『九章算術』訳注[†]稿（28）

田　村　　　誠[†]

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子

田村　誠、馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）” Vol. 28

TAMURA Makoto

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui（劉徽）and Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-eighth article based on our research and results in which we studied the problems 18 of Chapter 8, Fangcheng（方程）.

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

† 大阪産業大学 教養部 教授

草 稿 提 出 日　6 月30日

最終原稿提出日　7 月24日

本論文では、方程章の算題［一八］に対する訳注を与える。

[一八]今有麻九斗・麥七斗・菽三斗・荅二斗・黍五斗直(値)錢一百四十。麻七斗・麥六斗・菽四斗・荅五斗・黍三斗直(値)錢一百二十八。麻三斗・麥五斗・菽七斗・荅六斗・黍四斗直(値)錢一百一十六。麻二斗・麥五斗・菽三斗・答(荅)九斗・黍四斗直(値)錢一百一十二。麻一斗・麥三斗・菽二斗・荅八斗・黍五斗直(値)錢九十五。問、一斗直(値)幾何。
荅曰、麻一斗七錢、麥一斗四錢、菽一斗三錢、荅一斗五錢、黍一斗六錢。
術曰、如方程。以正負術入之[32][33][34]。

訓読：今、麻九斗・麦七斗・菽三斗・荅二斗・黍五斗有りて値(あたい)銭一百四十。麻七斗・麦六斗・菽四斗・荅五斗・黍三斗の値銭一百二十八。麻三斗・麦五斗・菽七斗・荅六斗・黍四斗の値銭一百一十六。麻二斗・麦五斗・菽三斗・荅九斗・黍四斗の値銭一百一十二。麻一斗・麦三斗・菽二斗・荅八斗・黍五斗の値銭九十五(92)。問う、一斗の値は幾何ぞ。

答に曰く、麻一斗七銭、麦一斗四銭、菽一斗三銭、荅一斗五銭、黍一斗六銭(93)。

術に曰く、方程の如くす。正負術を以て之を入る。

注：(92) 麻、麦、菽、荅、黍の１斗あたりの価格をそれぞれ x, y, z, v, w 銭とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 9x+7y+3z+2v+5w = 140 \\ 7x+6y+4z+5v+3w = 128 \\ 3x+5y+7z+6v+4w = 116 \\ 2x+5y+3z+9v+4w = 112 \\ x+3y+2z+8v+5w = 95 \end{cases}$$

となる。

(93) 方程術に機械的に従えばここでの計算は、

$$\begin{array}{c} \begin{matrix} \text{⑤} & \text{④} & \text{③} & \text{②} & \text{①} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 4 & 3 & 5 \\ 95 & 112 & 116 & 128 & 140 \end{pmatrix} \end{array} \xrightarrow{\text{A}} \begin{pmatrix} 9 & 18 & 9 & 63 & 9 \\ 27 & 45 & 15 & 54 & 7 \\ 18 & 27 & 21 & 36 & 3 \\ 72 & 81 & 18 & 45 & 2 \\ 45 & 36 & 12 & 27 & 5 \\ 855 & 1008 & 348 & 1152 & 140 \end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 20 & 31 & 8 & 5 & 7 \\ 15 & 21 & 18 & 15 & 3 \\ 70 & 77 & 16 & 31 & 2 \\ 40 & 26 & 7 & -8 & 5 \\ 715 & 728 & 208 & 172 & 140 \end{pmatrix}\to\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 20 & 155 & 40 & 5 & 7 \\ 15 & 105 & 90 & 15 & 3 \\ 70 & 385 & 80 & 31 & 2 \\ 40 & 130 & 35 & -8 & 5 \\ 715 & 3640 & 1040 & 172 & 140 \end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ -45 & -360 & -30 & 15 & 3 \\ -54 & -576 & -168 & 31 & 2 \\ 72 & 378 & 99 & -8 & 5 \\ 27 & -1692 & -336 & 172 & 140 \end{pmatrix}\xrightarrow{\mathrm{B}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ -5 & -20 & -10 & 15 & 3 \\ -6 & -32 & -56 & 31 & 2 \\ 8 & 21 & 33 & -8 & 5 \\ 3 & -94 & -112 & 172 & 140 \end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ -50 & -20 & -10 & 15 & 3 \\ -60 & -32 & -56 & 31 & 2 \\ 80 & 21 & 33 & -8 & 5 \\ 30 & -94 & -112 & 172 & 140 \end{pmatrix}\to\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & -10 & 15 & 3 \\ 220 & 80 & -56 & 31 & 2 \\ -85 & -45 & 33 & -8 & 5 \\ 590 & 130 & -112 & 172 & 140 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\mathrm{C}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & -10 & 15 & 3 \\ 44 & 16 & -56 & 31 & 2 \\ -17 & -9 & 33 & -8 & 5 \\ 118 & 26 & -112 & 172 & 140 \end{pmatrix}\xrightarrow{\mathrm{D}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & -10 & 15 & 3 \\ 176 & 16 & -56 & 31 & 2 \\ -68 & -9 & 33 & -8 & 5 \\ 472 & 26 & -112 & 172 & 140 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\mathrm{E}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & -10 & 15 & 3 \\ 0 & 16 & -56 & 31 & 2 \\ 31 & -9 & 33 & -8 & 5 \\ 186 & 26 & -112 & 172 & 140 \end{pmatrix}\xrightarrow{\mathrm{F}}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 10 & 15 & 3 \\ 0 & 16 & 56 & 31 & 2 \\ 1 & -9 & -33 & -8 & 5 \\ 6 & 26 & 112 & 172 & 140 \end{pmatrix}$$

となる。ここで簡単のために

Aでは、第２列、第４列、第５列は９倍しているが、第３列だけは３倍とする。

Bでは、第３列は等数３で、第４列は等数18で、第５列は等数９で約す。

Cでは、第４列を等数５で、第５列を等数５で約す。

Dでは、第５列を４倍する。

Eでは、第５列から第４列の11倍を引く。

Fでは、第３列の正負を入れ換えるとともに、第５列を等数31で約す。

のように処理した。この結果、法は１であり、従って１斗あたりの価格は、

黍 (w) は６銭、

荅 (v) は $(26+9\times6)\div16=\frac{80}{16}=5$ 銭、

菽 (z) は $(112-5\times56+6\times33)\div10=\frac{30}{10}=3$ 銭、

麦 (y) は $(172-3\times15-5\times31+6\times8)\div5=\frac{20}{5}=4$ 銭、

麻 (x) は $(140-4\times7-3\times3-5\times2-6\times5)\div9=\frac{63}{9}=7$銭となる。

訳：今、麻９斗・麦７斗・菽３斗・荅２斗・黍５斗の値は140銭である。麻７斗・麦６斗・菽４斗・荅５斗・黍３斗の値は128銭である。麻３斗・麦５斗・菽７斗・荅６斗・黍４斗の値は116銭である。麻２斗･麦５斗･菽３斗･荅９斗･黍４斗の値は112銭である。麻１斗・麦３斗・菽２斗・荅８斗・黍５斗の値は95銭である。問う、１斗あたりの値はどれほどか。

答にいう、麻は１斗７銭、麦は１斗４銭、菽は１斗３銭、荅は１斗５銭、黍は１斗６銭である。

術にいう、方程術のようにする。正負術を以て計算する。

算題［一八］に対する以下の注では、

[32]が方程術の精神と方程新術を述べるに至った経緯、

[33]が方程新術の理論的説明、

[34]が方程新術の別術の理論的説明、

[35]が旧術の具体的計算、

[36]が新術およびその別術の具体的計算、

という構成になっている。ここで[34]から[36]は形式上一つの注となっているが、内容により分割した。なお､これらの注が劉徽のものであるか李淳風のものであるかは､劉徽のものとする郭書春などの説が有力であるようだが、ここでは保留としておく。

[32] **此麻麥與均輸・少廣章之重衰・積分皆爲大事。其拙於精理徒按本術者、或用算而布氈方好煩而喜誤、曾不知其非、反欲以多爲貴。故其算也、莫不闇於設通而專於一端。至於此類、苟務其成、然或失之、不可謂要約。更有異術者。庖丁解牛、游刃理間、故能歷久其刃如新。夫數､猶刃也。易簡用之､則動中庖丁之理。故能和神愛刃､速而寡尤。凡九章爲大事、按法皆不盡一百算也。雖布算不多、然足以算多。世人多以方程爲難、或盡布算之象在綴正負而已、未暇以論。其設動無方、斯膠柱調瑟之類。聊復恢演、爲作新術、著之於此。將亦**

啟導疑意、網羅道精。豈傳之空言。記其施用之例、著策之數、每舉一隅焉。

訓読：此の麻麦は均輸・少広章の重衰・積分と与に皆な大事[(94)]と為す。其の精理に拙くして徒（いたずら）に本術を案ずる者、或いは算を用うるに氈に布して方（まさ）に煩を好みて誤りを喜び、曽て其の非を知らず、反って多きを以て貴と為さんと欲す。故に其の算也、設け通ずるに闇くして、一端を専にせざるなし。此の類に至りては、苟も其の成すを務め、然れども或いは之を失い、要約を謂うべからず。更に異術なる者有り。庖丁の牛を解くに、刃を理間に遊び、故に能く歴久するに其の刃新なるが如し[(95)]。夫れ数は、猶ほ刃のごとき也。易簡にして之を用うれば、則ち動（やや）もすれば庖丁の理に中る。故に能く神を和し[(96)]刃を愛づれば、速やかにして尤寡（とがすく）なし。凡そ九章の大事と為すや、法を按じ皆な一百算を尽くさざる也。布算多からずと雖も、然れども以て多きを算するに足る。世人多く方程を以て難と為し、或いは布算の象は正負を綴るに在りて已み、未だ以て論ずるに暇あらず。其の設に動（やや）もすれば方無きは、斯れ柱を膠して瑟を調するの類なり[(97)]。聊か復た恢演し、新術を為作し、之を此に著す。将に亦た疑意を啓導し、道精を網羅せんとす。豈に之を伝へて空言せんや。其の施用の例を記し、策の数を著し、毎（つね）に一隅を挙ぐ[(98)]。

注：(94)「大事」は大かがりな計算の意。

(95) 庖丁は梁の惠王の厨師。牛の解体に優れ、自分のそれが技を超えた道であると述べた。荘子『養生主篇』「庖丁爲文惠君解牛」「庖丁釋刀對曰、「臣之所好者道也、進乎技矣。・・・而刀刃者無厚、以無厚入有閒、恢恢乎其於遊刃必有餘地矣、是以十九年而刀刃若新發於硎」。

(96)「和神」は心を和らげること、和心に同じ。

(97)「瑟」は大琴、「柱」は胴の上に立てて弦を支え、音を調節する道具、琴柱。「膠柱調瑟」とは柱を膠付けしては音程を変えられないことから、融通の利かないことを表す。『史記』廉頗藺相如列傳「藺相如曰、王以名使括、若膠柱而鼓瑟耳。括徒能讀其父書傳、不知合變也」。

(98)「舉一隅」は例示するということ。『論語』「舉一隅、不以三隅反、吾則不復也」に倣ったもの。

訳：この麻麦の問題は均輸章の重衰術や少広章の積分とともにどれも大きな計算である。その理を尽くすことに拙いにもかかわらず徒らに本術を用いる者は、あるいは算木を用いて毛氈の上に布算して正に煩雑さを好んで誤りを喜び、いまだかつてその非を知らないばかりか、反って用算の多いことを良しとする者までいる。ゆえにそういう者の算は、列を設け通じさせるのに暗く、重箱の隅をつついてばかりでないものはない。

この類の人に至っては、たとえそれを成そうと務めたとしても、あるいはこれを失い、とても要約であると言うことはできない。さらに異術というものがある。庖丁は牛を解くのに、刃を理の通じる骨肉の間に入れるので、長年よく使ってもその刃は新品のようである。そもそも数もまた､刃のようなものである。これを簡潔に用いたならば、ほとんど庖丁の理にあたっている。ゆえによく心を慎め刃を愛しめば、速やかで誤りが少ない。そもそも『九章算術』で大きな計算というものも、算法を考えるにどれも100算以内である。布算は多くないけれども、多くを計算するに十分である。世の人の多くは方程術を難しいとし、あるいは布算の全体像を尽くそうとして正負術を綴ることで止まり、未だそれが論じられたことがない。その布算にともすれば他に方法がないのは、琴柱を膠で固めて調音するようなものである。そこで私はいささか方程術を拡げて、新術を作って、これをここで著したのである。まさに疑意を啓き導いて、詳しい道を網羅しようとする。どうしてこれを伝えるのに空言など述べようか。その施行の例を記し、算の数を著し、その度に一例を挙げるのである。

[33] **方程新術曰、以正負術入之。令左・右相減、先去下實、又轉去物位。則（求其）［其求］**[一] **一行二物。正・負相借者、（易）［是］**[二] **其相當之率。又令二物與他行互相去取、轉其二物相借之數、即皆相當之率也。各據二物相當之率、對易其數、即各當之率也。更置減行及其下實、各以其物本率今有之、求其所同、并以爲法。其當相并而行中正負雜者、同名相從、異名相消、餘以爲法。以下（實）［置］**[三] **爲實。實如法、即合所問也。一物各以本率今有之、即皆合所問也。率不通者齊之。**

校訂：［一］算経十書本では戴震校勘に従い「求其」とする。郭氏云う、大典本、楊輝本の原文で誤らず。ここでは郭氏に従う。

［二］李潢に従い「易」を「是」に改める。

［三］大典本、楊輝本に従い改める。

訓読：今方程新術に曰く、正負術を以て之を入る。左･右をして相い減ぜしめ、先に下実(99)を去り、又た転じて物位を去る(100)。則ち其れ一行二物(101)を求む。正・負相借るは、是れ其の相当の率たり(102)。又た二物をして他行と互いに相い去取せしめ、其の二物の相い借るの数を転ずれば、即ち皆な相当の率也。各おの二物の相当の率に拠りて、其の数を対易(103)すれば、即ち各当の率(104)也。更に減行(105)及び其の下実を置いて、各おの其の物の本率を以て之を今有し、其の同する所を求め、并せて以て法と為す。其の当りて相并するに行中に正負の雑る者は、同名は相従（くわ）え、異名は相消し、余は以て法と為す。下に置くを以て実と為す。実は法の如くして、即ち問う所に合する也。

一物は各おの本率を以て之を今有すれば、即ち皆な問う所に合する也。率の通ぜざる者は之を斉す。

注：(99)「下実」は連立方程式の定数項。

(100)「去る」とはその位を空位 (0) にすることを指す。以下では、引き算をして値を小さくすることは「減ず」として、0にすることは「去る」として明確に区別して使用されている。

(101)「行」は方程式一つに対応する。本題の「列」に同じ。

(102)「相當之率」は「相与率」に同じ。2) の注(55) 参照。2つのものの変換率のこと。

(103)「對易」は交換する、入れ換えるの意。

(104)「各當之率」は任意の2物の変換率。「相當之率」は特定の2物の変換率であるが、2物の全ての組合せについて変換率を考えたものが「各當之率」である。式によって表されたいくつかの「相當之率」から任意の2物の変換率を導けることを述べている。

(105)「減行」は物の数を減らした行。2物の変換率を用いて未知数を1つにするのだが、式変形であらかじめ未知数を減らした式を用いて計算を簡単にしている。

訳：方程新術にいう、正負術で計算する。左右の行を互いに減じて、先に下実を消し去り、また転じて物の位も消し去る。すなわちそれは1行に2物だけとすることである。正負の数が互いに取り合っているのは、その2物の相当率である。また2物の関係と他の行を互いに消去して、2物が互いに取り合う数を転じていけば、全ての相当率が求められる。それぞれの2物の相当率によって、その数を交換すれば、各当率となる。さらに物の数を減らした行とその下実を置いて、それぞれその物の本率によって今有術を行い、その「同」したところを求めて、合わせて法とする。そのとき変換して相い合わせるのに、行の中に正負が混じるものは、同符号なら互いに合わせ、異符号なら互いに消しあって、残りを法とする。最下に置いた数を実とする。実を法で割れば、問うところに合致する答となる。1つの物はそれぞれの本率によってこれを今有術を用いれば、どれについても問うところと合致する答となる。率が通じてなければこれを斉同術で「斉」しておく。

[34] **其一術曰、置羣物通率爲列衰。更置減行羣物之數。各以其率乘之、并以爲法。其當相并而行中正負雜者、同名相從、異名相消、餘爲法。以減行下實乘列衰、各自爲實。實如法而一、即得。**

訓読：其の一術に曰く、群物を置き率を通じて列衰と為す。更に減行の群物の数を置く。

各おの其の率を以て之に乗じ、并せて以て法と為す。其の当りて相い并せて行中に正負雑じる者は、同名は相従え、異名は相消し、余は法と為す。減行の下実を以て列衰に乗じ、各自を実と為す。実法の如くして一とすれば、即ち得(106)。

注：(106) 本注本段は、方程新術の別術について述べている。具体的な計算は後注 (140) 参照。

訳：その別術にいう、諸々の物を置いて率を通じて列衰とする。さらに物の数を減らした行について物の数を置く。それぞれその率をこれに乗じて、合わせて法とする。そのとき変換して相い合わせるのに行の中に正負が混じるものは、同符号なら互いに合わせ、異符号なら互いに打ち消して、残りを法とする。物を減らした行の下実を列衰に乗じ、それぞれを実とする。実を法で割れば、答が得られる。

[35] **以舊術爲之、凡應置五行。今欲要約、先置第三行、以減第四行、及減以 [一] 第三行、去其頭位。次置第二行、以第二行減第（三）［一］[二] 行、（去其頭位）[三]。次置右行、去其頭位。次以第四行減左行頭位。次以左行去第四行及第二行頭位。（次以第五行減第二行頭位。餘、可半。）[四] 次以第二行去第四行頭位。餘、約之爲法。實如法而一、得（二）［六］[五]、即有黍價。以法減 [六] 第二行、得荅價、左行得麥價、第三行麻價。右行得菽價。如此凡用七十七算。**

校訂：[一] 後注 (195) にあるように「及びて」は他の行に波及しての意、第 3 行で減ずるの意であるから「以」の一字を入れる。

[二] 計算により「三」を「一」に改める。

[三] 文脈により、この 4 字は衍文である。

[四] 文脈により、この14字は衍文である。

[五] 黍価であるから、「二」は「六」の誤り。

[六] 四庫本、聚珍版、楊輝本に従い「治」を「減」に改める。

訓読：旧術を以て之を為すに(107)、凡そ応に五行を置くべし。今要約せんと欲するに、先づ第三行を置き、以て第四行を減じ(108)、及びて減ずるに第三行を以てし、その頭位を去る(109)。次に第二行を置き、第二行を以て第一行を減ず(110)。次に右行を置き、其の頭位を去る(111)。次に第四行を以て左行の頭位を減ず(112)。次に左行を以て第四行及び第二行の頭位を去る(113)。次に第二行を以て第四行の頭位を去る。余は之を約して法と為す。実は法の如くして一とし、六を得。即ち黍価有り(114)。法を以て第二行を減じ、荅価を得、左行は麦価を得、第三行は麻価たり。右行は菽価を得(115)。此くの如くして凡そ七十七算を用う(116)。

注：(107) ここで述べる旧術は、消去法を右行から左行へ機械的に行った上注 (93) とは

異なり、行の加減をユークリッドの互除法のように行い頭位を 1 とすることで効率よく処理しようとしている。その点を除けば、列の並びに違いがあるだけで基本的な考え方に差は無い。

(108)「行」は算題本文の「列」に同じ。注 (101) 参照。まず第 3 行から第 4 行を引く。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 4 & 3 & 5 \\ 95 & 112 & 116 & 128 & 140 \end{pmatrix} \xrightarrow{6\text{算}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 0 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & -3 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 95 & 112 & 4 & 128 & 140 \end{pmatrix}$$

(109)「及びて」は他の行に及んでの意。第 3 行で他の行の頭位を消去する。

$$\xrightarrow{16\text{算}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 6 & 7 \\ -2 & -5 & 4 & -24 & -33 \\ 11 & 15 & -3 & 26 & 29 \\ 5 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 91 & 104 & 4 & 100 & 104 \end{pmatrix}$$

(110) 以後、注では「右行」を第 1 行、「左行」を第 5 行と表す。第 1 行から第 2 行を引く。これによって第 1 行の頭位が 1 になり、他の位の数も絶対値が小さくなり扱いやすくなる。

$$\xrightarrow{5\text{算}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 6 & 1 \\ -2 & -5 & 4 & -24 & -9 \\ 11 & 15 & -3 & 26 & 3 \\ 5 & 4 & 0 & 3 & 2 \\ 91 & 104 & 4 & 100 & 4 \end{pmatrix}$$

(111) 第 1 行で他の行の頭位（第 2 位）を消去する。以後の計算により、注では書かれていないが第 4 行を等数 2 で約す。

$$\xrightarrow{15\text{算}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 25 & 40 & 4 & 30 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & 8 & 3 \\ -1 & -6 & 0 & -9 & 2 \\ 79 & 84 & 4 & 76 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{3\text{算}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 25 & 20 & 4 & 30 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & 8 & 3 \\ -1 & -3 & 0 & -9 & 2 \\ 79 & 42 & 4 & 76 & 4 \end{pmatrix}$$

(112) 第 5 行から第 4 行を引く。

$$\xrightarrow{3算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 20 & 4 & 30 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & 8 & 3 \\ 2 & -3 & 0 & -9 & 2 \\ 37 & 42 & 4 & 76 & 4 \end{pmatrix}$$

(113) 第5行で第2行と第4行の頭位を消去する。

$$\xrightarrow{8算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 2 & -8 & -3 & -4 & 3 \\ 2 & -11 & 0 & -21 & 2 \\ 37 & -106 & 4 & -146 & 4 \end{pmatrix}$$

(114) 第2行で第4行の頭位を消去する。第4行を等数31で約すと法が1となり黍の価格が求まる。

$$\xrightarrow{3算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & -4 & 3 \\ 2 & 31 & 0 & -21 & 2 \\ 37 & 186 & 4 & -146 & 4 \end{pmatrix}\xrightarrow{2算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -21 & 2 \\ 37 & 6 & 4 & -146 & 4 \end{pmatrix}$$

(115) この後の計算は、古典的な方程術を用いるなら後退代入を行うところであるが、本注[35]では消去法を継続して行っている。いわゆるガウス・ジョルダンの消去法である。以下、頭位を残して消去すると、

$$\xrightarrow{2算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 37 & 6 & 4 & -20 & 4 \end{pmatrix}\xrightarrow{2算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 2 & 0 & -3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 37 & 6 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{3算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 15 & 6 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}\xrightarrow{2算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{4算}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 4 & 5 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{3算} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 6 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

のようになり、第２行、第５行、第１行、第３行からそれぞれ荅価、麦価、麻価、菽価が得られる。

(116) ここでは計算して算木を置き直すこと、または取り去ることを各成分ごとに「１算」と数えている。計算の前後で値に変化のあった成分の数といってもよい。上注(108)～(115) での合計は77算となり本文と合致する。15) や29) では、行から行の引き算１回で「１算」、すなわちある行の２倍を引くのであれば２算としているが、それでは後述の新術が説明できない。

訳：旧術でこれを行うのには、およそ五行を置くべきである。今は簡約に行いたいので、まず第三行を置いて、それで第四行を減じ、他の行に及んで、第三行を減じて、その頭位を消去する。次に第二行を置いて、第一行から第二行を減じる。次に右行を置いて、他の行から右行を減じて頭位を消去する。次に第四行で左行の頭位を減らす。次に左行で第四行および第二行の頭位を消去する。次に第二行で第四行の頭位を消去する。残りはこれを簡約して法として、実を法で割ると、６が得られる。これが黍価である。法を用いて第二行を減じると、荅価が得られる。左行からは麦価が、第三行からは麻価が、右行からは菽価が得られる。このようにして、全部で77算を用いた。

[36] 以新術爲此、先以第四行減第三行。次以第三行去右行及第二行・第四行下位。又以減（右）[左][一] 行下位、不足減乃止。次以左行減第三行下位。次以第三行去左行下位。訖、廢去第三行。次以第四行去左行下位、（右行當左行下位）[又以減右行下位][二]。次以右行去第二行及第四行下位。次以第二行減第四行及左行（顚）[頭][三] 位。次以第四行減（右）[左][一] 行菽位、不足減乃止。次以左行減第二行頭位、餘可再半。次以第四行去（右）[左][一] 行及第二行頭位。次以第二行去（右）[左][一] 行頭位。餘約之、上得五、下得三。是菽五當荅三。次以左行去第（三）[二][一] 行菽位、又以減第四行及右行菽位、不足減乃止。次以右行減第二行頭位、不足減乃止。次以第（三）[二][一] 行去（左）[右][一] 行頭位。次以左行去右行頭位。餘、上得六、下得五。是爲荅六當黍五。次以（右）[左][一] 行去（左）[右][一] 行荅位。餘約之、上爲二、下爲（三）[一][一]。次以（左）[右][一] 行去第二行下位、以第二行去第四行下位、

又以減左行下位。次（右）[左][一]行去第二行下位。餘、上得三、下得四。是為麥三當菽四。次以第二行減第四行下位。次以第四行去第二行下位。餘、上得四、下得七。是為麻四當麥七。是為相當之率舉矣。據麻四當麥七、即為麻價率七而麥價率四。又麥三當菽四、即為麥價率四而菽價率三。[又菽五當荅三、即為菽價率三而荅價率五。][四]又荅六當黍五、即為荅價率五而黍價率六。而率通矣。更置第三行、以第四行減之、餘有麻一斗・菽四斗・荅三斗負・下實四正。求其同為麻之數、以菽率三・荅率五各乘菽荅斗數、如麻率七而一。菽得一斗七分斗之五正、荅得二斗七分斗之一負。則菽・荅化為麻、以并之、令同名相從、異名相消。餘（為）[得][五]定麻七分斗之四、以為法。置下實四為實。以分母乘之、實得二十八、而分子化為法矣。以法除得七、即麻一斗之價。置麥率四・菽率三・荅率五・黍率六、皆以其斗數乘之、各自為實。以麻率七為法、所得即同為麻之數。亦可使置本行實與物同通之。各以本率今有之、求其本率、所得并以為法。如此、即無正負之異矣、擇異同而已。

又可以一術為之。置五行通率為麻七・麥四・菽三・荅五・黍六、以為列衰。減行麻一斗・菽四斗正・荅三斗負、各以其率乘之、訖、令同名相從、異名相消、餘為法。又置下實乘列衰、所得各為實。此可以實約法、則不復乘列衰、各以列衰如所約、知其價。如此則凡用一百二十四算也。

校訂：[一]郭書春云う、ここでの校訂は李鋭による、銭校本およびその後の諸本これに従う、と。文脈と計算よりこれに従う。
[二]李鋭の校訂に従い、「右行當左行下位」を「又以減右行下位」に改める。
[三]算経十書本では「顧」となっているが、文脈より明らかに「頭」である。
[四]李潢の校訂により、この12字を補う。
[五]郭書春云う、戴震本、四庫本、聚珍版、楊輝本の原文では「得」、これを算経十書本が「為」に改めたが、その必要はない、と。これに従う。

訓読：新術を以て此れを為すに、先づ第四行を以て第三行より減ず(117)。次に第三行を以て右行及び第二行・第四行の下位を去る。又た以て左行の下位を減じ、減ずるに足らざれば乃ち止む(118)。次に左行を以て第三行の下位を減ず。次に第三行を以て左行の下位を去る。訖われば、第三行を廃去す(119)。次に第四行を以て左行の下位を去り(120)、又た以て右行の下位を減ず(121)。次に右行を以て第二行及び第四行の下位を去る(122)。次に第二行を以て第四行及び左行の頭位を減ず(123)。次に第四行を以て左行の菽位を減じ、減ずるに足らざれば乃ち止む(124)。次に左行を以て第二行の頭位を減じ、余は再び半にすべし(125)。次に第四行を以て左行及び第二行の頭位を去る(126)。次に第二行を以て左行の頭位を去る。余は之を約し、上は五を得て、下は三を得。是れ菽五は荅三に当たる(127)。次に左行を以て第二行の菽位を去り、又た以て第四行及び右行の

菽位を減じ、減ずるに足らざれば乃ち止む(128)。次に右行を以て第二行の頭位を減じ、減ずるに足らざれば乃ち止む。次に第二行を以て右行の頭位を去る(129)。次に左行を以て右行の頭位を去る。余は、上は六を得て、下は五を得。是れ荅六は黍五に当たると為す(130)。次に左行を以て右行の荅位を去る。余は之を約し、上は二と為し、下は一と為す(131)。次に右行を以て第二行の下位を去り、第二行を以て第四行の下位を去り、又た以て左行の下位を減ず(132)。次に左行もて第二行の下位を去る。余は、上は三を得て、下は四を得。是れ麦三は菽四に当たると為す(133)。次に第二行を以て第四行の下位を減ず。次に第四行を以て第二行の下位を去る。余は、上は四を得て、下は七を得。是れ麻四は麦七に当たると為す(134)。是れ相当の率を為して挙ぐるなり。麻四は麦七に当たるに拠りて、即ち麻価の率七にして麦価の率四と為す。又た麦三は菽四に当たるは、即ち麦価の率四にして菽価の率三と為す。又た菽五は荅三に当たるは、即ち菽価の率三にして荅価の率五と為す。又た荅六は黍五に当たるは、即ち荅価の率五にして黍価の率六と為す。而して率通ず(135)。更に第三行を置き、第四行を以て之より減ずれば、余は麻一斗・菽四斗・荅三斗の負・下実四の正有り。其の同を求めて麻の数と為すに、菽率三・荅率五を以て各おの菽・荅の斗数に乗じ、麻率七の如くして一とす。菽は一斗七分斗の五の正を得、荅は二斗七分斗の一の負を得。則ち菽・荅は化して麻と為し、以て之を并せて、同名をして相い従（くわ）え、異名をして相い消さしむ。余は麻七分斗の四と定むるを得、以て法と為す(136)。下実四を置きて実と為す。分母を以て之に乗じ、実は二十八を得て、分子は化して法と為す。法を以て除けば七を得、即ち麻一斗の価なり(137)。麦率四・菽率三・荅率五・黍率六を置き、皆其の斗数を以て之に乗じ、各おの自ら実と為す。麻率七を以て法と為し、得る所は即ち「同」して麻の数と為す(138)。亦た本との行の実と物とを置き「同」して之を通ぜしむべし。各おの本率を以て之を今有し、其の本率を求め、得る所は併せて以て法と為す(139)。此の如くして、即ち正負の異なる無く、異同を選ぶのみ。

又た一術を以て之を為すべし。五行を置きて率を通じて麻七・麦四・菽三・荅五・黍六と為し、以て列衰と為す。減行は麻一斗・菽四斗の正・荅三斗の負、各おの其の率を以て之に乗じ、訖れば、同名をして相い従え、異名をして相い消さしめ、余は法と為す。又た下実を置きて列衰に乗じ、得る所は各おの実と為す(140)。此れ実を以て法を約すべければ、則ち復た列衰に乗ぜず、各おの列衰を以て約する所の如くすれば其の価を知る(141)。此の如くして則ち凡そ一百二十四算を用う也(142)。

注：(117) 新術においても、第一歩は旧術と同じ。第 4 行を第 3 行から減じる。これによって未知数が 2 つ減る。劉注［33］ではこれを「減行」と呼んでいる。注 (105) 参照。

ここで「行」は算題本文の「列」に同じ。注 (101) 参照。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & 6 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 4 & 3 & 5 \\ 95 & 112 & 116 & 128 & 140 \end{pmatrix} \xrightarrow{6\text{算}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 & 9 \\ 3 & 5 & 0 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 4 & 3 \\ 8 & 9 & -3 & 5 & 2 \\ 5 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 95 & 112 & 4 & 128 & 140 \end{pmatrix}$$

(118) 第 3 行で、第 1 行・第 2 行・第 4 行の実位を消去する。さらに第 5 行の実位を減じることのできる範囲で減じる。

$$\xrightarrow{12\text{算}} \begin{pmatrix} 1 & -26 & 1 & -25 & -26 \\ 3 & 5 & 0 & 6 & 7 \\ 2 & -109 & 4 & -124 & -137 \\ 8 & 93 & -3 & 101 & 107 \\ 5 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 95 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{4\text{算}} \begin{pmatrix} -22 & -26 & 1 & -25 & -26 \\ 3 & 5 & 0 & 6 & 7 \\ -90 & -109 & 4 & -124 & -137 \\ 77 & 93 & -3 & 101 & 107 \\ 5 & 4 & 0 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(119) 第 5 行を第 3 行から減じる。続けて第 3 行で第 5 行の下位を消去する。「廃去」は計算に用いた算木を取り去って空位とすること。以後、第 3 行は使わないのであるが、何番目の行であるかわかるように注では第 3 行の空位を□として表すことにする。

$$\xrightarrow{6\text{算}} \begin{pmatrix} -22 & -26 & 23 & -25 & -26 \\ 3 & 5 & -3 & 6 & 7 \\ -90 & -109 & 94 & -124 & -137 \\ 77 & 93 & -80 & 101 & 107 \\ 5 & 4 & -5 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{6\text{算}} \begin{pmatrix} -91 & -26 & 23 & -25 & -26 \\ 12 & 5 & -3 & 6 & 7 \\ -372 & -109 & 94 & -124 & -137 \\ 317 & 93 & -80 & 101 & 107 \\ 20 & 4 & -5 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(120) 第 4 行で第 5 行の下位を消去する。

$$\xrightarrow{5\text{算}} \begin{pmatrix} 39 & -26 & \square & -25 & -26 \\ -13 & 5 & \square & 6 & 7 \\ 173 & -109 & \square & -124 & -137 \\ -148 & 93 & \square & 101 & 107 \\ 0 & 4 & \square & 3 & 5 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(121) 第 4 行を第 1 行から減じる。

$$\xrightarrow{5\text{算}} \begin{pmatrix} 39 & -26 & \square & -25 & 0 \\ -13 & 5 & \square & 6 & 2 \\ 173 & -109 & \square & -124 & -28 \\ -148 & 93 & \square & 101 & 14 \\ 0 & 4 & \square & 3 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(122) 第 1 行で第 2 行と第 4 行の下位を消去する。

$$\overset{\text{8算}}{\to}\begin{pmatrix} 39 & -26 & \square & -25 & 0 \\ -13 & -3 & \square & 0 & 2 \\ 173 & 3 & \square & -40 & -28 \\ -148 & 37 & \square & 59 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(123) 第 2 行で第 4 行と第 5 行の頭位を減じる。

$$\overset{\text{6算}}{\to}\begin{pmatrix} 14 & -1 & \square & -25 & 0 \\ -13 & -3 & \square & 0 & 2 \\ 133 & 43 & \square & -40 & -28 \\ -89 & -22 & \square & 59 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(124) 第 4 行で第 5 行の萩位 (第 3 位) をできるだけ減じる。

$$\overset{\text{4算}}{\to}\begin{pmatrix} 17 & -1 & \square & -25 & 0 \\ -4 & -3 & \square & 0 & 2 \\ 4 & 43 & \square & -40 & -28 \\ -23 & -22 & \square & 59 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(125) 第 5 行で第 2 行の頭位を減じる。続けて第 2 行を等数 4 で約す。「再半」は「再び半にす」、すなわち半を 2 回行うことで、4 で約すの意となる。

$$\overset{\text{4算}}{\to}\begin{pmatrix} 17 & -1 & \square & -8 & 0 \\ -4 & -3 & \square & -4 & 2 \\ 4 & 43 & \square & -36 & -28 \\ -23 & -22 & \square & 36 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}\overset{\text{4算}}{\to}\begin{pmatrix} 17 & -1 & \square & -2 & 0 \\ -4 & -3 & \square & -1 & 2 \\ 4 & 43 & \square & -9 & -28 \\ -23 & -22 & \square & 9 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(126) 第 4 行で第 2 行と第 5 行の頭位を消去する。

$$\overset{\text{8算}}{\to}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ -55 & -3 & \square & 5 & 2 \\ 735 & 43 & \square & -95 & -28 \\ -397 & -22 & \square & 53 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(127) 第２行で第５行の頭位（ここでは麦位）を消去する。続けて第５行を等数62で約すと、菽５と荅３が等価であることがわかる。

$$\begin{array}{c}3\text{算}\\ \rightarrow\end{array}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 5 & 2 \\ -310 & 43 & \square & -95 & -28 \\ 186 & -22 & \square & 53 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{array}{c}2\text{算}\\ \rightarrow\end{array}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 5 & 2 \\ -5 & 43 & \square & -95 & -28 \\ 3 & -22 & \square & 53 & 14 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(128) 第５行で、第２行の菽位（第３位）を消去し、第１行と第４行の菽位をできるだけ減じる。

$$\begin{array}{c}6\text{算}\\ \rightarrow\end{array}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 5 & 2 \\ -5 & 3 & \square & 0 & -3 \\ 3 & 2 & \square & -4 & -1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(129) 第１行で、第２行の頭位をできるだけ減じる。続けて第２行で第１行の頭位を消去する。

$$\begin{array}{c}4\text{算}\\ \rightarrow\end{array}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 1 & 2 \\ -5 & 3 & \square & 6 & -3 \\ 3 & 2 & \square & -2 & -1 \\ 0 & 0 & \square & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{array}{c}4\text{算}\\ \rightarrow\end{array}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 1 & 0 \\ -5 & 3 & \square & 6 & -15 \\ 3 & 2 & \square & -2 & 3 \\ 0 & 0 & \square & -2 & 5 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(130) 第５行で、第１行の頭位を消去する。第１行から荅６と黍５が等価であることがわかる。

$$\begin{array}{c}2\text{算}\\ \rightarrow\end{array}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 1 & 0 \\ -5 & 3 & \square & 6 & 0 \\ 3 & 2 & \square & -2 & -6 \\ 0 & 0 & \square & -2 & 5 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(131) 第５行で、第１行の荅位（第４位）を消去する。その後、第１列を等数５で約す。第１行から菽２と黍１が等価であることがわかる。

$$\xrightarrow{\text{2算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 1 & 0 \\ -5 & 3 & \square & 6 & -10 \\ 3 & 2 & \square & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \square & -2 & 5 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}\xrightarrow{\text{2算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 1 & 0 \\ -5 & 3 & \square & 6 & -2 \\ 3 & 2 & \square & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \square & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(132) 第 1 行で、第 2 行の下位を消去する。続けて第 2 行で、第 4 行の下位を消去し、第 5 行の下位を減じる。

$$\xrightarrow{\text{2算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 0 & -3 & \square & 1 & 0 \\ -5 & 3 & \square & 2 & -2 \\ 3 & 2 & \square & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}\xrightarrow{\text{6算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 1 & -2 & \square & 1 & 0 \\ -3 & 5 & \square & 2 & -2 \\ 1 & 0 & \square & -2 & 0 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(133) 第 5 行で、第 2 行の下位を消去する。第 2 行から麦 3 と菽 4 が等価であることがわかる。

$$\xrightarrow{\text{3算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 1 & -2 & \square & 3 & 0 \\ -3 & 5 & \square & -4 & -2 \\ 1 & 0 & \square & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(134) 第 2 行で、第 4 行の下位を減じる。続けて第 4 行で第 2 行の下位を消去する。第 2 行から麻 4 と麦 7 が等価であることがわかる。

$$\xrightarrow{\text{2算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \square & 3 & 0 \\ -3 & 1 & \square & -4 & -2 \\ 1 & 0 & \square & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}\xrightarrow{\text{3算}}\begin{pmatrix} 0 & -1 & \square & -4 & 0 \\ 1 & 1 & \square & 7 & 0 \\ -3 & 1 & \square & 0 & -2 \\ 1 & 0 & \square & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \square & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(135) 注 (93) と同じく麻、麦、菽、荅、黍の 1 斗あたりの価格をそれぞれx, y, z, v, w 銭とおくと、

注 (134) より$4x = 7y$ だから $x : y = 7 : 4$,

注 (133) より$3y = 4z$ だから $y : z = 4 : 3$,

注 (127) より$5z = 3v$ だから $z : v = 3 : 5$,

注 (130) より$6v = 5w$ だから $v : w = 5 : 6$

となり、これらが２物の「相当率」である。これらの関係から直ちに５物の関係

$$x : y : z : v : w = 7 : 4 : 3 : 5 : 6$$

が成り立つ。これが列衰であり、その比の値7, 4, 3, 5, 6 のそれぞれが「各当率」である。

(136) 注 (117) で求めたように、第３行から第４行を引いた式 (「減行」) は$x+4z-3v=4$となる。$z=\frac{3}{7}x,\ v=\frac{5}{7}x$であるから左辺は $x+\frac{4\times3}{7}x-\frac{3\times5}{7}x=\frac{4}{7}x$である。すなわち、「減行」より麻$\frac{4}{7}$斗の価は４銭ということになる。

(137) 上注 (136) より麻$\frac{4}{7}$斗で４銭だから、麻１斗あたりでは$x=\frac{4}{\frac{4}{7}}=\frac{4\times7}{\frac{4}{7}\times7}=\frac{28}{4}=7$(銭) となる。

(138) 上注 (136) の内容とほぼ同内容である。「減行」以外でも換算により麻が何斗分に当たるかが求められるということである。

(139) 麻以外の物についても、今有術を用いて変換すればその物の斗数が求められる。上注 (136) の一般化である。

(140) 別術は他の行で行ってもよいが、ここでは簡単のため減行を用いている。まず、減行の左辺$x+4z-3v$にそれぞれ対応する率を代入して法とする。

$1\times7+4\times3-3\times5=4$ (法)

減行の下実を列衰に乗じて各実とする。

	麻	麦	菽	荅	黍
(各実)	7×4	4×4	3×4	5×4	6×4

各実を法で割れば、それぞれの物の価格となる。

(物価)	$\frac{7\times4}{4}$	$\frac{4\times4}{4}$	$\frac{3\times4}{4}$	$\frac{5\times4}{4}$	$\frac{6\times4}{4}$

(141)「減行」において、物価を列衰としたときの合計 (法) と下実の数値が一致しているので、上注で物価を求める際に何も計算せず、列衰を置算すればよいと言っている。すなわち$x=7k,\ y=4k,\ z=3k,\ v=5k,\ w=6k$とすると、減行の物価は$1\times7k+4\times3k-3\times5k=4k=4$ すなわち$k=1$となっているので列衰がそのまま物価となっているということである。

(142) 注 (117) から (136) における算の合計が119算、これに上注 (141) で列衰の置算が５算、それらを合わせて124算である。

訳： 新術でこれを行おうとすると、先ず第４行を第３行から減ずる。次に第３行で右行および第２行・第４行の下位を消去する。また第３行で左行の下位を減じていき、減ずるに足りなくなればそこで止める。次に左行で第３行の下位を減ずる。次に第３行で

左行の下位を消去する。終われば、第３行は算木を取り去って空行にする。次に第４行で左行の下位を消去し、また第４行で右行の下位を減じる。次に右行で第２行と第４行の下位を消去する。次に第２行で第４行と左行の頭位を減じる。次に第４行で左行の菽位を減じていき、減ずるに足りなくなればそこで止める。次に左行で第２行の頭位を減じ、残りは２回半分にせよ。次に第４行で左行と第２行の頭位を消去する。次に第２行で左行の頭位を消去する。残りは等数で約し、上は５を得て、下は３を得る。これは菽５が荅３に相当するということである。次に左行で第２行の菽位を消去し、また第４行と右行の菽位を減じていく。減じるに足りなくなればそこで止める。次に右行で第２行の頭位を減じていき、減ずるに足りなくなればそこで止める。次に第２行で右行の頭位を消去する。次に左行で右行の頭位を消去する。残りは、上は６を得て、下は５を得る。これは荅６が黍５に相当するということである。次に左行で右行の荅位を消去する。残りは等数で約し、上は２となり、下は１となる。次に右行で第２行の下位を消去し、第２行で第４行の下位を消去し、また左行の下位を減じる。次に左行で第２行の下位を消去する。残りは、上は３を得て、下は４を得る。これは麦３は菽４に相当するということである。次に第２行で第４行の下位を減じる。次に第４行で第２行の下位を減じる。残りは、上は４を得て、下は７を得る。これは麻４が麦７に相当するということである。これは「相当率」を挙げているのである。麻４は麦７に相当するので、即ち麻価の率７に対して麦価の率４である。また麦３は菽４に相当するので、即ち麦価の率４に対して菽価の率３である。また菽５は荅３に相当するので、即ち菽価の率３に対して荅価の率５である。また荅６は黍５に相当するので、即ち荅価の率５に対して黍価の率６である。こうして率が通じるのである。更に（元の）第３行を置いて、第４行を減じると、残りは麻１斗・菽４斗が正・荅３斗が負で、下実の４が正である。それを「同」したものを求めて麻の数とするには、菽率３・荅率５におのおの菽・荅の斗数を乗じ、麻率７で割る。菽は$1\frac{5}{7}$斗の正を得、荅は$2\frac{1}{7}$斗の負を得る。すなわち菽・荅は転化して麻となり、これを合わせて、同符号は相い加え、異符号は相い消去する。残りは麻$\frac{4}{7}$斗と定めることができ、これを法とする。下実４を置いて実とする。（法の）分母をこれに乗じて、実28を得る。（法の）分子は転化して法とする。法で割れば７を得て、すなわちこれが麻一斗の価格である。麦率４・菽率３・荅率５・黍率６を置いて、皆その斗数をこれに乗じて、おのおのを実とする。麻率７を法として、割って得たものは「同」して麻の数とする。また元々の行で下実と物の斗数を斉同術で通じさせる。それぞれの各当率によって今有術を行い、それぞれのものの率を求めて変換し、得られる数を合わせて法とする。このよう

にすれば、正負の異なりは関係なく、異なる値を選ぶだけである。

また別術でこれを行うこともできる。五行を置いて率を通じて麻７・麦４・菽３・荅５・黍６とし、これを列衰とする。成分を減らした行では、麻１斗・菽４斗の正、荅３斗の負となり（$x+4z-3v$）、それぞれの率をそれぞれの係数に乗じ、その後同符号は加え、異符号は引いて、残りは法とする。また下実を置いて列衰に乗じて結果はそれぞれの実とする。ここで実で法を約すことができるので、再びは列衰に乗じることなく、それぞれ列衰の値は約したものとして値であるとわかる。このようにして、全部で124算を用いるのである。

参考文献

１）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）
２）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）
３）郭書春･劉鈍『算経十書』（遼寧教育出版社、1998年12月）、（九章出版社、2001年４月）
４）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）
５）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）
６）沈康身『九章算術導読』（1997年２月）
７）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年８月）
８）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年９月）
９）李籍『九章算術音義』（文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収）
10）「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）
11）楊輝『詳解九章算法』（宜稼堂叢書本）
12）李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰（25年）語鴻堂刊本）
13）清水達雄『九章算術』１～15（「数学セミナー」1975年２月号～1976年４月号）
14）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）
15）Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』（Oxford Univ. Press, 1999年10月）
16）大川俊隆『九章算術』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文･社会科学編２号（2008年２月）
17）大川俊隆『九章算術』訳注稿（2）大阪産業大学論集　人文･社会科学編３号（2008年６月）
18）Chemla, Karine; Guo, Shuchun『Les neuf chapîtres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』（Dunod, 2004年第４四半期）
19）大川俊隆『九章算術』訳注稿（3）大阪産業大学論集　人文･社会科学編４号（2008年10月）

20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集　人文･社会科学編５号(2009年２月)
21) 馬場理惠子『九章算術』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編６号 (2009年６月)
22) 馬場理惠子『九章算術』訳注稿 (6) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編７号 (2009年10月)
23) 銭宝琮点校『九章算術点校』（北京中華書局刊『算経十書』所収、1963年10月）
24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (7) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編８号 (2010年２月)
25) 汪莱撰『校正九章算術及戴氏訂訛』（『衡齋遺書』所収）
26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (8) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編９号 (2010年６月)
27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書―『数』と『算術』」大阪産業大学論集　人文・社会科学編９号 (2010年６月)
28) 郭書春『九章算術訳注』（上海古籍出版社、2009年12月）
29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (9) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編10号 (2010年10月)
30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (10) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編11号 (2011年２月)
31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (11) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号 (2011年６月)
32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (12) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編13号 (2011年10月)
33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院蔵秦簡 (貳)』（上海辞書出版社、2011年12月）
34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿 (13) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号 (2012年２月)
35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿 (14) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号 (2012年６月)
36) 大川俊隆　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (1) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編16号 (2012年10月)
37) 田村誠　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (2) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編17号 (2013年２月)
38) 馬場理惠子、吉村昌之　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (3) 大阪産業大学論集　人文・

社会科学編18号（2013年６月）
39）角谷常子　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（4）大阪産業大学論集　人文・社会科学編19号（2013年10月）
40）小寺裕、張替俊夫　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（5）大阪産業大学論集　人文・社会科学編20号（2014年２月）
41）武田時昌　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（6）大阪産業大学論集　人文・社会科学編21号（2014年６月）
42）小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（15）大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号（2014年10月）
43）郭書春『九章算術新校』（中国科学技術大学出版社、2013年12月）
44）武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（16）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
45）大川俊隆『九章算術』訳注稿（17）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
46）呉朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相関研究』（江蘇人民出版社、2014年５月）
47）大川俊隆『九章算術』訳注稿（18）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
48）角谷常子『九章算術』訳注稿（19）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
49）角谷常子『九章算術』訳注稿（20）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）
50）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（21）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）
51）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（22）大阪産業大学論集　人文・社会科学編26号（2016年２月）
52）吉村昌之『九章算術』訳注稿（23）大阪産業大学論集　人文・社会科学編27号（2016年６月）
53）吉村昌之『九章算術』訳注稿（24）大阪産業大学論集　人文・社会科学編28号（2016年10月）
54）中国古算書研究会編『岳麓書院蔵秦簡『数』訳注－秦漢出土古算書訳注叢書（2）－』（朋友書店、2016年11月）
55）張替俊夫『九章算術』訳注稿（25）大阪産業大学論集　人文・社会科学編29号（2017

年３月）
56）張替俊夫『九章算術』訳注稿（26）大阪産業大学論集　人文・社会科学編30号（2017年６月）
57）田村誠『九章算術』訳注稿（27）大阪産業大学論集　人文･社会科学編30号（2017年６月）