

『九章算術』 訳注[†] 稿 (13)

小 寺 裕、武 田 時 昌

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子、武田 時昌

田村 三郎、田村 誠、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 13

KOTERA Hiroshi

TAKEDA Tokimasa

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the thirteenth article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 7 of Chapter 5, Shang gong (商功).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

[†]This work was partially supported by Grant-in-Aid for Scientific Research(C) (20500879).

平成23年10月31日 原稿受理

本論文では、商功章の算題(1)～(7)に対する訳注を与える。

九章算術卷第五

商功^[1]

注：(1) 李籍『音義』に「商、度也。以度其功庸、故曰商功」とある。「功」とは造営工事の労役(力役、徭役)を指す。「商功」(功を商る)とは、その労働の仕事量や人夫数を、国家の労働規定から算定することである。建造物の体積計算のために、各種立体の体積公式を取り扱う。なお、「商功」の用例は、『漢書』食貨志上に、「(耿)寿昌習於商功分銖之事、其深計遠慮、誠未足任、宜且如故」とある。また、睡虎地秦簡の『徭律』には「度攻必令司空與匠度之、毋獨令匠」とあり、「度攻(功)」の語が見られる。

[1][劉注]以御功程積實。

訓読：以て功程・積實⁽²⁾を御す。

注：(2) 「積實」とは、立体の体積を指す。立体の体積・容積は、本文では「積」と表す。それを「積實」と呼ぶのは、計算において分子(=「実」)に置くことが念頭にあるためである。

訳：商功術によって造営に必要な仕事量、人夫数や立体の体積をおさめる。

[一]今有穿地積一萬尺。問爲堅・壤各幾何。答曰、爲堅七千五百尺。爲壤一萬二千五百尺。

術曰、穿地四、爲壤五^[2]、爲堅三^[3]、爲墟四^[4]。以穿地求壤、五之、求堅、三之、皆四而一^[5]。以壤求穿、四之、求堅、三之、皆五而一。以堅求穿、四之、求壤、五之、皆三而一^[6]。

訓読：今、地を穿つこと積一萬尺有り。問う、堅、壤を為すこと各々幾何ぞ。答に曰う、堅を為すこと七千五百尺、壤を為すこと一萬二千五百尺⁽³⁾。

術に曰く、穿地四は、壤五と為し、堅三と為し、墟四と為す⁽⁴⁾。穿地を以て壤を求むるは、之を五し、堅を求むるは、之を三し、皆四にして一とす。壤を以て穿を求むるは、之を四し、堅を求むるは、之を三し、皆五にして一とす。堅を以て穿を求むるは、之を四し、壤を求むるは、之を五し、皆三にして一とす。

注：(3) ここでの計算は、次の通りである。

穿地容積10000立方尺×堅率3 ÷穿地率4 = 堅土の体積7500立方尺

穿地容積10000立方尺×壤率5 ÷穿地率4 = 壤土の体積12500立方尺

(4) 堅3、壤5、墟4は、掘った穴(穿地)の容積4に対する体積の比率を表している。

堅、壤、墟の字義について、李籍『音義』には「壤、謂息土。書曰、厥土惟白壤」、「堅謂築土。詩曰、築之登登」、「墟謂穿坑」とある。『尚書』は禹貢、『詩』は大雅「大明」の文である。また、『説文』卷13下に「壤、柔土也」、「堅、土剛也」とある。「壤」は掘り起こした柔らかい土、「堅」は盛り固めて築いた堅い土を言う。「墟」は『説文』によると、原義は「大きな丘」である。劉徽や李籍は「穿坑」と注釈し、掘った後にできる穴を指すと考えるが、術文ではその空間の容積を表すのに「穿地」という用語を用いているので、「墟」は元の土の方を指しているように思われる。『大戴礼記』易本命に、「是故堅土之人、肥。虚土之人、大。沙土之人、細。息土之人、美。耗土之人、醜」とあり(『淮南子』地形訓に同類の文がある)、国土を堅土・虚土・沙土・息土・耗土の五種の土質に分け、その土地に住む民の性格の類型化を行う。劉注に「壤は息土を謂う」とあるのによれば、壤が『大戴礼記』の「息土」に対応する。又、「墟」は「虚」に通じるので、『大戴礼記』の「虚土」に対応するのであろう。

訳：今、穴を掘り、その穿地の容積が10000立方尺になった。問う、堅土(突き固めた土)、柔土(掘り起こした土)の体積はそれぞれ如何ほどであるか。答えにいう、堅土は7500立方尺になる。柔土は12500立方尺になる。

術にいう、(体積の比率は)穿地の容積4に対して、柔土は5であり、堅土は3であり、墟土(掘り出す前の原土)は4である。穿地の容積から柔土を求める場合には5を掛け、堅土を求める場合には3を掛け、ともに4で割る。柔土から穿地の容積を求める場合には4を掛け、堅土を求める場合には3を掛け、ともに5で割る。堅土から穿地の容積を求める場合には4を掛け、柔土を求める場合には5を掛け、ともに3で割る。

[2][劉注]壤謂息土。

訓読：壤は息土を謂う⁽⁵⁾。

注：(5)「息土」は、注(4)に引く『大戴礼記』易本命を参照。

訳：壤は、柔らかい土のことを言う。

[3] [劉注] 堅爲築土_[-]。

校訂：[-]李潢は、前後の体例に倣って、「爲」は「謂」に作るべきであるとするが、今は原文のままとする。

訓読：堅は築土と為す。

訳：堅は、突き固めた土である。

[4] [劉注] 墟謂穿坑。此皆其常率。

訓読：墟は穿ちし坑を謂う。此れ皆其の常率⁽⁶⁾なり。

訳：墟は土を掘った穴のことをいう。これらは皆な決められた比率である。

注：(6)「常率」とは、規格化した比例定数である。

[5] [劉注] 今有術也。

訓読：今有術なり⁽⁷⁾。

注：(7)今有術に関しては、21)の注(19)(20)参照。

訳：(この計算法は)今有術である。

[6] 臣淳風等謹按、此術竝今有之義也。重張穿地積一萬尺、爲所有數。堅率三、壤率五、各爲所求率。墟率四爲所有率。而今有之即得。

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此の術並びに今有の意なり。重ねて穿地積一萬尺を張り⁽⁸⁾、所有数と為す。堅率三、壤率五を各々所求率と為す。墟率四を所有率と為す。而して之を今有すれば即ち得。

注：(8)「重張」は、堅土、壤土のそれぞれを算出するために、2箇所に布算すること。「張」を「(算木を)置く」という意味に用いるのは、敦煌出土算書に用例がある。例えば、P2667の『算書』營造部第七の問1に「今有塹、廣八尺、下無廣、深八尺、長七百卅五尺。問千尺爲一方、凡得幾何方。曰、廿三方、不盡五百廿尺。術曰、先張長七百卅〔五〕尺、深次。廣八尺半之得四尺、以四尺乘之、得二千九百卅尺。深八尺乘之、得二萬三千五百廿。以一千尺於下除之、即得」。

訳：臣淳風等が謹んで按じますに、この術もまた今有術の義である。堅土、壤土をそれぞれ算出するために、2箇所に穿地の容積10000立方尺を布算する。それを所有数とし、堅土の比率3、柔土の比率5をそれぞれ所求率とし、墟率4を所有率とする。そして、今有術の公式に当てはめると、答えが得られる。

城、垣、隄、溝、壟、渠、皆同術。

術曰、并上下廣而半之^[7]、以高若深乘之、又以袤乘之、即積尺^[8]。

訓読：城、垣、隄、溝、壟、渠⁽⁹⁾、皆術を同じくす。

術に曰く、上下の広を併せて之を半にし、高若くは深を以て之に乘じ、又袤を以て之に乘ずれば、即ち積尺なり。

注：(9) 城、垣、隄は地上に築いた城壁、土塀、堤防であり、溝、壟、渠は地面を掘って作る水溝、塹壕、水渠(用水路、運河)である。それぞれの規模には大小、長短の違いがあるが、いずれの形状も台形柱である。ただし、前3者は上広よりも下広が高く、後3者はその逆である。なお、張家山漢簡『算数書』には、台形柱の求積問題は扱われていないが、近年に発見された岳麓書院藏秦簡『数』には正四角錐台の体積計算が存在する(27)及び33)の一七九～一九〇簡参照)。

訳：城(城壁)、垣(土塀)、隄(堤防)、溝(水溝)、壟(塹壕)、渠(運河)は、どれも同じ術を用いる。

術にいう、上下の広を加え合わせて半分にし、高さもしくは深さを掛け、さらに袤を掛ければ、すなわち立方尺を単位とする体積になる。

[7][劉注]損廣補狹。

訓読：広きを損して狭きを補う⁽¹⁰⁾。

注：(10) 立体の断面である台形において、上広と下広の平均値を導き、長方形に変換する。

方田章の圭田、邪田の面積公式における劉徽注を参照のこと(17)、26-30頁)。

訳：(台形の)広い部分を減らして、狭い部分を補うのである。

[8][劉注]^[一]按此術「并上下廣而半之」者、以盈補虛、得中平之廣。「以高若深乘之」^[二]、得一頭之立冪。「又以袤乘之」者、得立實之積。故爲積尺。

校訂：[一]この劉徽注は、李淳風注であるかもしれない。なぜならば、術文の「并上下廣而半之」に対して、前注ですでに「損廣補狹」と注解しており、これと重複しているからである。

[二]南宋本では、「以高若深乘之」の後に、「堅率三、壤率五、各爲所求率、墟率四、爲所有率、而今有之」の二十二字があるが、戴震が指摘するように、これは前条の李淳風注が紛れ込んだと思われるので、衍文として削除した。

訓読：按ずるに、此の術、「上下の広を併せて之を半にす」とは、盈を以て虚を補い、中平の広を得るなり。「高若くは深を以て之に乗ず」とは、一頭の立冪⁽¹¹⁾を得るなり。「又袤を以て之に乗ず」とは、立実の積を得。故に積尺と為す。

注：(11)「一頭の立冪」は立体の一端に立つ面の「冪」、すなわち上下広と高、あるいは深からなる台形の面積のこと。すぐ後に見える「立實」はそれに袤を掛けて得られる立体の体積を指す。

訳：按ずるに、この術に「上下の広を合わせて半分にする」とあるのは、余った部分で足りない部分を補い、二辺を平均した広の長さを求めるのである。「高さもしくは深さを掛ける」とは、立体の一端の立つ面の面積(断面積)を求めるのである。「さらに袤を掛ける」とは、立実(立体の体積)を求めたものである。だから「積尺」としている。

[二]今有城、下廣四丈、上廣二丈、高五丈、袤一百二十六丈五尺。問積幾何。答曰、一百八十九萬七千五百尺。

訓読：今、城有り、下広四丈、上広二丈、高五丈、袤一百二十六丈五尺。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、一百八十九萬七千五百尺⁽¹²⁾。

注：(12)ここでの計算は次の通りである。

$$\text{城の体積} = \frac{\text{下広}40\text{尺} + \text{上広}20\text{尺}}{2} \times \text{高さ}50\text{尺} \times \text{袤}1265\text{尺} = 1897500\text{立方尺}$$

訳：今、城壁があり、下広4丈、上広2丈、高さ5丈、袤126丈5尺である。問う、体積は如何ほどであるか。答えにいう、1897500立方尺である。

[三]今有垣、下廣三尺、上廣二尺、高一丈二尺、袤二十二丈五尺八寸。問積幾何。答曰、六千七百七十四尺。

訓読：今、垣有り、下広三尺、上広二尺、高一丈二尺、袤二十二丈五尺八寸。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、六千七百七十四尺⁽¹³⁾。

注：(13)ここでの計算は次の通りである。なお、体積計算で単位を変換するのは計算が煩雑となるので、ここでは袤225尺8寸を分数 $225\frac{4}{5}$ 尺として計算している。以下の設問において、辺の長さに「寸」の単位がある場合は、同様である。

$$\text{垣の体積} = \frac{\text{下広3尺} + \text{上広2尺}}{2} \times \text{高さ12尺} \times \text{袤} 225 \frac{4}{5} \text{尺} = 6774 \text{立方尺}$$

訳：今、土塀があり、下広3尺、上広2尺、高さ1丈2尺、袤22丈5尺8寸である。問う、体積は如何ほどであるか。答えにいう、6774立方尺である。

[四]今有隄、下廣二丈、上廣八尺、高四尺、袤一十二丈七尺。問積幾何。答曰、七千一百一十二尺。

冬程人功、四百四十四尺。問用徒幾何。答曰、一十六人一百一十一分人之二。

術曰、以積尺爲實。程功尺數爲法。實如法而一、即用徒人數。

訓読：今、隄有り、下広二丈、上広八尺、高四尺、袤一十二丈七尺。問う、積は幾何ぞ。

答えに曰う、七千一百一十二尺。

冬程の人功⁽¹⁴⁾は四百四十四尺なり。問う、用徒は幾何ぞ。答えに曰う、一十六人一百一十一分人の二。

術に曰く、積尺を以て実と為す。程功の尺数を法と為す。実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり⁽¹⁵⁾。

注：(14)「人功」とは、労働規程に定められた1日1人当たりの仕事量である。商功章では、四季によって区別があり、春766尺、夏871尺、秋300尺、冬444尺となっている。『居延新簡』に「……四百尺、人功百五十六尺」(E.P.T57:73)、「……人功百五十六尺」(E.P.T58:36)とある。また、睡虎地秦簡の秦律、工人程に「隸臣、下吏、城旦、與工從事者、冬作、爲矢程、賦之三日而當夏二日」とあり、冬季の仕事量は夏季の3分の2とするが、商功章では冬季が夏季の約2分の1になっている。

(15)この計算は次の通りである。なお、算出した必要人夫数は、延べ人数である。

$$\text{隄の体積} = \frac{\text{下広20尺} + \text{上広8尺}}{2} \times \text{高さ4尺} \times \text{袤} 127 \text{尺} = 7112 \text{立方尺}$$

$$\text{隄の体積} 7112 \text{立方尺} \div \text{冬程人功} 444 \text{立方尺} / \text{人} \cdot \text{日} = \text{必要人夫数} 16 \frac{2}{111} \text{人} \cdot \text{日}$$

訳：今、堤防があり、下広2丈、上広8尺、高さ4尺、袤12丈7尺である。問う、体積は如何ほどであるか。答えにいう、7112立方尺。

冬季の労働規程における1日1人当たりの仕事量は、444立方尺である。問う、(その堤防造営の)必要人夫数は何人か。答えにいう、 $16 \frac{2}{111}$ 人である。

術にいう、(隄の)体積の立方尺数を実とする。冬の労働規程における仕事量の立方

尺数を法とする。実を法で割ると、必要人夫数が得られる。

[五]今有溝、上廣一丈五尺、下廣一丈、深五尺、袤七丈。問積幾何。答曰、四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺、并出土功五分之(四)〔一〕_[-]、定功六百一十二尺五分尺之四。問用徒幾何。答曰、七人三千六十四分人之四百二十七。

術曰、置本人功、去其五分之一_[9]、餘爲法。以溝積尺爲實。實如法而一、得用徒人數_[10]。

校訂：〔一〕南宋本は「四」に作るが、李潢の校勘に従い、「一」に改める。

訓読：今、溝有り、上広一丈五尺、下広一丈、深五尺、袤七丈。問う、積は幾何ぞ。答に曰う、四千三百七十五尺。

春程の人功は七百六十六尺、出土の功五分の一を并せば、定功⁽¹⁶⁾六百一十二尺五分尺の四なり。問う、用徒は幾何ぞ。答に曰う、七人三千六十四分人の四百二十七。術に曰う、本の人功を置き、其の五分の一を去り、余を法と為す。溝の積尺を以て実と為す。実、法の如くして一とすれば、用徒の人数を得⁽¹⁷⁾。

注：(16) 造営の作業工程において、季節ごとの規定労働量以外に、[五]では土の掘り出し作業、[六]ではさらに砂利・水石の作業を勘案した労働を想定する。したがって、労働規程の「人功」からそれらの仕事量を差し引いて、立体の建設に実質的な仕事量を算定する必要がある。それが「定功」である。[五]、[六]では、設題に「定功」の数値を掲げているが、術文では「人功」から「定功」を計算によって導いている。(17) ここの計算は次の通りである。なお、「出土の功」(掘り出した土の運搬作業の仕事量)は全体の5分の1であり、「春程人功」からそれを除いた5分の4を「定功」とする。

$$\begin{aligned} \text{溝の容積} &= \frac{\text{上広}15\text{尺} + \text{下広}10\text{尺}}{2} \times \text{深さ}5\text{尺} \times \text{袤}70\text{尺} = 4375\text{立方尺} \\ \text{春程人功} &= 766\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日} \times \left(1 - \text{出土功}\frac{1}{5}\right) = 612\frac{4}{5}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日} \\ \text{溝の容積} &= 4375\text{立方尺} \div 612\frac{4}{5}\text{立方尺}/\text{人} = \text{必要人夫数}7\frac{427}{3064}\text{人} \cdot \text{日} \end{aligned}$$

訳：今、水溝があり、上広1丈5尺、下広1丈、深さ5尺、袤7丈である。問う、容積は如何ほどになるか。答にいう、4375立方尺である。

春季の労働規程における1日1人当たりの仕事量は766立方尺、土の掘り出し作業の仕事量 $\frac{1}{5}$ を併せて、実質的な仕事量(定功)は $612\frac{4}{5}$ 立方尺である。問う、必要人夫数は何人か。答に曰う、 $7\frac{427}{3064}$ 人である。

術にいう、もとの(労働規程の)仕事量を置き、(土を掘り出す仕事量である) $\frac{1}{5}$ を差し引き、余りを法とする。溝の容積の立方尺数を実とする。実を法で割ると、必要人夫数が得られる。

[9][劉注]「去其五分之一」者、謂以四乘、五除也。

訓読：「其の五分之一を去る」とは、四を以て乗じ、五もて除するを謂うなり。

訳：「その五分之一を引く」とは、4を掛け、5で割ることをいう。

[10][劉注]_[一]按、此術、「(本置) [置本]_[二]人功、去其五分之一」者、謂以四乘之、五而一、除去出土之功。取其定功、乃通分内子、以爲法。以分母乘溝積尺爲實者、法裏有分、實裏通之。故實如法而一、即用徒人數。此以一人之積尺、除其衆尺。故用徒人數_[三]。不盡者、等數約之、而命分也。

校訂：[一]ここの注も前条の劉徽注と重複しているので、李淳風注であるかもしれない。

[二]南宋本では「本置」に作るが、[五]の本文では「置本」に作るので、これに改める。

[三]李潢は「故用徒人數」の「故」は「得」の誤字であるとする。あるいは「故」下に「得」「爲」を補っても通じるので元のままとする。

訓読：按ずるに、此の術、「本の人功を置き、其の五分之一を去る」とは、四を以て之に乘じ、五にして一とし、出土の功を除去するを謂う。其の定功を取れば、乃ち分を通じて子に内(納)れ、以て法と為す。分母を以て溝の積尺に乗じて実と為すは、法の裏^{うち}に分有りて、実の裏に之を通ずればなり。故に実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり。此れ一人の積尺を以て、其の衆尺を除す。故に用徒の人数なり。尽きざる者は、等数もて之を約して、分に命ずる也。

訳：按じますに、この術に「もとの仕事量を置き、その五分之一を引く」とあるのは、4を掛け、5で割り、土の掘り出しの仕事量を除去することを言う。定功(実質的な仕事量)を用いる場合には、すなわち整数部分を通分して分子に入れて、法とする。その分数の分母を溝の容積の立方尺数に掛けて実とするのは、法のなかに分数があるので、実のなかに通じさせるのである。そこで、実を法で割ると、すなわち必要人夫数が得られる。これは(規程の仕事量である)1人当たりの容積で、総容積を割ったものである。それ故必要人夫数が得られる。割り切れない場合には、等数で約分して分数とする。

[六]今有壘、上廣一丈六尺三寸、下廣一丈、深六尺三寸、袤一十三丈二尺一寸。問積幾何。答曰、一萬九百四十三尺八寸^[11]。

夏程人功、八百七十一尺、并出土功五分之一、沙礫水石之功作太半、定功二百三十二尺一十五分尺之四。問用徒幾何。答曰、四十七人三千四百八十四分人之四百九。

術曰、置本人功、去其出土功五分之一、又去沙礫水石之功太半、餘爲法。以壘積尺爲實。實如法而一、即用徒人數^[12]。

訓読：今、壘有り、上広一丈六尺三寸、下広一丈、深六尺三寸、袤一十三丈二尺一寸。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、一万九百四十三尺八寸。

夏程の人功は八百七十一尺、出土の功五分の一を併せ、沙礫・水石の功を太半と^な作せば、定功は二百三十二尺一十五分尺の四なり。問う、用徒は幾何ぞ。答えに曰う、四十七人三千四百八十四分人の四百九。

術に曰く、本の人功を置き、其の出土の功五分の一を去り、沙礫・水石の功太半を去り⁽¹⁸⁾、余を法と為す。壘の積尺を以て実と為し、実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり⁽¹⁹⁾。

注：(18)「出土の功」は、前問と同じく、掘り出した土の運搬作業の仕事量。また、砂礫や石塊があれば、その掘り出しは困難となるので、労働量を規定の $\frac{1}{3}$ で済ませた。その割り引き分 $\frac{2}{3}$ が「砂礫・水石の功」である。

(19) ここの計算は次の通りである。

$$\text{壘の容積} = \frac{\text{上広}16\frac{3}{10}\text{尺} + \text{下広}10\text{尺}}{2} \times \text{深さ}6\frac{3}{10}\text{尺} \times \text{袤}132\frac{1}{10}\text{尺}$$

$$= 10943\text{立方尺} \frac{1649}{2000}\text{寸} = 10943.8245\text{立方尺} \approx 10943.8\text{立方尺}$$

$$\text{夏程人功} 871\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日} \times \left(1 - \text{出土之功}\frac{1}{5}\right) = \frac{3484}{5}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日}$$

$$\frac{3484}{5} \times \left(1 - \text{砂礫水石之功}\frac{2}{3}\right) = \frac{3484}{5} \times \frac{1}{3} = 232\frac{4}{15}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日}$$

$$\text{壘の容積} 10943.8\text{立方尺} \div 232\frac{4}{15}\text{立方尺}/\text{人} \cdot \text{日} = \text{必要人夫数} 47\frac{409}{3484}\text{人} \cdot \text{日}。$$

本題では、人数は分数値で記すが、次の[七]と同様に切り上げて整数値で答えるならば、その答えは「四十八人、功内少二百五尺」となる。さらに容積も切り上げずに分数のまま用いれば、「四十八人、功内少二百四尺九寸二百分寸之百五十一」となる。

訳：今、壘壕があり、上広1丈6尺3寸、下広1丈、深さ6尺3寸、袤13丈2尺1寸である。問う、容積は如何ほどであるか。答えにいう、10943立方尺8寸である。

夏季の労働規程の1日1人当たりの仕事量は871立方尺、土の掘り出し作業の仕事量 $\frac{1}{5}$ を併せて、砂礫や水石の仕事量を $\frac{2}{3}$ として(取り除くので)、実質的な仕事量(定功)は $232\frac{4}{15}$ 立方尺である。問う、必要人夫数は何人か。答えにいう、 $47\frac{409}{3484}$ 人(・日)である。

術にいう、元の(労働規程の)仕事量を置き、土を掘り出す仕事量である5分の1を差し引き、また砂礫や水石の仕事量である3分の2を差し引き、余った数を法とする。壘の容積の立方尺数を実とし、実を法で割ると、必要人夫数になる。

[11][劉注]「八寸」者、謂穿地方尺、深八寸。此積、餘有方尺中_[-]二分四釐五毫。棄_[-]之、貴欲從易、非其常定也。

校訂：[-]南宋本は「方寸中」に作るが、聚珍版、四庫本に従って「方尺中」に改める。

[-]原文は「乘」に作るが、聚珍版、四庫本に従って「棄」に改める。

訓読：「八寸」とは、地を穿つに、方尺の深八寸を謂う。此の積、余に方尺中に二分四釐五毫有り⁽²⁰⁾。之を棄つるは、易きに從わんと欲するを貴ぶ。其の常定⁽²¹⁾にあらざる也。

注：(20) 公式によって算出した容積の値は、10943立方尺 $8\frac{49}{200}$ 寸、あるいは10943.8245立方尺であるので、答えは「一萬九百四十三尺八寸二百寸分の四十九」あるいは「一萬九百四十三尺八寸二分四釐五毫」とすべきである。ところが、本文では、「八寸」まで求めて、「二分四釐五毫」の端数部分は切り捨てる。ここに用いる「寸」の単位は、「立方寸」ではなく、立方尺の $\frac{1}{10}$ であり、0.1立方尺=100立方寸に相当する。「寸」以下の単位は、一辺の長さが1尺の立方体の計量柙で計った場合の深さ(あるいは高さ)として理解しているのである。そこで劉徽は、「八寸」は一尺四方の穴の深さが8寸となる容積であると説明する。なお、南宋本は「方寸中」に作るが、「方寸」が $\frac{1}{10}$ 立方尺を表す単位表記であるならば、そのままでも意味は通じる。

(21) 「常定」は「常法」、いつも用いることのできる方法の意。

訳：(答えの容積の)「八寸」とは、1尺四方の地を掘って、深さが8寸となる容積を言ったものである。答えの容積には、1尺四方の中に(深さ8寸に加えて)2分4釐5毫の端数がある。今その端数を切り捨てているのは、簡略に従おうとするのを重んじたからであるが、常法とすべきやり方ではない。

[12][劉注]_[-]按、此術、「置本人功、去其出土功五分之一」者、謂以四乘、五除。「又去砂礫水石作太半」者、一乘三除、存其少半。取其定功、乃通分内子、以爲法。以分母乘積尺爲實者、爲法裏有分、實裏通之。故實如法而一、即用徒人數。不盡者、等數約之而命分也。

校訂：〔一〕〔劉注〕〔8〕〔10〕と同様に李淳風注であるかもしれない。

訓読：按ずるに、此の術、「本の人功を置き、其の出土の功五分の一を去る⁽²²⁾」とは、四を以て乗じ、五もて除するを謂う。「又た沙礫、水石の(功を)太半と作すを去る」とは、一もて乗じ三もて除し、其の少半を存するなり。其の定功を取れば、乃ち分を通じて子に内(納)れ、以て法と為す。分母を以て積尺に乗じて実と為すは、法の裏に分有りて、実の裏に之を通ずるが為なり。故に実、法の如くして一とすれば、即ち用徒の人数なり。尽きざる者は等数もて之を約して分に命ずる也。

注：(22)「去る」は原文には無い。

訳：按じますに、この術に「元の仕事量を置き、土を掘り出す仕事量として5分の1を差し引く」とあるのは、4を掛けて、5で割ることである。「また砂礫・水石の敷設作業の仕事量として3分の2を差し引く」とは、1を掛けて3で割り、その3分の1を残すことである。定功を用いる場合には、整数部分を通分して分子に入れ、法とする。(その分数の)分母を塹の体積の立方尺数に掛けて実とするのは、法のなかに分数があるので、実のなかに通じさせるのである。そこで、実を法で割れば、必要人夫数が得られる。割り切れない場合には、等数で約分して分数とする。

〔七〕今有穿渠、上廣一丈八尺、下廣三尺六寸、深一丈八尺、袤五萬一千八百二十四尺。問積幾何。答曰、一千七萬四千五百八十五尺六寸。

秋程人功三百尺。問、用徒幾何。答曰、三萬三千五百八十二人。功内少一十四尺四寸。

一千人先到。問、當受袤幾何。答曰、一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八。

術曰、以一人功尺數乘先到人數爲實^[13]。并渠上下廣而半之、以深乘之爲法。實如法得袤尺^[14]。

訓読：今、渠を穿つ有り、上広一丈八尺、下広三尺六寸、深一丈八尺、袤五万一千八百二十四尺。問う、積は幾何ぞ。答えに曰う、一千七万四千五百八十五尺六寸。

秋程の人功は三百尺。問う、徒を用いること幾何ぞ。答えに曰う、三万三千五百八十二人。功の内、一十四尺四寸少なし⁽²³⁾。

一千人先に到る。問う、当に袤を受くべきこと幾何ぞ。答えに曰う、一百五十四丈三尺二寸八十一分寸の八。

術に曰く、一人の功の尺数を以て、先に到る人数に乗じて実と為す。渠の上下の広を并せて之を半にし、深を以て之に乗じて法と為す。実、法の如くして、袤の尺を

得⁽²⁴⁾。

注：(23) ここの計算は次の通りである。

$$\text{渠の容積} = \frac{\text{上広}18\text{尺} + \text{下広}3\frac{3}{5}\text{尺}}{2} \times \text{深さ}18\text{尺} \times \text{袤}51824\text{尺} = 10074585.6\text{立方尺}$$

$$\text{渠の容積}10074585.6\text{立方尺} \div \text{秋程人功}300\text{立方尺/人} \cdot \text{日}$$

$$= 33581\frac{119}{125}\text{人} \cdot \text{日} \div \text{用徒}33582\text{人} \cdot \text{日}$$

術文に従って算出した人夫数は $33581\frac{119}{125}$ 人であり、整数解にならない。そこで、答えには端数を切り上げた33582人を採用している。そのため、人夫に課された総仕事量(「人功」)では、渠の造営に必要な仕事量に対して、切り上げた人数($\frac{6}{125}$ 人)の分だけ余ることになる。すなわち、1日1人当たり300立方尺の仕事量(秋程人功)を課すので、必要な人夫33582人の総仕事量は、10074600立方尺(=33582×300)である。それに対して、実際の仕事量は10074585.6立方尺なのであって、14.4立方尺だけ少ない。「功内少一十四尺四寸」というのは、そのことを補足的に説明したものである。なお、他の算題では、整数値ではなく、分数値のままの人数を解に採用している。

(24) 1000人が先に到着した場合に、彼らが分担すべき渠の長さ(袤)を算出する設問である。計算は次の通りである。

$$1000\text{人の仕事量} = \text{秋程人功}300\text{立方尺/人} \times 1000\text{人} = 300000\text{立方尺}$$

$$\text{渠の断面積} = \frac{\text{上広}18\text{尺} + \text{下広}3\frac{3}{5}\text{尺}}{2} \times \text{深さ}18\text{尺} = \frac{972}{5}\text{平方尺}$$

$$\text{袤の長さ} = 300000\text{立方尺} \div \frac{972}{5}\text{平方尺}$$

$$= 1543\frac{17}{81}\text{尺} = 154\text{丈}3\text{尺}2\frac{8}{81}\text{寸}$$

訳：今、地を掘って水渠を作ろうとする。その大きさは、上広1丈8尺、下広3尺6寸、深さ1丈8尺、袤51824尺である。問う、容積は如何ほどであるか。答えにいう、10074585立方尺6「寸」である(「寸」は $\frac{1}{10}$ 立方尺)。

秋季の労働規程における1日1人当たりの仕事量は300立方尺である、問う、必要な人夫数は何人か。答えにいう、33582人(・日)である。(その人数でなされる総仕事量のうち、実際の仕事量は)14立方尺4「寸」だけ少ない。

1000人が先に到着した。問う、彼らが受け持つべき袤の長さはどれだけか。答えにいう、154丈3尺2 $\frac{8}{81}$ 寸である。術にいう、1人当たりの仕事量を、先に到着した人数に掛けて実とする。上広と下広を加え合わせて半分にし、深さを掛けて法とする。実を法で割ると、袤の尺数が得られる。

[13] [劉注] 以一千人一日功爲實 [-]。

校読：[-] 南宋本、大典本は、この下文に「立實爲功」四字があるが、戴震の校勘に従い、衍文として削除する。

訓読：一千人の一日の功を以て実と為す。

訳：今、1000人の1日当たりの仕事量を実とする。

[14] [劉注] 以渠廣深之立實爲法。

訓読：渠の広深の立実⁽²⁵⁾を以て法と為す。

注：(25) 戴震は原文を「立冪」に改めるが、それは「立冪」は立体の一面の断面積、「立實」は立体の体積であると区別して考えているからである(劉注 [8] 参照)。南宋本の「廣深之立實」のままならば、厚さを単位長で与えた直方体の体積を想定していることになる。それを法として総体積を割ると、単位長の個数を導き出したことになる。それが袤の長さを意味する。今日のように体積を3辺の積として理解するならば、戴震の指摘する通り「立冪」に改めたほうがいい。しかし、単位長の立方体の個数として把握していたのであれば、「立實」のままでもかまわない。

訳：渠の(上下の)広と深さからなる(台形の)面積を法とする。

参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校証』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導読』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)
- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)

- 14) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』－中国最古の数学書－』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編7号(2009年10月)
- 23) 銭宝琮校点『九章算術』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7) 人文・社会科学編8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8) 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書一『数』と『算術』」 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9) 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10) 人文・社会科学編11号(2011年2月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(11) 人文・社会科学編12号(2011年6月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(12) 人文・社会科学編13号(2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)