『九章算術』訳注†稿（22）

馬　場　理恵子

中国古算書研究会

大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子、武田　時昌

田村　誠、馬場　理恵子、張替　俊夫、吉村　昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters on the Mathematical Art（九章算術）” Vol. 22

BABA Rieko

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui（劉徽）and Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-second article based on our research and results in which we studied the problems 5 to 10 of Chapter 7, Yingbuzu（盈不足）.

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、盈不足章の算題［五］～［一〇］に対する訳注を与える。

† This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

平成27年10月31日　原稿受理

[五]今有共買金、人出四百、盈三千四百。人出三百、盈一百。問人數·金價各幾何。荅曰、三十三人、金價九千八百。

[六]今有共買羊、人出五、不足四十五。人出七、不足三。問人數·羊價各幾何。荅曰、二十一人、羊價一百五十。

兩盈·兩不足術曰、置所出率、盈·不足各居其下。令維乘所出率、以少減多、餘爲實。兩盈·兩不足以少減多、餘爲法。實如法而一。有分者、通之。兩盈·兩不足相與、同其買物者。置所出率、以少減多、餘、以約法實。實爲物價、法爲人數[9]。

其一術曰、置所出率、以少減多、餘爲法。兩盈·兩不足以少減多、餘爲實。實如法而一、得人數。以所出率乘之、減盈增不足、即物價[10]。

訓読：

［五］今、共に金を買う有り、人ごとに四百を出だせば、三千四百を盈す。人ごとに三百を出だせば、一百を盈す。問う、人数・金価各おの幾何ぞ。答えに曰う、三十三人、金価九千八百(31)。

［六］今、共に羊を買う有り、人ごとに五を出だせば、四十五を不足す。人ごとに七を出だせば、三を不足す。問う、人数・羊価各おの幾何ぞ。答えに曰う、二十一人、羊価一百五十(32)。

両盈・両不足術に曰く、出だす所の率を置き、盈・不足を各おの其の下に居く。出だす所の率を維乗せしめ、少を以て多より減じ、余を実と為す。両盈・両不足は少を以て多より減じ、余を法と為す。実、法の如くして一とす。分ある者は、之を通ず。両盈・両不足相与して、其の物を買う者を「同」す(33)。出だす所の率を置き、少を以て多より減じ、余は、以て法実を約す。実を物価と為し、法を人数と為す(34)。

其の一術に曰く、出だす所の率を置き、少を以て多より減じ、余を法と為す。両盈・両不足は少を以て多より減じ、余を実と為す。実、法の如くして一とし、人数を得。出だす所の率を以て之に乗じ、盈を減じて不足を増せば、即ち物価なり(35)。

注：(31) 設定値が共に「盈」の場合（両盈）の計算法。ここでは共同で金を買う場合の人数とその金の価格について求める。両盈術（後述注（34）参照）を用いて解くと、

$$\frac{(300\ 銭\times 盈\ 3400)-(400\ 銭\times 盈\ 100)}{盈\ 3400-盈\ 100}=\frac{980000}{3300}$$

それぞれの出銭率を a，b とすると、本題では $a-b=100$ であるので、金価=9800銭、人数=33人となる。

(32) 設定値が共に「不足」の場合（両不足）の計算法。ここでは共同で羊を買う場合の人数とその羊の価格について求める。両不足術（後述注(34)参照）を用いて解くと、

$$\frac{(7\ 銭\times 不足\ 45)-(5\ 銭\times 不足\ 3)}{不足\ 45-不足\ 3}=\frac{300}{42}$$

本題では $a-b=2$ であるので、羊価=150銭、人数=21人となる。

(33) 50) 注（10）参照。

(34) 両盈・両不足術とは、所出率を a，b（$a>b$）、盈・不足を m，n（両盈のときは $m>n$，両不足のときは $m<n$）と置くと、例えば両不足の時は $an>bm$ であるので、

$$\frac{(所出率a\times 盈n)-(所出率b\times 盈m)}{m-n}=\frac{実}{法}=\frac{\frac{実}{a-b}}{\frac{法}{a-b}}=\frac{y(物価)}{x(人数)}$$

のように求めることができるというもので、両盈・両不足とも数式としては同じになる。

この術の導出を、両不足の場合で説明する。人数 x 人について、各人が a 銭払うときと b 銭払うときの不足分の差（$n-m$）銭は、各人が（$a-b$）銭払った額（$a-b$）x 銭に等しく（図 1 参照）、したがって（$a-b$）$x=n-m$ であるから $x=\frac{n-m}{a-b}$ が成り立つ。

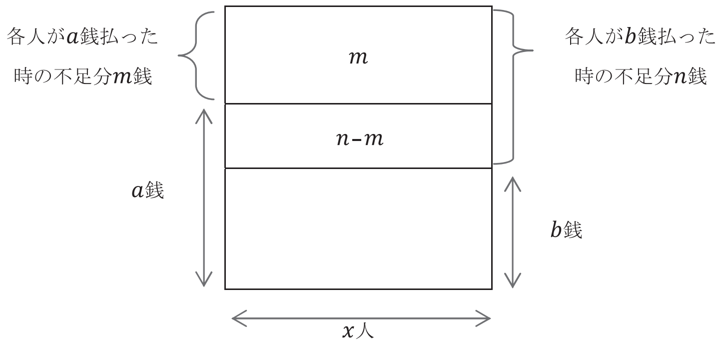

図 1

物価 y 銭については、後述の劉注[9]に従って説明する。

① 所出数 a, b と不足数 m, n を $\begin{pmatrix} a & b \\ m & n \end{pmatrix}$ のように表すと、これの各列 $\begin{pmatrix} a \\ m \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} b \\ n \end{pmatrix}$ はそれぞれ

各人 a 銭すなわち全員で ax 銭払うと、物価 y 銭に m 銭不足、

各人 b 銭すなわち全員で bx 銭払うと、物価 y 銭に n 銭不足

することを表している。

② 不足数を互いの列に乗ずると $\begin{pmatrix} an & bm \\ mn & nm \end{pmatrix}$ となるが、これの各列はそれぞれ

各人 an 銭すなわち全員で anx 銭払うと、n 回分の物価 yn 銭に mn 銭不足、

各人 bm 銭すなわち全員で bmx 銭払うと、m 回分の物価 ym 銭に nm 銭不足

することを表している。

③ 1列目から2列目を引くと $\begin{pmatrix} an-bm \\ 0 \end{pmatrix}$ となるが、これは各人が $(an-bm)$ 銭払うとすなわち全員で $(an-bm)x$ 銭払うと、②で述べた不足分が相殺されて $(n-m)$ 回分の物価 $yn-ym=(n-m)y$ 銭にちょうど一致することを表す。

④ したがって $(an-bm)x=(n-m)y$ が成り立つ。ここで $x=\frac{n-m}{a-b}$ であったので、両辺に共通する $(n-m)$ を約すると、1回分の物価 y 銭について $y=\frac{an-bm}{a-b}$ が得られる。

(35) 両盈・両不足術の別解を示している。所出率とそのときの盈不足数を前注と同じくおく。人数 $x=\frac{n-m}{a-b}$ については前注と同様に求めるが、物価 y 銭については、人数をもとに物価を計算し、両盈のとき $y=ax-m$、両不足のとき $y=ax+m$ のようにして求める点が異なっている。

訳：

［五］今､共に金を買う。人ごとに400銭を出せば､3400銭余る。人ごとに300銭を出せば､100銭余る。問う､人数･金価はそれぞれいくらか。答えにいう､33人､金価3800銭。

［六］今､共に羊を買う。人ごとに5銭を出せば､45銭足りない。人ごとに7銭を出せば､3銭足りない。問う､人数･羊価はそれぞれいくらか。答えにいう､21人､羊価150銭。

両盈･両不足術にいう。｢出した所の率｣を置き､盈･不足をそれぞれその下におく。「出した所の率」を維乗し、多い方から少ない方を引いて、余りを実とする。両盈･両不足は多い方から少ない方を引いて、余りを法とする。実を法で割る。分数があれば、先に通じさせておく。両盈・両不足が互いに組として、物を買った銭数を「同」する。「出した所の率」を置き、多い方から少ない方を引き、余りで法と実を約す。実が物価となり、法が人数となる。

また別解にいう。「出した所の率」を置き、多い方から少ない方を引き、余りを法とする。両盈・両不足の場合は多い方から少ない方を引き、余りを実とする。実で法を割ると人数が得られる。「出した所の率」を人数に掛けて、盈の場合は余り分を引き、不足の場合は不足分を足せば、物価となる。

[9] [劉注] 按、此術、兩盈[一]兩不足者、兩設皆不足於正數。其所以變化、猶兩盈。而或有勢同而情違者。當其爲實、俱令不足（其相）〔維〕乘〔相〕減[二]、則遺其所不足焉。故其餘所以爲實者、無朒數以損焉。

蓋出而有餘兩盈、兩設皆（通）〔逾〕於正數。假令與共買物、人出八、盈三、人出九、盈十。齊其假令、同其兩盈、兩〔盈〕俱三十。舉齊則兼去、其餘所以爲實者、無盈數。兩盈以少減多、餘爲法。齊之八十者、是十假令、而凡盈三十者、是（齊）十以（十）三之[三]。齊之二十七者、是三假令、而凡盈三十者、是三以十之。今假令兩盈共十・三、以三減十、餘七爲一實。故令以三減十、餘七爲法。所出率以少減多、餘謂之設差。因設差爲少設、則兩盈之差是爲定實。故以〔少〕設〔約〕法〔得〕人數、約實即得（全）〔金〕數。

校訂：[一]「錢校本云「大典本、「此術」の下、「兩盈」二字を衍とす、今刪去す」と。注（36）を見よ。

[二]銭校本に従い改める。

[三]郭書春云う「大典本「是齊十、以十三之」の「齊」、「十」二字を衍とす、今刪す」と。今、郭氏に従う。

訓読：按ずるに、この術、両不足なる者は(36)、両設皆正数(37)に不足す。其の変化する所以は、猶お両盈のごとし。而して或いは勢同じくして情違う者あり(38)。其の実と為すに当たりては、俱に不足をして維乗し相減ぜしむれば、則ち其の足らざるところを遺す。故に、其の余の実と為す所以の者は、朒数以て損する無きなればなり(39)。

蓋し出だして余の両盈あれば、両設皆正数を逾ゆ。仮令（かり）にともに物を買うに、人ごとに八を出だせば、盈三、人ごとに九を出だせば、盈十。其の仮令を「斉」し、其の両盈を「同」すれば、両盈ともに三十。「斉」を挙げれば則ち兼ねて去る(40)。其の余の実と為す所以の者は、盈数無ければなり。両盈は少を以て多より減じ、余を法と為す。「斉」の八十は是れ十仮令なり、而して凡そ盈三十は、是れ十以てこれを三す。「斉」の二十七は、是れ三仮令なり、而して凡そ盈三十は、是れ三以て之を十す(41)。今、仮令の両盈は十・三を共にすれば、三を以て十より減じ、余七を一実と為す。故に三を以て十より減じ、余七を法と為さしむ。出だす所の率少を以て多より減じ、余は之を設差という。因りて設差を少設となせば、則ち両盈の差是れ定実と為す。故に少設

を以て法を約し人数を得、実[42]を約せば即ち金数を得[43]。

注：(36) 本来は両不足の前に、両盈の説明が入っていたのであろう。その痕跡として、「両盈」の字が残されているのであろう。「両盈」は訓読と訳では反映させない。

(37)「正数」とは真の数のこと。50) の注 (23) 参照。

(38)「勢」は、「元々の数値」。方田章劉注に「勢不可失本數」とある。16)の注(33)参照。「情」は「変化していく実情の数値」(数学的用語として用いられている)。商功章［一五］の劉注に「謂以情推、不用籌筭」とある。42) 参照。ここでは両盈と両不足の計算法は同じだが、実情に異なる点があるとの意。

(39) 注 (34) 参照。

(40)「挙斉則兼去」について。「兼去」は兼ねさせて他のものを取り去る。ここでは、盈30が二つになるので、一方を取り去ること。注 (34) でいう③の操作がこれにあたる。

(41) ここは数字が入れ替わっている方がわかりやすいが、先にでてきた10仮令、3仮令の数字をひいてきたものであろう。

(42) ここでいう「実」は上の「一実」のことである。

(43) ここでは両盈の場合について仮題を例に挙げ解説する。ここでの解説は以下の通り (詳細な計算原理は注 (34) 参照)。

① 上下に仮の設定値と両盈の値を置く。

8	9
3	10

② 両盈を「同」することによって、仮の設定値を「斉」する。

8 ×10	9 × 3	…斉	80	27	…斉
3 ×10	10× 3	…同	30 (盈)	30 (盈)	…同

③ ②で求めた数値を以て計算すれば盈30と盈30を一つにまとめて取り去り、斉80と斉27を引き算すると、ともに盈数のない真値が得られる。これを「実」とする。

斉80－斉27=53　…実

④ 両盈の多い方から少ない方を引き「法」とする。

盈10－盈 3 = 7　…法

⑤「斉之八十者、是十仮令、而凡盈三十者、是十、以三之」とは、仮令 8 銭、盈 3 銭を斉同術によりともに10倍することで斉80と盈30となることである。

⑥「斉之二十七者、是三仮令、而凡盈三十者、是三、以十之」とは、仮令 9 銭、

盈10銭を斉同術によりともに３倍することで斉27と盈30となることである。

⑦ 10仮令から３仮令を引いた仮令を「一実」とする。
10仮令（80）－３仮令（27）＝７仮令（53）…実

⑧ ⑦で求めた「実」は10仮令から３仮令を引いたものであるので、本来の仮令の率に戻すため、７を「法」とする。

訳：按じますに、この術の両不足というのは、両設が二つとも真の数に足らないことである。その数字が変わっていく筋道は、両盈と同じである。しかし、見た目の形は同じであるが、実際の状況は違うところがある。「実」とするにあたっては、ともに不足数を（「出す所の率」に）維乗したのち、互いに引けば、則ちそれは真の数に足らない分が残る。ゆえに、その余りが実となる理由は、不足数に損するものがないからである。

そもそも出す所のものに、余りの両盈があれば、両設はみな真の数をこえる。かりに仮定値が組となっていて、複数人がともに買い物をする場合、人ごとに８銭を出せば、余りが３銭となり、人ごとに９銭を出せば、余りが10銭となるとする。ここで仮の設定値を「斉」し、両盈を「同」すれば、両盈ともに30銭となる。「斉」を行えば、両盈は一つにまとまって取り去られ、その余りが「実」となる理由は、余りの数がなくなるからである。次に、両盈の多い方から少ない方を引き、余りを「法」とする。「斉」の80は仮令８銭を10倍したもので、その盈30は盈３銭を10倍したものである。「斉」の27は仮令９銭を３倍したもので、その盈30は盈10銭を３倍したものである。今、ここで仮令の両盈は10と３を共にしているので、10仮令から３仮令を引くと、余りの７仮令が一つの「実」となる。ゆえに、10から３を引いて、余りの７を「法」とするのである。「出す所の率」の多い方から少ない方を引き、余りはこれを「設差」（９－８＝１銭）という。よってこの「設差」を「少設」とすると、両盈の差が「定実」となる。ゆえに「少設」で法を約すと人数が得られ、実を約すと金数が得られる。

[10] [劉注] 置所出率、以少減多、得一人之差。兩盈・兩不足相減、爲衆人之差。故以一人之差除之、得人數。以所出率乘之、減盈增不足、即物價(44)**。**

訓読：出だす所の率を置き、少を以て多より減ずれば、一人の差を得。両盈・両不足相減ずれば、衆人の差と為す。故に一人の差を以て之を除せば、人数を得。出だす所の率を以て之に乗じ、盈を減じて不足を増せば、即ち物価なり。

注：(44) 本注では「其一術」について解説する。両盈・両不足の場合についてそれぞれ

説明すると以下の通りとなる。

［五］題（両盈）を例として考えると、

① 仮定値が400銭と300銭の時、一人の差は100銭。

② 盈3400－盈100=3300銭、これが衆人の差となる。

③ よって一人の差で衆人の差を約す、つまり3300銭÷100銭=33人で人数が得られる。

④ 300×33=9900，9900－100=9800銭となり物価が得られる。

［六］題（両不足）を例として考えると、

① 仮定値が５銭と７銭の時、一人の差は２銭。

② 不足45－不足３=42銭、これが衆人の差となる。

③ よって一人の差で衆人の差を約す、つまり42÷２=21人で人数が得られる。

④ ５×21=105，105+45=150銭となり物価が得られる。

訳：「出す所の率」を置き、多い方から少ない方を引き、１人における出銭差を得る。両盈・両不足は互いに引くと、全ての人における出銭差となる。ゆえに、１人における出銭差ですべての人の出銭差を割ると、人数が得られる。「出す所の率」を人数に掛け、余りの場合は余り分を引き、不足の場合は不足分を足せば、すなわち物価となる。

［七］今有共買犬、人出五、不足九十。人出五十、適足。問人數·犬價各幾何。荅曰、二人、犬價一百。

［八］今有共買豕、人出一百、盈一百。人出九十、適足。問人數·豕價各幾何。荅曰、一十人、豕價九百。

盈適足·不足適足術曰、以盈及不足之數爲實。置所出率、以少減多、餘爲法。實如法得一人[一]。其求物價者、以適足乘人數、得物價[11]。

校訂：［一］郭書春云う「聚珍版、四庫本「人」字なし。屈刻本、孔刻本及び銭校本「人」字有り」と。屈刻本、孔刻本及び銭校本に従う。

訓読：

［七］今、共に犬を買う有り、人ごとに五を出せば、九十を不足す。人ごとに五十を出せば、適足す。問う、人数・犬の価各おの幾何ぞ。答えに曰う、二人、犬の価一百(45)。

［八］今、共に豕を買う有り、人ごとに一百を出せば、一百を盈す。人ごとに九十を出せば、適足す。問う、人数・豕の価各おの幾何ぞ。答えに曰う、一十人、豕の価九百(46)。

盈適足･不足適足術に曰く、盈及び不足の数を以て実と為す。出す所の率を置き、少を以て多より減じ、余は法と為す。実、法のごとくして一人を得。其れ物価を求むる者は、適足を以て人数に乗じ、物価を得[47]。

注：(45) 過不足の一方が「不足」、一方が「適足（ちょうどになる）」の場合の計算法。ここでは共同で犬を買う場合の人数とその犬の価格について求める。盈適足・不足適足術（後述注（47）参照）を用いて解くと、

$$\frac{(\text{不足})\,90}{50-5}=2\text{ 人}$$

$$50\times 2=100\text{銭}$$

となる。ゆえに、犬の価格=100銭、人数= 2 人となる。

(46) 過不足の一方が「盈」、一方が「適足」の場合の計算法。ここでは共同で豚を買う場合の人数とその豚の価格について求める。盈適足･不足適足術を用いて解くと、

$$\frac{(\text{盈})\,100}{100-90}=10\text{人}$$

$$90\times 10=900\text{銭}$$

となる。ゆえに、豚の価格=900銭、人数=10人となる。

(47) 盈適足・不足適足術は、盈不足術及び両盈・両不足術の「其一術」で述べられているのと同様の方法で解く。盈適足・不足適足術の公式は、所出率を a，b（$a>b$ で b が適足の場合）、盈・不足を m と置くと（適足なので $n=0$ となるため n は省く）、

$$\frac{m}{a-b}=x\ (\text{人数})$$

$$b\times x=y\ (\text{物価})$$

となる。

訳：

［七］今、共に犬を買う。人ごとに 5 銭を出せば、90銭足りない。人ごとに50銭を出せば、ちょうど足りる。問う、人数･犬の価はそれぞれいくらか。答えにいう、2 人、犬の価100銭。

［八］今､共に豚を買う｡人ごとに100銭を出せば､100銭余る｡人ごとに90銭を出せば､ちょうど足りる。問う、人数・豚の価はそれぞれいくらか。答えにいう、10人、豚の価900銭。

盈適足･不足適足術にいう､盈及び不足の数を実とする｡「出だす所の率」を置き、多い方から少ない方を引き、その答えを法とする。実を法で割る。物価を求める

場合は、適足の銭数に人数を掛ければ物価が得られる。

[11] [劉注] 此術意謂、以「所出率以少減多」者、餘是一人不足之差。不足數爲衆人之差。以一人差約之、故得人之數也。「(適)〔以盈及不〕[一]足數爲實」者、數單見。即衆人差。故以爲實。所出率以少減多、餘、即一人差。故以爲法。以除衆人差、得人數。以適足乘人數、即得物價也。

校訂：[一]本文の「術曰」中の文句より「以盈及不」が抜けているのがわかる。

訓読：この術の意は謂う、「出だす所の率を以て少を以て多より減ず」とは、余りは是れ一人の不足の差なり。不足の数を衆人の差と為す。一人の差を以て之を約す、故に人の数を得る也(48)。「盈及び不足の数を以て実と為す」とは、数、単り見(あら)わる。即ち衆人の差なり。故に以て実と為す。出だす所の率少を以て多より減ずれば、余は、即ち一人の差なり。故に以て法と為す。以て衆人の差を除せば人数を得。適足を以て人数に乗ずれば、即ち物価を得る也(49)。

注：(48) ここでの説明は 50) 注 (30) 参照。

(49)「以盈及不足數爲實」とは、盈・不足の数が片方にだけ現れるため、これがすなわち衆人の差となることをいう。よってこれを「実」とし、1人の差で割れば人数が得られる。適足の仮令に人数を掛ければ物価が得られる。

訳：この術がいっているのは、「出す所の率は多い方から少ない方を引く」というのは、余りは1人の不足の差である。不足数は全体の人数の差である。1人の差でこれを約すると、人数が得られる。「盈及び不足の数を実とする」というのは、余りもしくは不足の数が片方だけ現れるのである。これが衆人の差である。故にこれを実とする。「出す所の率」の多い方から少ない方を引けば、余りは即ち1人の差である。故に法とする。1人の差で衆人の差を割れば人数が得られる。適足（ちょうど）の値に人数を掛ければ物価が得られる。

[九]今有米在十斗桶中。不知其數。滿中添粟而舂之、得米七斗。問故米幾何。荅曰二斗五升。

術曰、以盈不足術求之。假令故米二斗、不足二升。令之三斗、有餘二升[12]。

訓読：今、米の十斗の桶中に在る有り。其の数を知らず。中を満たし粟を添えて之を舂き、米七斗を得。問う、もとの米幾何ぞ。答えに曰く二斗五升。

術に曰く、盈不足術を以て之を求む。仮令にもとの米二斗たらしむれば、二升不足

す。之れをして三斗たらしむれば、二升を余す有り[50]。

注：(50) 桶の中に元々入っていた米の量について求める。［一］～［八］題までは仮定値を設定して計算する形式の問題であったが、本題以降は問題文中から仮定値を与えて盈不足数を導く応用問題となっている。盈不足術を用いて解くと、

$$\frac{(2\text{斗}\times\text{盈}2\text{升})+(3\text{斗}\times\text{不足}2\text{升})}{\text{不足}2\text{升}+\text{盈}2\text{升}}=\frac{10}{4}=2\frac{1}{2}\text{斗}$$

となり、もとの米の量が得られる。

現在の数学を用いて解くと、もとの米を x 斗とした場合、入れた粟は $10-x$ 斗であるので、$x+\frac{3}{5}(10-x)=7$ となり、$x=2\frac{1}{2}$ 斗となる。

訳：今、米が10斗の容量の桶の中にあるが、どれだけあるのかわからない。桶の中がいっぱいになるまで粟を加えてこれを搗き、米７斗を得た。問う、もともとあった米はどれだけか。答えにいう、２斗５升。

術にいう、盈不足術でこれを求める。仮にもともとあった米が２斗であれば、２升たりない。仮にこれが３斗であれば、２升余る。

[12]［劉注］按、桶受一斛。若使故米二斗、須添粟八斗以滿之。八斗得糲米四斗八升、課於七斗、是爲「不足二升」。若使故米三斗、須添粟七斗以滿之。七斗得糲米四斗二升、課於七斗、是爲「有餘二升」。以盈・不足維乘假令之數者、欲爲齊同之意。爲齊同者、齊其假令、同其盈朒。通計齊、即不盈不朒之正數、故可以幷之爲實、幷盈・不足爲法。實如法、即得故米斗數、乃不盈不朒之正數也。

訓読：按ずるに、桶は一斛を受く。若しもとの米をして二斗たらしむれば、須らく粟八斗を添えて以て之を満たすべし。八斗は糲米四斗八升を得、七斗に課すれば[51]、是れ「二升を不足す」と為す。若しもとの米をして三斗たらしむれば、須らく粟七斗を添えて以て之を満たすべし。七斗は糲米四斗二升を得、七斗に課すれば、是れ「二升余す有り」と為す。盈・不足を以て仮令の数に維乘する者は、「斉」「同」を為さんと欲するの意なり。「斉」「同」を為さんとする者は、その仮令を「斉」し、その盈朒を「同」す。「斉」を通計すれば即ち不盈不朒の正数なり、故に以て之を并せて実と為し、盈・不足を并せて法と為すべし。実、法の如くして、即ちもとの米の斗数を得、乃ち不盈不朒の正数也[52]。

注：(51)「課」は比べるの意。17) の注 (38) 参照。

(52) 本題を例として解説すると以下の通りになる。

① 上下に仮の設定値と盈・不足の値を置く。

2	3
2	2

② 盈・不足を「同」することによって、仮の設定値を「斉」する。

2 × 2	3 × 2…斉	4	6	…斉
2 × 2	2 × 2…同	4（不足）	4（盈）	…同

③ ②で求めた数値で計算すれば不足4と盈4を一つにまとめて取り去り、斉4と斉6を足し算すると、盈も不足もない真値が得られる。これを実とする。

斉4 ＋斉6 =10　→不盈不朒之正数　　…実

④ 盈・不足を足して法とする。

不足2 +盈2 = 4　　　　　　　　　　…法

⑤ $\frac{\text{斉}4+\text{斉}6}{\text{不足}2+\text{盈}2}=\frac{10}{4}=2\frac{1}{2}$斗　…不盈不朒之正数=答え

［九］題では、盈不足術で求めた答えそのものがもとの米の数量となっており、［一］～［四］題までの解答（実を物価、法を人数とする）と異なる。次の［九］題以降は同じように解く。

訳：按ずるに、桶には1斛が入る。もし元々あった米が2斗であったとすると、粟8斗を加えて桶をいっぱいにすることになる。粟8斗からは糲米4斗8升が得られる。（この4斗8升と米2斗を足すと6斗8升となり、）これを最終的に得られた7斗と比べると「2升足りない」。もし元々あった米が3斗であったとすると、粟7斗を加えて桶をいっぱいにしなければならない。粟7斗からは糲米4斗2升が得られる。（この4斗2升と米3斗を足すと7斗2升となり、）これを7斗と比べると「2升余る」。盈・不足を仮定値にたすき掛けするのは、斉同術を行おうとするのである。斉同術を行おうとする場合は、仮令を「斉」し、盈・不足を「同」する。「斉」を用いて計算すると過不足なしの真の数値が得られる。ゆえに「斉」を足して実とし、盈・不足を足して法とするのである。実を法で割ると、元々あった米の斗数が得られ、この値が過不足なしの真の数値である。

［一〇］今有垣高九尺。瓜生其上、蔓日長七寸、瓠生其下、蔓日長一尺。問幾何日相逢、瓜·瓠各長幾何。荅曰、五日十七分日之五。瓜長三尺七寸一十七分寸之一、

瓠長五尺二寸一十七分寸之一十六。

　術曰、假令五日、不足五寸、令之六日、有餘一尺二寸[13]。

訓読：今、垣高九尺あり。瓜其の上に生じ、蔓日に七寸を長ず、瓠其の下に生じ、蔓日に一尺を長ず(53)。問う、幾何日に相逢いて、瓜・瓠各おの長ずること幾何ぞ。答えに曰く、五日十七分日之五。瓜長ずること三尺七寸一十七分寸之一、瓠長ずること五尺二寸一十七分寸之一十六。

　術に曰く、仮令に五日なれば、五寸を不足す、之れをして六日たらしむれば、一尺二寸を余す有り(54)。

注：(53)「垣」は、低い塀、垣根のことをいう。本文に「瓜生其上」とあることから土塀のことか。「瓜」は瓜科の植物。「蔓」は、つる、つる草の茎のこと。「瓠」は瓢簞の一種。細長い形状をしており瓠瓜とも呼ばれる。食用可。冬瓜と同じ時期にできる。「冬瓜・越瓜・瓠子十月區種。如區種瓜法、冬則推雪著區上爲堆。潤澤肥好、乃勝春種」(『斉民要術』第二、種瓜)。

(54) 高さ9尺の垣根があり、その上に瓜が生えており、その下に瓠が生えている。瓜と瓠の蔓が成長して垣根を這い、互いに出会うまでの日数とその時の両者の蔓の長さを求める。本題は純粋な形での盈不足問題ではなく、仮定値を与えて盈不足数を導く応用問題となっている。盈不足術を用いて解くと、

$$\frac{5\text{日}\times\text{有余}12+6\text{日}\times\text{不足}5}{\text{不足}5+\text{有余}12}=\frac{90}{17}=5\frac{5}{17}$$

となり、日数が得られる。

瓜の蔓は一日7寸伸びるので、$7\times5\frac{5}{17}=37\frac{1}{17}$

瓠の蔓は一日1尺伸びるので、$10\times5\frac{5}{17}=52\frac{16}{17}$

となり、互いの蔓が出会った時の長さが求められる。

　現在の数学を用いて計算すると以下のように求められる。求める時の長さをxとすると、$x=90\div(7+10)=5\frac{5}{17}$となる。

訳：今、垣根の高さが9尺ある。瓜がその上に生え、蔓が日に7寸伸びる。瓠がその下に生え、蔓が日に1尺伸びる。問う、何日後にお互いが出会い、(その時の) 瓜・瓠それぞれどれほど伸びるか。答えにいう。$5\frac{5}{17}$日。瓜は3尺$7\frac{1}{17}$寸伸びる、瓠は5尺$2\frac{16}{17}$寸伸びる。

術にいう、仮に５日であれば、５寸足りず、仮に６日であれば、１尺２寸余る。

[13] [劉注] 按、「假令五日、不足五寸」者、瓜生五日、下垂蔓三尺五寸、瓠生五日、上延蔓五尺。課於九尺之垣、是爲「不足五寸」。「令之六日、有餘一尺二寸」者、若使瓜生六日、下垂蔓四尺二寸、瓠生六日、上延蔓六尺。課於九尺之垣、是爲「有餘一尺二寸」。以盈・不足維乘假令之數者、欲爲齊同之意。齊其假令、同其盈朒。通計齊、即不盈不朒之正數。故可幷以爲實。幷盈・不足爲法。實如法而一。即設差[一]不盈不朒之正數、即得日數。以瓜・瓠一日之長乘之、故各得其長之數也。

校訂：[一]注 (55) をみよ。

訓読：按ずるに、「仮令に五日なれば、五寸を不足す」とは、瓜生ずること五日なれば、下垂の蔓三尺五寸、瓠生ずること五日なれば、上延の蔓五尺。九尺の垣に課すれば、是れ「五寸を不足す」と為す。「之をして六日たらしむれば、一尺二寸を余す有り」とは、若し瓜生ずること六日なれば、下垂の蔓四尺二寸、瓠生ずること六日なれば、上延の蔓六尺なり。九尺の垣に課すれば、是れ「一尺二寸を余す有り」と為す。盈・不足を以て仮令の数を維乗するは、「斉」「同」を為さんと欲するの意なり。其の仮令を「斉」し、其の盈朒を「同」す。「斉」を通計すれば即ち不盈不朒の正数なり。故に并せて以て実と為す。盈・不足を并せて法と為す。実、法の如くして一とす。即ち不盈不朒の正数にして(55)、即ち日数を得。瓜・瓠の一日の長を以て之に乗ず、故に各おの其の長の数を得る也。

注：(55) 50)の注(25)の意味では「設差」の意味が解釈できない。4)、5)では「設差」を削っている。今、両氏に従う。[一八]題劉注にも「得日数者、即設差不盈不朒之正數」とある。

訳：按ずるに、仮定値の「５日であれば、５寸足りない」というのは、瓜が生えてから５日経つと、下に垂れる蔓の長さは３尺５寸となり、瓠が生えてから５日経つと、上に伸びた蔓の長さは５尺となる。（この３尺５寸と５尺を足すと８尺５寸となり、）９尺の垣根に比べてみると、「５寸足りない」となる。一方の仮定値の「６日であれば１尺２寸余る」というのは、もし瓜が生えてから６日経てば、下に垂れる蔓の長さは４尺２寸となり、瓠が生えてから６日経てば、上に伸びた蔓の長さは６尺となるからである。（この４尺２寸と６尺を足すと10尺２寸となり、）９尺の垣根に比べてみると、「１尺２寸余る」となる。盈と不足の数を仮定値に維乗するのは、「斉同術」を行おうとしているのである。仮定値を「斉」し、盈朒を「同」する。「斉」した数を用いて計算すれば、過不足なしの真の数値となる。故に、「斉」を加え合わせて実とし、盈

と不足を加え合わせて法とする。実を法で割る。そうすると過不足なしの真の数値となり、日数が得られる。瓜と瓠の一日分の蔓の伸びる長さをこれに掛けると、それぞれの伸びた蔓の長さが得られる。

参考文献

1）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）

2）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）

3）郭書春･劉鈍『算経十書』（遼寧教育出版社、1998年12月）、（九章出版社、2001年４月）

4）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）

5）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）

6）沈康身『九章算術導読』（1997年２月）

7）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年８月）

8）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年９月）

9）李籍『九章算術音義』（文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収）

10）「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）

11）楊輝『詳解九章算法』（宜稼堂叢書本）

12）李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰（25年）語鴻堂刊本）

13）清水達雄『九章算術』1～15（「数学セミナー」1975年２月号～1976年４月号）

14）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』（朋友書店、2006年10月）

15）Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』（Oxford Univ. Press, 1999年10月）

16）大川俊隆『九章算術』訳注稿（1）大阪産業大学論集　人文･社会科学編２号（2008年２月）

17）大川俊隆『九章算術』訳注稿（2）大阪産業大学論集　人文･社会科学編３号（2008年６月）

18）Chemla, Karine; Guo, Shuchun『Les neuf chapîtres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』（Dunod, 2004年第４四半期）

19）大川俊隆『九章算術』訳注稿（3）大阪産業大学論集　人文･社会科学編４号（2008年10月）

20）大川俊隆『九章算術』訳注稿（4）大阪産業大学論集　人文･社会科学編５号（2009年２月）

21）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（5）大阪産業大学論集　人文・社会科学編６号（2009年６月）

22）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（6）大阪産業大学論集　人文・社会科学編７号（2009

年10月）
23) 銭宝琮点校『九章算術点校』（北京中華書局刊『算経十書』所収、1963年10月）
24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (7) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 8 号 (2010年 2 月)
25) 汪莱撰『校正九章算術及戴氏訂訛』（『衡齋遺書』所収）
26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿 (8) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書―『数』と『算術』」大阪産業大学論集　人文・社会科学編 9 号 (2010年 6 月)
28) 郭書春『九章算術訳注』（上海古籍出版社、2009年12月）
29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (9) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編10号 (2010年10月)
30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (10) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編11号 (2011年 2 月)
31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (11) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編12号 (2011年 6 月)
32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿 (12) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編13号 (2011年10月)
33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院蔵秦簡 (貳)』（上海辞書出版社、2011年12月）
34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』訳注稿 (13) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編14号 (2012年 2 月)
35) 田村誠、武田時昌『九章算術』訳注稿 (14) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編15号 (2012年 6 月)
36) 大川俊隆　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (1) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編16号 (2012年10月)
37) 田村誠　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (2) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編17号 (2013年 2 月)
38) 馬場理恵子、吉村昌之　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (3) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編18号 (2013年 6 月)
39) 角谷常子　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (4) 大阪産業大学論集　人文・社会科学編19号 (2013年10月)
40) 小寺裕、張替俊夫　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿 (5) 大阪産業大学論集　人文・社会

科学編20号（2014年２月）
41）武田時昌　岳麓書院蔵秦簡『数』訳注稿（6）大阪産業大学論集　人文・社会科学編21号（2014年６月）
42）小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（15）大阪産業大学論集　人文・社会科学編22号（2014年10月）
43）郭書春『九章算術新校』（中国科学技術大学出版社、2013年12月）
44）武田時昌、張替俊夫『九章算術』訳注稿（16）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
45）大川俊隆『九章算術』訳注稿（17）大阪産業大学論集　人文・社会科学編23号（2015年２月）
46）呉朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相関研究』（江蘇人民出版社、2014年５月）
47）大川俊隆『九章算術』訳注稿（18）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
48）角谷常子『九章算術』訳注稿（19）大阪産業大学論集　人文・社会科学編24号（2015年６月）
49）角谷常子『九章算術』訳注稿（20）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）
50）馬場理恵子『九章算術』訳注稿（21）大阪産業大学論集　人文・社会科学編25号（2015年10月）