 計算は以下の通り。

$23\text{里} \times 145\text{里} = 3335 \quad \dots \text{実}$  (術文の「置不及里數、以馬主追里數乘之、爲實」にあたる。)

$37\text{里} - 23\text{里} = 14 \quad \dots \text{法}$  (術文の「以不及里數減已行里數、餘爲法」にあたる。)

$3335 \div 14 = 238\frac{3}{14}\text{里}$  (術文の「實如法而一」にあたる。)

**訳：**今人の馬を盗んで乗り去るものがおり、すでに37里行ったところで、馬主がそこで気がついた。盗人を145里追いかけて、あと23里というところで引き返した。今、引き

返さないで盗人を追う。問う、どれだけの里で盗人に追いつくか。

答えにいう、 $238\frac{3}{14}$ 里。

術にいう、「及ばざる里数」を置き、「馬主の追う里数」をこれに掛け、実とする。「及ばざる里数」を「已に行きし里数」から引き、余りは法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、馬が追いつけなかった里数23里を置く。馬主が追いかけた145里をこれに掛け、3335を得て、実とする。(馬が)追いつけなかった23里を、(盗人が)すでに進んだ37里から引き、余りの14を法とする。実を法で割れば、 $238\frac{3}{14}$ 里を得る。題意を満たす。

[三]今有馬行轉遲、次日減半疾、七日行七百里。問、日行幾何。

答曰、初日行三百五十二里一百二十七分里之九十六。

次日行一百七十六里一百二十七分里之四十八。

次日行八十八里一百二十七分里之二十四。

次日行四十四里一百二十七分里之一十二。

次日行二十二里一百二十七分里之六。

次日行一十一里一百二十七分里之三。

次日行五里一百二十七分里之六十五。

術曰、置六十四・三十二・一十六・八・四・二・一爲差、副併爲法。以行里數乘未併者、各自爲實。實如法而一。

草曰、置七日爲七位、以次倍之、得一・二・四・八・十六・三十二・六十四爲差。以副併之、得一百二十七爲法。以七日行七百里乘未併者、初日得四百四十八里、次得二百二十四里、次得一百一十二里、次得五十六里、次得二十八里、次得十四里、次得七里、各自爲實。實如法而一。各合問。

**訓読：**今馬行きて<sup>うた</sup>転た遅き有り、次日は半疾を減じ、七日にして行くこと七百里。問う、日に行くこと幾何ぞ。

答えに曰う、初日行くこと三百五十二里一百二十七分里の九十六。

次日行くこと一百七十六里一百二十七分里の四十八。

次日行くこと八十八里一百二十七分里の二十四。

次日行くこと四十四里一百二十七分里の一十二。

次日行くこと二十二里一百二十七分里の六。

次日行くこと一十一里一百二十七分里の三。

次日行くこと五里一百二十七分里の六十五。

術に曰う、六十四・三十二・一十六・八・四・二・一を置き差と為し、副に併せて法と為す。行く里の数を以て未だ併せざる者に乗じ、各おの自ら実と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、七日を置きて七位と為し、次を以て之を倍し、一・二・四・八・十六・三十二・六十四を得て差と為す。以て副に之を併せて、一百二十七を得て法と為す。七日七百里行くを以て未だ併せざる者に乗ず。初日は四百四十八里を得、次は二百二十四里を得、次は一百一十二里を得、次は五十六里を得、次は二十八里を得、次は十四里を得、次は七里を得、各々自ら実と為す。実、法の如くして一とす<sup>(4)</sup>。各おの間に合す。

**注：**(4) 計算は以下の通り。「術曰」通りに計算すると、7日で進んだ距離700里に「未併者(64)」を掛けるので、44800となるが、「草曰」では、「448里を得る」とある。算木の計算を念頭において南宋本の草では空位を落として448としたのであろう。

$$\text{初日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{64}{127} = 352\frac{96}{127}\text{里}$$

$$\text{次の日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{32}{127} = 176\frac{48}{127}\text{里}$$

$$\text{次の日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{16}{127} = 88\frac{24}{127}\text{里}$$

$$\text{次の日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{8}{127} = 44\frac{12}{127}\text{里}$$

$$\text{次の日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{4}{127} = 22\frac{6}{127}\text{里}$$

$$\text{次の日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{2}{127} = 11\frac{3}{127}\text{里}$$

$$\text{次の日に進んだ距離は、} 700\text{里} \times \frac{1}{127} = 5\frac{65}{127}\text{里となる。}$$

**訳：**今馬が進むのにだんだん遅くなることもあり、次の日には速さが半減し、7日で進んだのは700里であった。問う、日ごとに進んだのはどれだけか。

答えにいう、初日に進んだのは $352\frac{96}{127}$ 里

次の日に進んだのは、 $176\frac{48}{127}$ 里

次の日に進んだのは、 $88\frac{24}{127}$ 里

次の日に進んだのは、 $44\frac{12}{127}$ 里

次の日に進んだのは、 $22\frac{6}{127}$ 里

次の日に進んだのは、 $11\frac{3}{127}$ 里

次の日に進んだのは、 $5\frac{65}{127}$ 里。

術にいう、 $64 \cdot 32 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1$ を置き差とし、別に併せて法とする。進んだ里の数をまだ合わしていないものに掛け、それぞれを実とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、7日を置いて7位とし、順にこれを倍して、 $1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot 64$ を得て、これを差とする。別にこれを併せると127が得られるので、これを法とする。7日で700里を進むので、7を併せる前の割合(1, 2, 4, 8, 16, 32, 64)に掛ける。すると初日は448里、次の日は224里、次の日は112里、次の日は56里、次の日は28里、次の日は14里、次の日は7里となり、それぞれを日ごとの実とする。実を法で割ると答えが得られる。各々題意を満たす。

[四]今有駑馬日初發家、良馬日以七分之一發家。日乃五分之二、行四十五里、及駑馬。問、良・駑馬一日不止、各行幾何。

答曰、良馬日行一百七十五里。駑馬日行一百一十二里一百五十步。

術曰、置五分之二・七分之一、相減、餘爲良馬行率。增七分日之一、爲駑馬行率。各以爲法。以及里數乘二母爲實。實如法而一。

草曰、置七分於右上、一於左上、五分於右下、二於左下。以右上乘左下得十四、以右下乘左上得五。減十四、得九、爲良馬率法。以五加九、得十四、爲駑馬率法。以七分・五分相乘得三十五、以乘追及四十五里、得一千五百七十五里爲實。以良馬九法除之、得一百七十五里爲良馬行。又以十四除實、得一百一十二里。餘七里、以里法三百通之、得二千一百步、再以十四除之、得一百五十步。合前問。

**訓読：**今駑馬日の初めに家を發し、良馬日の七分の一を以て家を發す有り<sup>(5)</sup>。日は乃ち五分の二、行くこと四十五里にして、駑馬に及ぶ。問う、良・駑馬一日止まらざれば、各々行くこと幾何ぞ。

答えに曰う、良馬、日に行くこと一百七十五里。駑馬、日に行くこと一百一十二里一百五十歩。

術に曰う、五分之二・七分之一を置き、相い減じ、余りは良馬の行率と爲す。七分日の一を増し、駑馬の行率と爲す。各おの以て法と爲す。及ぶ里数を以て二母に乗じて実と爲す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、七分を右上に、一を左上に、五分を右下に、二を左下に置く。右上を以て左下に乘じ十四を得、右下を以て左上に乘じ五を得。十四より減じて、九を得、良馬の率の法と爲す。五を以て九に加え、十四を得、駑馬の率の法と爲す。七分・五分

を以て相乗じ三十五を得、以て追い及ぶ四十五里に乘じ、一千五百七十五里を得て実と為す。良馬の九の法を以て之を除せば、一百七十五里を得、良馬の行と為す。又、十四を以て実を除し、一百一十里を得。余り七里は、里法三百を以て之を通じ<sup>(6)</sup>、二千一百歩を得、更に十四を以て之を除し、一百五十歩を得<sup>(7)</sup>。前問に合す。

注：(5)「駑馬」は能力の低い馬。『九章算術』盈不足章に「今有良馬與駑馬發長安至齊」として駑馬の問題がみえる。

(6)「里法三百」とは「歩」を「里」に換算するときの法で、1(里)=300(歩)であるから300のこと。単に「里法」とあっても同じ。(『海島算経』訳注稿(1)注(14)参照)。

(7)「草曰」の計算は以下の通り。本題は旅人算の比例問題である。術文では良馬が一日に進む距離を $x$ 、駑馬が一日に進む距離を $y$ として $45 : \frac{9}{35} = x : 1$ 、及び $45 : \frac{14}{35} = y : 1$ の計算をしている。(45は良馬が進んだ距離。 $\frac{9}{35}$ は $(\frac{2}{5} - \frac{1}{7})$ で駑馬と良馬の進んだ時間の差で、良馬の進む速さを表している。駑馬が先行した時間 $\frac{1}{7}$ 日に $\frac{9}{35}$ を足すと $\frac{14}{35}$ となり、駑馬の進む速さを表している。)

① $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{7}$ をたすき掛けして、14と5を得る。

左	右	
1	7	・・・14
2	5	・・・5

②法となる良馬の率と駑馬の率を求める。(①、②の計算が、術文の「置五分之二・七分之一、相減、餘爲良馬行率。増七分日之一、爲駑馬行率。各以爲法」にあたる。)

$$14 - 5 = 9 \quad \dots \text{良馬の率}$$

$$5 + 9 = 14 \quad \dots \text{駑馬の率}$$

ここで求めた「良馬の率」と「駑馬の率」がそれぞれ法となる。

③分母の7と5を掛けて35を得、それに良馬が追いついた距離45を掛ける。これが実となる。(術文の「以及里數乘二母、爲實」にあたる。)

$$7 \times 5 \times 45 = 1575 \text{里}$$

④②で求めた良馬の率9、駑馬の率14で1575里をそれぞれ割ると、両者の1日で進む距離が得られる。(術文の「實如法而一」にあたる。)

$$1575 \text{里} \div 9 = 175 \text{里} \quad \dots \text{良馬の行}$$

$$1575 \text{里} \div 14 = 112\frac{1}{2} \text{里} = 112 \text{里} 150 \text{歩} \quad \dots \text{駑馬の行}$$



**訳：**今驚馬は1日の初めに家を出発し、良馬は $\frac{1}{7}$ 日してから家を出発した。 $\frac{2}{5}$ 日、45里を行った所で、驚馬に追いついた。問う、良・驚馬が一日止まらずに進んだ場合、それぞれが進む距離はどれだけか。

答えにいう、良馬は1日に進む距離は175里。驚馬が1日に進む距離は112里150歩。

術にいう、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{1}{7}$ を置き、多い方から少ない方を引いて、余りは良馬の行率とする。 $\frac{1}{7}$ 日分を増して、驚馬の行率とする。それぞれを法とする。追いついた里数を2つの分母に掛け実とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、7分を右上に、1を左上に、5分を右下に、2を左下に置く。右上の7を左下の2に掛けて14を得、右下の5を左上の1に掛けて5を得る。14から5を引くと、9(良馬の率)が得られ、この良馬の率を法とする。5を9に加えると、14(驚馬の率)が得られ、この驚馬の率を法とする。7分・5分を相乗じて35を得、良馬が追いついた距離45里をこれに掛けると、1575里が得られ、これを実とする。良馬9を法とし1575里を割ると、175里を得、良馬の行となる。又、14で実を割ると、110里を得る。余りの7里は、里法300を掛けて歩数に直すと、2100歩を得、さらに14で2100歩を割ると、150歩が得られる。題意を満たす。

[五]今有遅行者五十歩、疾行者七十歩。遅行者以先發、疾行者以後發。行八十七里一百五十歩乃及之。問、遅行者先發行幾何里。

答曰、二十五里。

術曰、以遅行歩數減疾行歩數、餘、以乘及歩數爲實。以疾行歩數爲法。實如法而一。草曰、置疾行七十歩、以遅行五十歩減之、餘二十歩。以乘及八十七里半、得一千七百五十里。以疾行七十歩爲法。除實、得二十五里。合前問。

**訓読：**今遅く行く者五十歩、疾く行く者七十歩有り。遅く行く者は先を以て發し、疾く行く者は後を以て發す。八十七里一百五十歩を行きて乃ち之に及ぶ。問う、遅く行く者の先に發して行くこと幾何里なるか。

答えに曰う、二十五里。

術に曰う、遅く行くの歩数を以て疾く行くの歩数より減じ、余りは以て及びし歩数に乗じて実と為す。疾く行くの歩数を以て法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、疾く行くの七十歩を置き、遅く行くの五十歩を以てこれより減ずれば、余りは二十歩。以て及びし八十七里半を乗じ、一千七百五十里を得。疾く行くの七十

歩を以て法と為す。実を除せば、二十五里を得<sup>(8)</sup>。前問に合す。

**注：**(8) 本題は旅人算の一種で「遅く行く者」と「疾く行く者」との比例計算である。

$70 : 87\frac{1}{2} = 20 : x$ として計算している。(遅い者が50歩行く間に、速い者と遅い者との差は $70 - 50 = 20$ で20歩ずつ縮まる。よって遅い者が87里半行く間に差は $87 \times \frac{1}{2} \times \frac{70 - 50}{70}$ 縮まるという計算)。

「草曰」の計算は以下の通り。

70歩 - 50歩 = 20歩 (術文の「以遅行歩數減疾行歩數」にあたる。)

$20歩 \times 87\frac{1}{2}里 = 1750里$  ……実(術文の「餘、以乘及歩數、爲實」にあたる。)

$1750里 \div 70歩 = 25里$  (術文の「以疾行歩數爲法。實如法而一」にあたる。)

**訳：**今50歩の速さでゆっくり進む者と、70歩の速さで速く進む者がいる。ゆっくり歩く者は先に出発し、早く歩く者は後から出発した。87里150歩進んだところで先に出発したものに追いついた。問う、ゆっくり歩く者が先に出発して進んだ距離はどれだけか。

答えにいう、25里。

術にいう、遅く行く者の歩数を疾く行く者の歩数から引き、余りは追いついた歩数を掛けて実とする。疾く行く者の歩数を法とする。実を法で割れば、答えが得られる。

草にいう、疾く行く者の70歩を置き、遅く行く者の50歩を70歩から引けば、余りは20歩。これに追いついた距離87里半を掛けると、1750里を得る。疾く行く者の70歩を法とする。法で実を割れば、25里が得られる。題意を満たす。

[六]今有甲日行七十里、乙日行九十里。甲日以五分之一乃發、乙日以三分之二乃發。問、乙行幾何里及甲。

答曰、一百四十七里。

術曰、以五分日之一減三分日之二、餘、以甲日行里數乘之、又以乙日行里數乘之爲實。以甲・乙行里數相減、餘以乘二分母爲法。實如法而一。

草曰、置五分於右上、置一於左上。又置三分於右下、之二於左下。以右上五乘左下二、得一十。以右下三乘左上一、得三、以減十、餘七。以甲行七十里乘之、得四百九十、又以乙行九十里乘之、得四萬四千一百。以甲行里數減乙行里數、餘二十里。以二分母乘之、得三百。以除實、得一百四十七里。乃合前問。

**訓読：**今甲は日に行くこと七十里、乙は日に行くこと九十里有り。甲、日は五分の一を以

て乃ち發し、乙、日は三分の二を以て乃ち發す。問う、乙の行くこと幾何里にして甲に及ぶや。

答に曰う、一百四十七里。

術に曰う、五分日の一を以て三分日の二より減じ、余りは、甲の日に行く里数を以て之に乘じ、又乙の日に行く里数を以て之に乘じて実と為す。甲・乙の行く里数を以て相減じ、余りは以て二分母に乘じて法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、「五分」を右上に置き、「之一」を左上に置く。又、「三分」を右下に、「之二」を左下に置く。右上の五を以て左下の二に乘じ、一十を得。右下の三を以て左上の一に乘じ、三を得、以て十より減ずれば、余りは七。甲の行く七十里を以て之に乘じ、四百九十を得、又乙の行く九十里を以て之に乘じ、四万四千一百を得。甲の行く里数を以て乙の行く里数より減ずれば、余りは二十里。二分母を以て之に乘じ、三百を得。以て実を除せば、一百四十七里を得<sup>(9)</sup>。乃ち前問に合す。

注：(9) 本題は旅人算の一種で、 $20 : 70 \times \frac{7}{15} = 90 : x$ の比例計算である。(20里は甲乙の進む距離の差で90里-70里、 $\frac{7}{15}$ は $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ で甲乙の歩いた時間の差、甲の先行距離は $\frac{7}{15} \times 70$ 。乙が追いつくには $\frac{7}{15} \div (90 - 70)$ 日かかる。この間に乙が移動する距離は、 $\frac{7}{15} \times \frac{70 \times 90}{90 - 70}$ )。

また、「草曰」の計算は以下の通り。

- ①左右をたすき掛けして、多い方から少ない方を引く。(1/5を2/3から引く計算。術文の「以五分日之一減三分日之二」にあたる。)

左	右
1	5 . . . 10
2	3 . . . 3
10 - 3 = 7	. . . この7は1日の $\frac{7}{15}$ の7。

- ②余りの7と甲の進む距離70里と乙の進む距離90里を掛ける。(術文の「餘、以甲日行里數乘之、又以乙日行里數乘之、爲實」にあたる。)

$70 \times 7 = 490$   
 $490 \times 90 = 44100$  . . . 実

- ③甲が進む距離と乙が進む距離の差を求める。(術文の「以甲・乙行里數相減」にあたる。)

$90 \text{里} - 70 \text{里} = 20 \text{里}$

- ④③で求めた20里と分数の分母(5と3)を掛けて法とする。(術文の「餘以乘二

分母、爲法」にあたる。)

$$20\text{里} \times 5 \times 3 = 300 \cdot \cdot \cdot \text{法}$$

⑤実を法で割ると答えが得られる。(術文の「實如法而一」にあたる。)

$$44100 \div 300 = 147\text{里}$$

**訳：**今甲は1日に進む距離が70里で、乙は1日に進む距離が90里である。甲は $\frac{1}{5}$ 日の所で出発し、乙は $\frac{2}{3}$ 日の所で行った。問う、乙はどれだけ進んだ地点で甲に追いつくか。答えにいう、147里。

術にいう、 $\frac{1}{5}$ を $\frac{2}{3}$ から引き、余りは甲が1日に行く里数に掛け、又、乙が1日に行く里数にも掛けて実とする。甲と乙の行く里数で多い方から少ない方を引き、余りは2つの分母に掛けて法とする。実を法で割れば、答えが得られる。

草にいう、5分を右上に置き、(分子の)1を左上に置く。又、3分を右下に、(分子の)2を左下に置く。右上の5を左下の2に掛け、10を得る。右下の3を左上の1に掛け、3を得て、これを10から引けば、余りは7。甲が進む70里を余りの7に掛けると、490を得、又(490に)乙が進む90里を掛けると、44100を得る。甲が進む里数を乙が進む里数から引けば、余りは20里。2つの分母(5と3)を余りの20里に掛けると、300を得る。これで実(44100)を割ると、147里が得られる。題意を満たす。

[七]今有築城、上廣一丈、下廣三丈、高四丈。今已築高一丈五尺。問、已築上廣幾何。

答曰、二丈二尺五寸。

術曰、置城下廣、以上廣減之。又置城高、以減築高。餘相乘、以城高而一。所得加城上廣、即得。

草曰、置城下廣三十尺、以上廣減之、餘二十尺。別(以)〈置〉城高四十尺、以築高一丈五尺減之、得二丈五尺。以乘二十尺、得五百尺。以城高四十尺爲法、除之、得一丈二尺五寸。所得加城上廣一丈、得二丈二尺五寸。合前問。

**校訂：**[一] 文脈から「以」を「置」にする。注(10)参照。

**訓読：**今城を築く有り、上広一丈、下広三丈、高四丈。今、已に築きし高一丈五尺。問う、已に築きし上広は幾何ぞ。

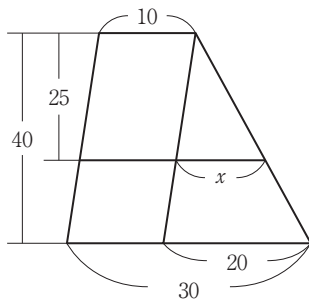
答えに曰う、二丈二尺五寸。

術に曰う、城の下広を置き、上広を以て之より減ず。又、城の高さを置き、以て築きし高を減ず。余りは相乗じて、城の高さを以て一とす。得る所は城の上広に加うれば、即ち得。

草に曰う、城の下広三十尺を置き、上広を以て之より減ずれば、余りは二十尺。別に城の高四十尺を置き<sup>(10)</sup>、築きし高一丈五尺を以て之より減ずれば、二丈五尺を得。以て二十尺を乗ずれば、五百尺を得。城の高四十尺を以て法と為し、之を除せば、一丈二尺五寸を得。得る所は城の上広一丈に加うれば、二丈二尺五寸を得<sup>(11)</sup>。前問に合す。

注：(10)南宋本では「別以城高四十尺」となっているが「以」では解しがたい。本来は「置」の可能性が有る。しばらく「以」を「置」に置き換えて訓読し訳す。

(11)「城」は城壁のこと。台形柱の上広を求める問題。下辺から築城し、出来たところでの上広を求めている。本題は、三角形の相似を用いた比例計算である。高が40減ると広は20になるので、高が25減ると広はどれだけになるかと考える。 $40:20=25:x$ として計算している。 $x$ は下図の部分にあたるので、上広10を足すことで、出来たところの上広を求めることができる。



「草曰」の計算は以下の通り。

$30 - 10 = 20$  (術文の「置城下廣、以上廣減之」にあたる。)

$40 - 15 = 25$  (術文の「又置城高、以減築高」にあたる。)

$25 \times 20 = 500$  ……実 (術文の「餘相乗」にあたる。)

$500 \div 40 = 12$ 尺5寸 (術文の「以城高而一」にあたる。)

$10 + 12$ 尺5寸 =  $22$ 尺5寸 = 2丈2尺5寸 (術文の「所得加城上廣、即得」にあたる。)

訳：今城を築いており、上広1丈、下広3丈、高4丈。今、すでに築き終えた高さは1丈5尺である。問う、すでに築かれた上広はどれだけか。

答えにいう、2丈2尺5寸。

術にいう、城の下広を置き、下広より上広を引く。又、城の高を置き、築いた高より引く。余りは互いに掛けて、城の高で割る。得た数に城の上広を足せば、答えが得

られる。

草にいう、城の下広30尺を置き、上広(10尺)を引くと、余りは20尺。別に城の高40尺から、築いた高1丈5尺(15尺)を引くと、2丈5尺(25尺)が得られる。この余り25尺と先程得た余りの20尺を掛けると、500尺が得られる。城の高40尺を法として、500尺を割ると、1丈2尺5寸が得られる。この得た数を城の上広1丈に足すと、2丈2尺5寸が得られる。題意を満たす。

[八]今有築牆、上廣二尺、下廣六尺、高二丈。今已築上廣三尺六寸。問、已築高幾何。

答曰、一丈二尺。

術曰、置已築上廣及下廣、(各)〈相〉減、(牆上廣以築上廣減餘以減下廣減餘)<sup>[-1]</sup>、餘乘牆高爲實。以牆上廣減下廣、餘爲法。實如法而一。

草曰、置牆下廣六尺、以築高上廣三尺六寸減之、餘二尺四寸。以牆高二十尺乘之、得四十八尺。又以牆上廣二尺減下廣六尺、餘四尺、爲法。除之、得一丈二尺。合前問。

**校訂：**[一]「牆上廣以築上廣減餘以減下廣減餘」の15字は意味を解し難い。「草曰」にこの部分に該当する文がないので衍文であろう。今、これを削る。「各」は「相」の誤り。

**訓読：**今牆を築く有り、上広二尺、下広六尺、高二丈。今、已に築きし上広三尺六寸。問う、已に築きし高は幾何ぞ。

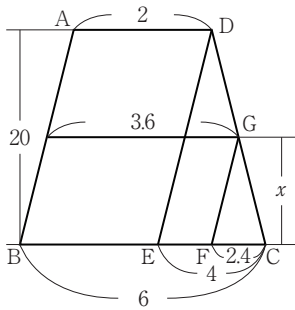
答えに曰う、一丈二尺。

術に曰う、已に築きし上広及び下広を置き、相減じ、余りは牆の高に乗じて実と為す。牆の上広を以て下広より減じ、余りは法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、牆の下広六尺を置き、築きし高の上広三尺六寸を以て之より減ずれば、余りは二尺四寸。牆の高二十尺を以て之に乗じ、四十八尺を得。又牆の上広二尺を以て下広六尺より減じ、余りの四尺を法と為す。之を除せば、一丈二尺を得。前問に合す<sup>(12)</sup>。

**注：**(12)「牆」は「垣」に同じ、土壁のこと。[七] 題と同じく台形柱の問題。本題は三角形の相似を用いた比例問題である。下図のように、台形ABCDの中に△DECと

△GFCの2つの三角形の相似を考え、 $20 : 4 = x : 2.4$ として計算している。



「草曰」では「尺」のまま計算している。

$6 - 3$  尺 6 寸 = 2 尺 4 寸 (術文の「置已築上廣及下廣、相減」にあたる。)

$20 \times 2$  尺 4 寸 = 48 …… 実 (術文の「餘乘牆高、爲實」にあたる。)

$6 - 2 = 4$  …… 法 (術文の「以牆上廣減下廣、餘爲法」にあたる。)

$48 \div 4 = 12 = 1$  丈 2 尺 (術文の「實如法而一」にあたる。)

**訳：**今上広 2 尺、下広 6 尺、高 2 丈の牆を築く。今、すでに築き終えた上広は 3 尺 6 寸である。問う、すでに築き終えた高はどれだけか。

答えにいう、1 丈 2 尺。

術にいう、すでに築き終えた上広及び下広を置き、下広からすでに築き終えた上広を引き、余りは牆の高に掛けて、実とする。牆の上広を下広から引き、余りは法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、牆の下広 6 尺を置き、築き終えた高の上広 3 尺 6 寸を 6 尺から引くと、余りは 2 尺 4 寸。牆の高 20 尺を 2 尺 4 寸に掛けると、48 尺が得られる。又牆の上広 2 尺を下広 6 尺から引き、余りの 4 尺を法とする。48 尺を 4 尺で割ると、1 丈 2 尺が得られる。題意を満たす。

[九]今有方錐、下方二丈、高三丈。欲斬末爲方亭。令上方六尺。問、斬高幾何。答曰、九尺。

術曰、令上方尺數乘高尺數爲實。以下方尺數爲法。實如法而一<sup>[1]</sup>。

草曰、置上方六尺、以乘高三十、又得一百八十尺。以下方二十尺爲法。[除]實<sup>[1]</sup>、得九尺。合前問。

**校訂：**[1] 錢校本によって「除」を補う。

**訓読：**今方錐有り、下方二丈、高三丈。末を斬りて方亭と為さんと欲す<sup>(13)</sup>。上方をして六尺たらしむ。問う、高を斬ること幾何ぞ。

答えに曰う、九尺。

術に曰う、上方の尺数をして高の尺数に乗ぜしめ実と為す。下方の尺数を以て法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、上方六尺を置き、以て高三十に乘じ、又一百八十尺を得<sup>(14)</sup>。下方二十尺を以て法と為す。実を除せば、九尺を得<sup>(15)</sup>。前問に合す。

**注：**(13)「方錐」とは正四角錐のこと。「方亭」とは正四角錐台のこと。「末」とは梢のこと。ここは「方錐」の上部を指す。

(14) この180尺は実のこと。本来であればこのあとに「爲實」の文がくるが、ここでは略されている。

(15) 本題は、三角形の相似を用いた比例計算である。高30、底辺20の三角形と、高x、底辺6の三角形の相似を考え、 $30 : 20 = x : 6$ として計算している。

「草曰」の計算は以下の通り。

6尺×30尺=180尺　・・・実（術文の「令上方尺數乘高尺數爲實」にあたる。）

180尺÷20尺=9尺（術文の「以下方尺數爲法。實如法而一」にあたる。）

**訳：**今、方錐があつて、下方2丈、高さ3丈である。上端を切り落として方亭としたい。上方は六尺とする。問う、斬るべき高さは上端からどれだけか。

答えにいう、9尺。

術にいう、上方の尺数を高さの尺数に掛けて実とする。下方の尺数を法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、上方6尺を置き、高さ30尺に掛けると、180尺が得られる。下方20尺を法とする。実を割ると、9尺が得られる。題意を満たす。

**[1] 臣淳風等謹按、此術下方爲句率、高爲股率、上方爲今有見句數。以見句乘股率、如句率而一、即得。**

**訓読：**臣淳風等謹んで按ずるに、此術下方を句率と爲し、高を股率と爲し、上方を今有る見句の数と爲す<sup>(16)</sup>。見句を以て股率に乘じ、句率の如くして一とすれば、即ち得。

**注：**(16)「句率」「股率」「見句」について。直角三角形を挟む2辺のうち短い辺を「句」、長い辺を「股」といい、それらの比率を句率、股率と呼ぶ。「見句」は与えられている句のこと。直角三角形の相似比で考えると、句率20尺：見句6尺=股率30尺：



見句 $x$ となり、「草曰」と合致する。「見句」は『九章算術』句股章 [一七] 題の劉徽注に「南門東至隅一百歩爲見句歩」とあり、「既知の句」の意である。

**訳：**臣淳風等謹んで按じますに、この術は、下方を句率とし、高さを股率とし、上方を今与えられている句数とする。見句を股率に掛け、句率で割ると答えが得られる。

[一〇] 今有方亭下方三丈、上方一丈、高二丈五尺。欲接築爲方錐。問、接築高幾何。答曰、一丈二尺五寸。

術曰、置上方尺數、以高乘之爲實。以上方尺數減下方尺數、餘爲法。實如法而一。草曰、置上方十尺、以高二十五尺乘之、得二百五十尺。以上方一丈減下方三丈、餘二丈、爲法。除實、得一丈二尺五寸。乃合前問。

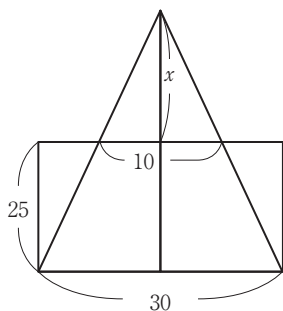
**訓読：**今方亭有り、下方三丈、上方一丈、高二丈五尺。築きしに接ぎて方錐と為さんと欲す。問う、築きしに接ぐこと高幾何ぞ。

答えに曰う、一丈二尺五寸。

術に曰う、上方の尺数を置き、高を以て之に乗じて実と為す。上方の尺数を以て下方の尺数より減じ、余は法と為す。実、法の如くして一とす。

草に曰う、上方十尺を置き、高二十五尺を以て之に乘じ、二百五十尺を得。上方一丈を以て下方三丈より減ずれば、余は二丈、法と為す。実を除せば、一丈二尺五寸を得<sup>(17)</sup>。乃ち前問に合す。

**注：**(17) 本題は、直角三角形の比で考えている。高さ25尺までに10減っているので、底辺10の時に高さはどれだけになるかと考える。



1丈 = 10尺 = 100寸

なので、2丈 = 20尺

$$30 - 10 : 25 = 10 : x$$

$x = 12\frac{1}{2}$  となり、1丈2尺5寸が得られる。

「草曰」の計算は以下の通り。

10尺 × 25尺 = 250尺 …… 実 (術文の「置上方尺數、以高乘之、爲實」にあたる。)

3丈 - 1丈 = 2丈 …… 法 (術文の「以上方尺數減下方尺數、餘爲法」にあたる。)

$250\text{尺} \div 20\text{尺} = 12.5\text{尺} = 1\text{丈}2\text{尺}5\text{寸}$  (術文の「實如法而一」にあたる。)

訳：今方亭下方3丈、上方1丈、高2丈5尺がある。すでに築かれた方亭に接いで方錐としようとしている。問う、築かれた方亭につき足す高はどれだけか。

答えにいう、1丈2尺5寸。

術にいう、上方10尺を置き、高を上方10尺に掛け、実とする。下方の尺数から上方の尺数を引き、余りは法とする。実を法で割ると答えが得られる。

草にいう、上方10尺を置き、高25尺をこれに掛け、250尺を得る。下方3丈から上方1丈を引き、余りの2丈は、法とする。実を除すと、1丈2尺5寸を得る。題意を満たす。

#### 参考文献

- 1) 『宋刻算経六書』中の『張丘建算経』上中下三卷(文物出版社、1980年3月)
- 2) 銭宝琮校勘『算経十書』所収『張丘建算経』上中下三卷(『李儼・銭宝琮科学史全集』第四卷)(遼寧教育出版社、1998年12月)
- 3) 郭書春点校『算経十書』所収『張丘建算経』三卷(九章出版社、2001年4月)
- 4) 呉文俊『中国数学史大系』第四卷「第二編、南北朝伝世算書 第二章、『張丘建算経』」(北京師範大学出版社、1999年8月)
- 5) 紀志剛『南北朝隋唐数学』第4章『張丘建算経』(河北科学技術出版社、2000年2月)
- 6) 李海・段海龍『北朝科技史』第三章第三節『張丘建算経』(上海人民出版社、2019年11月)
- 7) 大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿(1)」(大阪産業大学論集 人文・社会科学編39号、2020年6月)
- 8) 大川俊隆「『張丘建算経』訳注稿(2)」(大阪産業大学論集 人文・社会科学編40号、2020年10月)