『九章算術』訳注稿（2）

大　川　俊　隆

中国古算書研究会
大川　俊隆、小寺　裕、角谷　常子、田村　三郎
田村　誠、馬場　理惠子、張替　俊夫、矢崎　武人、吉村　昌之

Translation and Annotation of "The Nine Chapters on the Mathematical Art (九章算術)" Vol. 2

OHKAWA Toshitaka

Abstract

"The Nine Chapters on the Mathematical Art" was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of the "Suan-shu shu." The aim of our research is to provide a complete translation and annotation including annotations of Liu-Hui（劉徽）and Li Chunfeng（李淳風）from the viewpoint of our previous work on the "Suan-shu shu."

This is the second article based on our research and results in which we studied problems 10 to 30 in Chapter 1, Fangtian（方田）.

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

本論文では、方田章の算題（10）～（30）に対する訳注を与える。

［一〇］今有九分之八、減其五分之一。問餘幾何。荅曰、四十五分之三十一。

［一一］又有四分之三、減其三分之一。問餘幾何。荅曰、十二分之五。

減分[12]術曰、母互乘子、以少減多、餘爲實。母相乘爲法。實如法而一[13]。

平成20年２月29日　原稿受理
大阪産業大学　教養部

訓読：[一〇]今、九分之八有り、其の五分の一を減ず。問う、余りは幾何ぞ。答えに曰う、四十五分の三十一。

[一一]又、四分の三有り、其の三分の一を減ず。問う、余りは幾何ぞ。答えに曰う、十二分の五。

減分術に曰う、母は互いに子に乗じ、少なきを以て多きより減じ、余りを実と為す。母相乗じて法と為す。実、法の如くして一とす。

訳：[一〇]今、$\frac{8}{9}$があり、そのうちから$\frac{1}{5}$を引く。問う、残りはいかほどか。答えにいう、$\frac{31}{45}$。

[一一] また、$\frac{3}{4}$があり、そのうちから$\frac{1}{3}$を引く。問う、残りはいかほどか。答えにいう、$\frac{5}{12}$。

減分術にいう、分母はもう一方の分数の分子に掛け、少ない方を多い方から引き、余りを実とする。分母同士互いに掛け合って法とする。実を法で割る。

[12] **臣淳風等謹按、諸分子・母數各不同、以少減多、欲知餘幾、減餘爲實、故曰減分。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、諸そ分の子・母の数各々同じからず、少なきを以て多きより減じ、余りの幾くかを知らんと欲し、減ぜし余りを実と為す。故に減分と曰う。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、凡そ分子や分母の数が各々異なっているので、少ない方を多い方から引いて、その残りがどれほどかを知ろうとするに、引いた残りを実とする。故に減分というのである。

[13] [劉注] 母互乘子者、以齊其子也。以少減多者、齊故可相減也。母相乘爲法者、同其母。母同子齊、故如母而一、即得。

訓読：「母互いに子に乗ず」とは、以てその子を「斉」する也。「少なきを以て多きより減ず」とは、「斉」せらるるが故に相減ずべき也。「母相乗じて法と為す」とは、其の母を「同」す。母「同」せられ、子「斉」せらる、故に母の如くして一とすれば、即ち得。

訳：「母互いに子に乗ず」とは、それによって分子を「斉」にし整数化するのである。「少なきを以て多きより減ず」とは、(２つの) 分子が「斉」にせられたが故に (一方より他方から) 引けるようになったのである。「母相乗じて法と為す」とは、その分母を「同」にし整数化する。分母が「同」にせられ、分子が「斉」にせられたので、(引いた結果出る残りを実とし、「同」にせられた) 分母で割って、答えが得られるのである。

［一二］今有八分之五、二十五分之十六。問孰多。多幾何。荅曰、二十五分之十六多。多二百分之三。
［一三］又有九分之八、七分之六。問孰多。多幾何。荅曰、九分之八多。多六十三分之二。
［一四］又有二十一分之八、五十分之十七。問孰多。多幾何。荅曰、二十一分之八多。多一千五十分之四十三。

課分[14]術曰、母互乘子、以少減多、餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。即相多也[15]。

訓読：［一二］今、八分の五、二十五分の十六有り。問う、孰れか多き。多きこと幾何ぞ。答えに曰う、二十五分の十六、多し。多きこと二百分の三。

［一三］又、九分の八、七分の六有り。問う、孰れか多き。多きこと幾何ぞ。答えに曰う、九分の八、多し。多きこと六十三分の二。

［一四］又、二十一分の八、五十分の十七有り。問う、孰れか多き。多きこと幾何ぞ。答えに曰う、二十一分の八、多し。多きこと一千五十分の四十三。

課分(38)術に曰う、母互いに子に乗じ、少なきを以て多きより減じ、余りを実と為す。母相乗じて法と為す。実、法の如くして一とす。即ち相多き也。

注：(38)『秦律十八種』13「以四月・七月・正月膚田牛。卒歳、以正月大課之」。

「課」は検定の義であったが、そこから引伸して、ここは「比べる」の義。「課分」とは、分数同士を比べる意。

訳：［一二］今、$\frac{5}{8}$と$\frac{16}{25}$がある。問う、どちらが多いか。いかほど多いか。答えにいう、$\frac{16}{25}$が多い。$\frac{3}{200}$多い。

［一三］また、$\frac{8}{9}$と$\frac{6}{7}$がある。問う、どちらが多いか。いかほど多いか。答えにいう、$\frac{8}{9}$が多い。$\frac{2}{63}$多い。

［一四］また、$\frac{8}{21}$と$\frac{17}{50}$がある。問う、どちらが多いか。いかほど多いか。答えにいう、$\frac{8}{21}$が多い。$\frac{43}{1050}$多い。

課分術にいう、分母を互いに分子に掛けて、少ない方を多い方から引き、その余り

を実とする。分母は互いに掛けて法とする。実を法で割る。それが多い数である。

[14] **臣淳風等謹按、分各異名、理不齊一。校其相多之數、故日課分也。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、分は各々名を異にし、理斉一たらず。その相多きの数を校す(39)、故に課分と曰う也。

注：(39)「校」は「挍」や「較」に同じ。「くらべる」の義。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、分数は各々見かけが異っているので、理（即ち分母）はそろっていない。数値が互いに多い数を比べるので、(「分を課べる」という意で)「課分」という。

[15] **臣淳風等謹按、此術母互乘子、以少分減多分、按、此術多與減分義同。唯相多之數、意與減分有異。減分者、求其餘數有幾。課分者、以其餘數相多也。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、此の術の「母互いに子に乗じ、少なき分を以て多き分より減ず」とは、按ずるに、此の術多く「減分（術）」と義同じ。唯だ「相多き」の数は、意、減分と異なる有るのみ。「減分」なる者は、其の余数幾く有るかを求む。「課分」なる者は、其の余数相多きを以てする也。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、この術の「分母を互いに分子に掛けて、少ない方を多い方から引く」というのは、思うにこの術は多くが減分術と意味が同じである。ただ「相多き」の数の意味が「減分術」と異なっているだけである。「減分」とは、その残りがどれほどあるのかを求めるのだが、「課分」とは、その残りがどれだけ多いのかということを以って主旨とする。

[一五] 今有三分之一、三分之二、四分之三。問減多益少、各幾何而平。荅曰、減四分之三者二、三分之二者一、并以益三分之一、而各平於十二分之七。

[一六] 又有二分之一、三分之二、四分之三。問減多益少、各幾何而平。荅曰、減三分之二者一、四分之三者四、并以益二分之一、而各平於三十六分之二十三。

平分 [16] 術曰、母互乘子 [17]、副并爲平實 [18]、母相乘爲法 [19]。以列數乘未并者、各自爲列實。亦以列數乘法 [20] [21]。以平實減列實、餘、約之爲所減。并所減以益於少、以法命平實、各得其平。

訓読：［一五］今、三分の一、三分の二、四分の三有り。問う、多きより減じ少なきを益すに、各々幾何にして平たるや。答えに曰う、四分の三は減ずること（十二分の）二、三分の二は（減ずること十二分の）一、并せて以て三分の一に益し、而して各々十二分の七に平たり。

［一六］又、二分の一、三分の二、四分の三有り。問う、多きより減じ少なきを益すに、各々幾何にして平たるや。答えに曰う、三分の二は減ずること（三十六分の）一、四分の三は（減ずること三十六分の）四、并せて以て二分の一に益し、而して各々三十六分の二十三に平たり。

平分術[40]に曰う、母は互いに子に乗じて、副（べつ）に并せて平実[41]と為し、母相乗じて法と為す。列数を以て未だ并せざる者に乗じて、各自を列実[42]と為す。亦列数を以て法に乗ず。平実を以て列実より減じ、余りは之を約し減ずる所と為す。減ずる所を并せて以て少なきに益し、法を以て平実に命ずれば、各々其の平を得。

注：(40) 複数の分数の平均を求める算術。

(41)「平実」は、複数の分数の平均値を出す時の実。

(42)「列実」は、分母を他の分数の分子に掛けてでてくる各々の整数において、これら各々に「列数」、即ち分数の個数を掛けると出てくる数。分数の個数を掛けるのは、「平実」との大小を判断するため。

訳：［一五］今、$\frac{1}{3}$、$\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$がある。問う、多い者は減らし、少ない者は増やして、各々どれほどを増減すると平均となるか。答えにいう、$\frac{3}{4}$からは$\frac{2}{12}$を減らし、$\frac{2}{3}$からは$\frac{1}{12}$を減らし、この減らした$\frac{2}{12}$と$\frac{1}{12}$を併せて$\frac{1}{3}$に加えると、$\frac{7}{12}$とこの3分数の平均になる。

［一六］また、$\frac{1}{2}$、$\frac{2}{3}$、$\frac{3}{4}$がある。多い者は減らし、少ない者は増やして、各々どれほどを増減すると平均となるか。答えにいう、$\frac{2}{3}$からは$\frac{1}{36}$を減らし、$\frac{3}{4}$からは$\frac{4}{36}$を減らし、この減らした$\frac{1}{36}$と$\frac{4}{36}$を併せて$\frac{1}{2}$に加えると、$\frac{23}{36}$とこの3分数の平均になる。

平分術にいう、各々の分母を他の分数の分子に（すべて）掛けて、別に置いて併せて「平実」とする。分母同士は互いに掛けて「法」とする。「列数」（分数の個数）を、まだ併せる前の数に掛けて、それぞれを「列実」とする。また、「列数」を法にも掛けておく。「平実」を（「平実」の値より大きい）列実から引いた残りを法で割って約したものを「差し引く数」とする。「差し引く数」を併せて少ないものに加える。「法」を分母とし、「平実」を分子とする分数にすると、それで3分数の平均値が得られる。

［16］**臣淳風等謹按、平分者、諸分参差。欲令齊等、減彼之多、増此之少。故曰平分也。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、「平分」なる者は、諸そ分参差（しんし）たり。斉等たらしめんと欲すれば、彼の多きを減じ、此の少なきを増さしむ。故に「平分」と曰う。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、「平分」というのは、一般に分数はバラバラなものである。これらを等しくしようとするならば、多いところから減らし、少ないところを増やすのである。故に（「分を平らにする」という意で）「平分」という。

［17］［劉注］齊其子也。

訓読：其の子を斉す。

訳：複数の分子を「斉」にしているのである。

［18］**臣淳風等謹按、母互乘子、副幷爲平實者、定此平實立限、衆子所當損益者、限爲平。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、「母は互いに子に乗じて、副に并せて平実と為す」とは、此の平実を定めて限を立て[43]、衆子の当に損益すべき所、限を平と為す。

注：(43)　2）郭書春では、「立限」を「主限」に作るが、「限」は基準のことであり、よって「立限」がよい。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、「母は互いに子に乗じて、副に并せて平実と為す」とはこの平実を定めて基準とし、複数の分子の増減すべきものは、この基準を平均値とする。

［19］［劉注］母相乘爲法者、亦齊其子、又同其母。

訓読：「母相乗じて法と為す」とは、亦其の子を斉すれば、又その母を同す。

訳：「母相乗じて法と為す」とは、既にそれらの分子を「斉」にしているので、今度は、それらの分母を「同」にするのである。

［20］［劉注］此當副置列數除平實、若然則重有分。故反以列數乘同齊。

訓読：此れ当に副に列数を置きて平実を除すべきも、若し然らば則ち重ねて分有り。故に反って列数を以て「同」「斉」に乗ず。

訳：本来なら別に列数（分数の個数）を置いてそれで平実を割るべきなのだが、そのようにすれば、分数の中に分数ができてしまう。よって、逆に列数を「同」にせられた分母と「斉」にせられた分子に掛けるのである。

［21］**臣淳風等謹又按、問云、所平之分多少不定、或三或二、列位無常。平三者置位三重、**

平二者置位二重。凡此之例、一準平分不可豫定多少。故直云列數而已。

訓読：臣淳風等謹みて又按ずるに、問に云う(44)、平する所の分の多少は定まらず、或いは三、或いは二、列位常無し(45)。三を平する者は位を三重に置き、二を平する者は位を二重に置く。凡そ此の例は、一に平分は多少を予定すべからざるに準(のっ)とる。故に直だ列数と云うのみ。

注：(44)「問に云う」とは、以下の文が問いになっていて、「三を平する者は位を三重に置き」以下の文がそれに対する答えになっているのである。因って、「三を平する者は」の前に「答云」が省略されている。

(45) ここで、李淳風は、算木計算を念頭において注を加えている。「列位」とは、列数を置く位のこと。平分する分数が3個の場合は、列数は3個となり、それを置く列位も3層となる。「位」は列数の数を表す。

訳：臣淳風等謹みてまた按じますに、問いにいう、平分しようとする分数の個数は定まっていない。ある場合は3個で、ある場合は2個で、列数の数も一定していない。（答えにいう）、分数3個を平分する時は、列数の数も3層に置き、分数2個を平分する時は、列数の数も2層に置く。そもそも此の例は、平分の対象の個数を予め決めることが出来ないということにすべてかかっている。だから、ここでは、具体的な個数を云わず、ただ「列数」とだけ云っているのである。

［一七］今有七人、分八錢、三分錢之一。問人得幾何。荅曰、人得一錢、二十一分錢之四。

［一八］又有三人、三分人之一、分六錢、三分錢之一、四分錢之三。問人得幾何。荅曰、人得二錢、八分錢之一。

經分[22]術曰、以人數爲法。錢數爲實。實如法而一。有分者通之[23]。重有分者同而通之[24]。

訓読：［一七］今、七人有りて、八銭、三分銭の一を分く。問う、人ごとに幾何を得ん。答えに曰う、人ごとに一銭、二十一分銭の四を得。

［一八］又、三人、三分人之の分一有りて、六銭、三分銭の一、四分銭の三を分く。問う、人ごとに幾何を得ん。答えに曰う、人ごとに二銭八分銭の一を得。

経分(46)術に曰う、人数を以て法と為す。銭数を実と為す。実、法の如くして一とす。分有る者は之を通ず(47)。重ねて分有る者は同して之を通ず。

注：(46)「経分」は『算数書』では「径分」に作る。この「径」の意は近道で、「径分」は「近道の分け方」「早分け法」という程度の意味である。ここでは、「経分」とされ、分け方の一般的な計算法が示されている。

(47)「通ず」とは、通分すること。

訳：[一七] 今、7人がいて、8銭、$\frac{1}{3}$銭を分ける。問う、人ごとに幾何を得ることになるか。答えにいう、人ごとに$1\frac{4}{21}$銭を得る。

[一八] 又、3人と$\frac{1}{3}$人がいて、6銭、$\frac{1}{3}$銭と$\frac{3}{4}$銭を分ける。問う、人ごとに幾何を得ることになるか。答えにいう、人ごとに$2\frac{1}{8}$銭を得る。

経分術にいう、人数を法とする。銭数を実とする。実を法で割る。分数がある場合は、それを通分する。更に分数が有る場合は分母を「同」にして通分する。

[22] **臣淳風等謹按、經分者、自合分已下、皆與諸分相齊、此乃直求一人之分。以人數分所分、故曰經分也。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、経分とは、「合分」より已下(48)、皆諸々の分とともに相斉する(49)も、此れ乃ち直ちに一人の分を求む。人数を以て分くる所を分く、故に経分と曰う。

注：(48)「「合分」より已下」とは、[七] [八] [九] の「合分術」より、「減分術」「課分術」「平分術」まで、この「経分術」直前までの4術を云う。

(49)「与」は、「たいして」の義。この句の意は、「皆、諸々の分子に対して「斉」にすることをおこなうが」ということ。以下に、「これに対して、経分術は異なる」という意が省略されているのであろう。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、「経分」というのは、「合分の術」より以下の諸術は皆、様々な分子に対して「斉」にする計算を行うが、(「経分」はこれらと異なり)、直ちに一人分を求めるのである。人数で以って、分けるべき物を分ける、故に「経分」という。

[23] [劉注] **母互乘子者齊其子、母相乘者同其母。以母通之者、分母乘全内子。乘散全則爲積分。積分則與分子相通之[一]、故可令相從。凡數相與者謂之率。率者、自相與通。有分則可散、分重疊則約也。等除法實、相與率也。故散分者、必令兩分母相乘法實也。**

校訂：[一]「與分子相通之」について、2)郭書春では、「分」はあってもよいとするが、劉注では、分子をいう場合、すべて「子」としているので、「分」は衍字とすべきで

あろう。また、「之」について、2)郭書春では、「焉」と訓むべきとしているが、素直に衍字としておく。

訓読：母互いに子に乗ずるは其の子を斉す。母相乗ずるは其の母を同す。母を以て之を通ずる者は、分母を全に乗じて子に内（納）る[(50)]。乗じて全を散ずれば[(51)]則ち分に積むと為す[(52)]。分に積めば、則ち子と相通ず。故に相従えしむべし。凡そ数の相与にする者、之を「率」と謂う[(53)]。率なる者は、自ずから相通ず。分有れば則ち散ずべく、分重畳すれば則ち約する也[(54)]。等（数）もて法・実を除せば、相与率也[(55)]。故に分を散ずるは、必ず両分母をして法・実に相乗ぜしむ[(56)]。

注：(50)「母を以て之を通ずる者」は本文の「有分者通之」を受けて云う。「分母を全に乗じて子に内(納)る」とは、帯分数の整数部分に分母を掛けて、分子に加えること。以下の「乗じて全を散ずれば…」は、その過程を論理的に説明している。

(51)「乗じて全を散ずれば」とは、例えば、$3\frac{2}{5}$の場合、全の3を$\frac{3}{1}$という分数とみなし、さらに分母の5を上下に掛けて、$\frac{3\times5}{1\times5}=\frac{15}{5}$とすると、分数が「粗」から「細」に移っており、よって「散」ずることになる。「粗」と「細」については、本章の注（30）（31）（32）参照。

(52) そこで、この$\frac{15}{5}$の15が「分に積」んだものとなる。全をこのように処理して初めて$\frac{2}{5}$の分子と相通じあえる数となり、加えることができるのである。

(53) 2つ以上の数で、組み合わせて用いるものを「率」とよんでいる。2つ以上の数とは、整数だけでなく、分数でもいえる。

(54) 今、［一八］の問題を例として以下の文意を考えてみる。実と法は各々、$(6+\frac{1}{3}+\frac{3}{4})$と$(3+\frac{1}{3})$である。この2つの数は率を有している。これは、$\frac{85}{12}$と$\frac{10}{3}$となり、さらに$\frac{255}{36}$と$\frac{120}{36}$ともなる。この過程が「散ず」、即ち、分数が「粗」から「細」になることである。ここで、分母が重なりあっている（即ち、分母が同じになっている）ので、簡約すると、255と120となる。この2つの数の「等」（最大公約数）は15であるので、これで約分すれば、17と8となる。

(55)「相与率」という場合は、2つの数の組み合わせをいう。上の計算では、17と8の組が相与率である。

(56) この文意は、上の計算中の、$\frac{85}{12}$と$\frac{10}{3}$について、$\frac{85\times3}{12\times3}$と$\frac{10\times12}{3\times12}$と互いの分母を相手の分母・分子に掛けることをいう。これによって、2つの分数は、「散ぜ」られるこ

ととなり、分母を共通にすることができる。

訳：分母を互いに他の分子に掛けるのは、分子を「斉」にするのであり、分母同士を掛けるのは、分母を「同」にするのである。分母をもって分数を通分するとは、分母を全（分数の整数部分）に掛けてそれを分子に加えるのである。（分母を）整数部分に掛けて散ずる（通分して分母の同じ分数にする）ことを「分に積む」という。「分に積む」と、それは分子と通じるようになる。よって、「分に積」んだものを分子に加えさせることができるのである。

凡そ、（２つ以上の）数で互いに組み合わせて用いるものを「率」と云う。「率」というものは、値を変えないで通分することができる。（「率」の中に）分数があれば、散ずることができるし、分母が重なれば、それを簡約することができる。２数（人数と銭数）を法と実とすると、「等」（最大公約数）で法や実を割れば、２数の「相与率」となる。故に分数を散ずる時は、２つの分母をして互いに法・実の（分子・分母）に掛けさせるのである。

[24] [劉注] 又以法分母乗實、實分母乗法、此謂法實倶有分。故令分母各乗全内子、又令分母互乗上下。

訓読：又、法の分母を以て実に乗ず、実の分母は法に乗ず、此れを法・実倶に分有りと謂う。故に分母をして各々全に乗じて子に内（納）らしむ。又、分母をして互いに上下に乗ぜしむ。

訳：法の分母を実の分子に掛け、実の分母を法の分子にかける、此れを法・実ともに分数があると云う。ゆえに、それぞれの分母を整数部分に掛け分子に納れておく。また、分母を互いに実と法に掛けてもよい

［一九］今有田廣七分歩之四、從五分歩之三。問爲田幾何。荅曰、三十五分歩之十二。

［二〇］又有田廣九分歩之七、從十一分歩之九。問爲田幾何。荅曰、十一分歩之七。

［二一］又有田廣五分歩之四、從九分歩之五。問爲田幾何。荅曰、九分歩之四。

乗分 [25] 術曰、母相乗爲法。子相乗爲實。實如法而一 [26]。

訓読：［一九］今、田有り、広七分歩の四、従（縦）五分歩の三。問う、田を為すこと幾何ぞ。

答えに曰う、三十五分歩の十二。

［二〇］又、田有り、広九分歩の七、従(縦)十一分歩の九。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、十一分歩の七。

［二一］又、田有り、広五分歩の四、従(縦)九分の之五。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、九分歩の四。

乗分術 (57) に曰う、母相乗じて法と為す。子相乗じて実と為す。実、法の如くして一とす。

注：(57) 李籍云「乗分者、欲知其所積、分母相乗為法、子相乗為積、故曰乗分。自合分已下、独乗言田、而皆列於方田者、欲学数者不可後也。故説算者、以謂為術者先治諸分、則数学之能事尽矣」。

訳：［一九］今、横$\frac{4}{7}$歩、縦$\frac{3}{5}$歩の田がある。問う、田の面積は如何ほどであるか。答えにいう、$\frac{12}{35}$平方歩。

［二〇］また、横$\frac{7}{9}$歩、縦$\frac{9}{11}$歩の田がある。問う、田の面積は如何ほどであるか。答えにいう、$\frac{7}{11}$平方歩。

［二一］また、横$\frac{4}{5}$歩、縦$\frac{5}{9}$歩の田がある。問う、田の面積は如何ほどであるか。答えにいう、$\frac{4}{9}$平方歩。

乗分術にいう、分母を互いに掛けて法とする。分子を互いに掛けて実とする。実を法で割る。

[25] **臣淳風等謹按、乘分者、分母相乘爲法、子相乘爲實、故曰乘分。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、「乗分」なる者は、分母相乗じて法と為し、(分)子相乗じて実と為す。故に「乗分」と曰う。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、「乗分」というのは、分母を互いに乗じて法とし、分子を互いに乗じて実とするので、その故に「乗分」というのである。

[26] [劉注] 凡實不滿法者而有母子之名。若有分以乘其實而長之、則亦滿法乃爲全耳。又以子有所乘、故母當報除。報除者、實如法而一也。今子相乘則母各當報除、因令分母相乘而連除也。此田有廣從、難以廣諭。設有問者曰、馬二十匹、直金十二斤。今賣馬二十匹、三十五人分之、人得幾何。荅曰、三十五分斤之十二。其爲之也、當如經分術、

以十二斤金爲實、三十五人爲法。設更言馬五匹、直金三斤。今賣四匹、七人分之、人得幾何。荅曰、人得三十五分斤之十二。其爲之也、當齊其金人之數、皆合初問、入於經分矣。然則分子相乘爲實者、猶齊其金也。母相乘爲法者、猶齊其人也。同其母爲二十、馬無事於同、但欲求齊而已。又馬五匹、直金三斤、完全之率。分而言之、則爲一匹直金五分斤之三。七人賣四馬、一人賣七分馬之四。金與人交互相生、所從言之異、而計數則三術同歸也。

訓読：凡そ実の法に満たざる者にして母・子の名有り。若し分有りて以て其の実に乗じて之を長ずれば、則ち亦た法に満ちて乃ち全と為すのみ(58)。又、子に乗ずる所有るを以ての故に母もて当に報除せらるべし。「報除」(59)とは、実、法の如くして一とする也。今、子相乗ずれば、則ち母は各々当に報除せらるべし。因りて分母をして相乗じて連除せしむる也(60)。

此の田に広縦有り、広[縦]を以て諭え難し(61)。設し問う者有りて「馬二十匹、直(値)金十二斤。今、馬二十匹を売りて、三十五人之を分く。人ごとに幾何を得るや」と曰えば、答えに曰う、「三十五分斤の十二」。其の之を為す也、当に経分の術の如く、十二金を以て実と為し、三十五人を法と為す。設し更に「馬五匹、直（値）金三斤。今四匹を売り、七人之を分く。人ごとに幾何を得るや」と言えば、答えに曰う、「人ごとに三十五分斤の十二を得」。其の之を為す也、当に其の金・人の数を「斉」すれば(62)、皆初問に合し、径分に入るべし。然らば則ち「分子相乗じて実と為す」とは、猶お其の金を「斉」するがごとし。「母相乗じて法と為す」とは、猶お其の人を「斉」するがごとし。其の母を同じくして二十と為せば、馬は同じきに事無く、但だ「斉」を求めんと欲するのみ。又、馬五匹、直（値）金三斤は完全の率なり。分けて之を言えば、則ち一匹は直（値）金五分斤の三と為す。七人四馬を売れば、一人七分馬の四を売る(63)。金と人と交互に相生ずるは、従りて言う所之れ異なるも、数を計れば則ち三術(64) 同帰する也。

注：(58) 掛け算に分数がある時は、その分母を実（分子）に掛けてその数を大きくする。そうすると、実は法の整数倍となって、整数化される、ということ。

(59)「報」は「応報」ということ。「報除」とは、前に実に分母を乗じたのだから、今度はそれに対応して、同じ分母で割らなければならない、ということ。後出の「円田術」の劉注「此周與上觚同耳。周徑相乘各當一半、而今周徑兩全、故兩母相乘爲四、以報除之」を参照。

(60)「連除」とは、2数を掛け合わせた後出てくる数を除数として割り算をすること。後

出の「大広田術」の劉注に「故令分母相乘爲法、而連除之」と見えるほか、方田章「環田術」、商功章「円亭」、同「円錐」、均輸章28の劉注に見える。上の「報除」とともに、劉徽が特に用いた用語である。今、［一九］の問題を例とすると、$\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}$は、まず$(\frac{4}{7}\times 7)\times(\frac{3}{5}\times 5)=4\times 3=12$とし、この12を$5\times 7=35$で割る（これが「連除」である）と答え$\frac{12}{35}$が出るという計算である。

(61)「廣」のうしろに「従」が省略されているとみなす。前句に「廣従」という語があり、よって繰り返しを避けて省略されたのであろう。

(62)「馬５匹、金３斤」と「馬４匹、人７人」では比較が３項あって、金と人との比例式がすぐには得られない。そこで、前者には４を掛け、「馬20：金12」とし、後者には５を掛け、「馬20：人35」とすると、馬20が共通となり、金12と人35が得られる。これが、「其の金・人の数を「斉」するということ。

(63)「馬５匹、金３斤」と「馬４匹、人７人」を今度は分数で考えるのである。前者から馬１匹は$\frac{3}{5}$金斤。後者から人１人ごとに馬は$\frac{4}{7}$匹。よって、１人が得る金は、$\frac{3}{5}$に$\frac{4}{7}$を掛けてやればよい。

(64)「三術」とは、経分術（金12を人数35で割る）と比例斉同（馬20を共通項として、金12：人数35を導く方法）と乗分術（馬１匹の金斤数と１人当たりの馬数を考える事）である。

訳：凡そ実が法より小さいと、分母・分子の名称が出てくる。仮に分数があると、（その分母を）実に掛けて、それを大きくすれば、得られる数は法より大きくなり、整数が現れる。しかしまた、分子に掛けたのだから、分母で「報除」せられなければならない。「報除」とは、実を法で割ることである。今、分子に（分母を）掛けたのだから、その掛けた分母は各々「報除」せられなければならない。よって、分母をして互いに掛け合わせてから「連除」するのである。

この田の設問には横・縦があり、横・縦をもってしては比喩とし難い。（そこで次のような設問で比喩とする）。

仮に問う者がいていう、「馬20匹で値が金12斤である。今、馬20匹を売って35人でこれを分けると、人ごとに如何ほどを得るか」。答えにいう、「$\frac{12}{35}$斤」。その計算法は、まさに経分術のように、12斤を実とし、35人を法とする。仮に更にいう、「馬５匹で値が金３斤。今、４匹を売り、７人でこれを分けると、人ごとに如何ほどを得るか」。その計算法は、その金と人数を「斉」にすれば（即ち、馬５匹で金３斤なので、４を掛けて、馬20匹で金12斤とし、馬４匹で７人なので、５を掛けて馬20匹で35人とすれば）、馬・金・

人は皆初めの設問と同様になり、経分の問題となる。そうすると、「分子相乗じて実と為す」とは、その金を「斉」にするようなものである。「分母相乗じて法と為す」とは、その人を「斉」にするようなものである。その分母を同じく20とすると、馬数は同じということで答えには関わらなくなり、ただ「斉」を求めるがために必要であったのである。また、馬5匹と値金3斤は完全な率である。分数にしてこれを云うと、馬1匹で金$\frac{3}{5}$斤となる。7人で4馬を売ると、1人で$\frac{4}{7}$馬を売ることになる。金と人が交互に現れて、言うところの辞は異なってはいるが、計算は三術ともに同じ所に帰すのである。

［二二］今有田、廣三步三分步之一、從五步五分步之二。問爲田幾何。荅曰、十八步。
［二三］又有田、廣七步四分步之三、從十五步九分步之五。問爲田幾何。荅曰、一百二十步九分步之五。
［二四］又有田、廣十八步七分步之五、從二十三步十一分步之六。問爲田幾何。荅曰、一畝二百步十一分步之七。

大廣田[27]術曰、分母各乘其全、分子從之[28]、相乘爲實。分母相乘爲法[29]。實如法而一[30]。

訓読：［二二］今田有り、広三歩三分歩の一、従(縦)五歩五分歩の二。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、十八歩。

［二三］又田有り、広七歩四分歩の三、従(縦)十五歩九分歩の五。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、一百二十歩九分歩の五。

［二四］又田有り、広十八歩七分歩の五、従(縦)二十三歩十一分歩の六。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、一畝二百歩十一分歩の七。

大広田術に曰う、分母各々其の全に乗じ、分子は之に従(くわ)え(65)、相乗じて実と為す。分母相乗じて法と為す。実、法の如くして一とす。

注：(65) この「従」は、「従わせる」という義より引伸した「大きい数に小さい数を加える」の義である。『算数書』中にしばしば見える。

訳：［二二］今、横$3\frac{1}{3}$歩、縦$5\frac{2}{5}$歩の田がある。問う、田の面積は如何ほどであるか。答えにいう、18平方歩。

［二三］又、横$7\frac{3}{4}$歩、縦$15\frac{5}{9}$歩の田がある。問う、田の面積は如何ほどであるか。答えにいう、$120\frac{5}{9}$平方歩。

［二四］又、横$18\frac{5}{7}$歩、縦$23\frac{6}{11}$歩の田がある。問う、田の面積は如何ほどであるか。答えにいう、1畝$200\frac{7}{11}$平方歩。

大広田術にいう、分母を各々全に乗じて、分子はこれに加えてから、それらを掛け合わせて実とする。分母同士は互いに掛けて法とする。実を法で割る。

［27］**臣淳風等謹按、大廣田者、初術直有全步而無餘分、次術空有餘分而無全步、此術先見全步復有餘分、可以廣兼三術、故曰大廣。**

訓読：臣淳風等謹みて按ずるに、大広田なる者は、初術は直だ全歩有りて余の分無し。次術は空しく余の分有りて全歩無し。此の術は先に全歩を見て復た余の分有り。以て広く三術を兼ぬべし。故に「大広」と曰う(66)。

注：(66)李淳風の解釈では、「大廣」という名は、整数同士の掛け算と分数同士の掛け算、帯分数同士の掛け算の三種を兼ねているのでそう呼ぶとしているが、『算数書』の「大廣」題にあるのは、帯分数同士の掛け算のみである。これから見て、恐らく李淳風の解釈は誤りであろう。しかし、この「大廣」も、後出の「少廣」の意も今のところは不明である。

訳：臣淳風等謹みて按じますに、大広田というのは、最初の術は、ただ整数部分だけで、残りの分数がないもの。次は、ただ残りの分数だけで整数部分がないもの。この術は、先に整数部分があり又残りの分数もあるもの。広く三術を兼ねているので、「大広」と云うのである。

[28]［**劉注**］**分母各乘其全、分子從之者、通全步内分子。如此則母子皆爲實矣。**

訓読：「分母各々其の全に乗じ、分子は之に従(くわ)う」とは、全歩を通じて分子に内(納)る。此の如くすれば、則ち母子皆実と為る(67)。

注：(67) 帯分数の全$+\frac{分子}{分母}$で考えると、全を通分すると、$\frac{全\times分母+分子}{分母}$となる。こうなると、実は「全×分母＋分子」となり、実中に分母と分子を含んでいることになる。これが「母子皆実と為る」である。

訳：「分母各々其の全に乗じ、分子は之に従う」とは、帯分数の整数部分を分数に通じさせて分子に入れるのである。このようにすると、分母・分子いずれも実の中に入ることになる。

［29］［劉注］猶乗分也。

訓読：猶お乗分のごとき也。

訳：この計算は乗分術と同じである。

［30］［劉注］今爲術、廣從倶有分。當各自通其分。命母入者還須出之。故令分母相乘爲法、而連除之。

訓読：今術を為すに、広・従(縦)倶に分有り。当に各自其の分を通ずべし。母に命じて入らしめし者は、還お須らく之を出だすべし(68)。故に、分母をして相乗じて法と為さしめ、而して之を連除す。

注：(68)「入」とは、掛けるということ。「出」とは、割るということ。分母をして帯分数の整数部分に掛けたのだから、今度はそれを元に戻し、割る役割を果たさせるということ。次句の「分母をして相乗じて法と為さしめ、而して之を連除す」がその「出」に当たる。

訳：今計算を行うに、横・縦の歩数両方に分数があるので、横・縦各々その分数を通分しなければならない。分母に「入」らせたものは、須らくさらに「出」させなければならない。ゆえに、分母を相乗じて法とするのである。そこで、実を連除する（分母を掛け合わせた数で割る）。

［二五］今有圭田、廣十二步、正從二十一步。問爲田幾何。荅曰、一百二十六步。
［二六］又有圭田、廣五步二分步之一、從八步三分步之二。問爲田幾何。荅曰、二十三步六分步之五。

術曰、半廣以乘正從 [31]。

訓読：［二五］今、圭田(69)有り、広十二歩、正従(縦)(70)二十一歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、一百二十六歩。

［二六］又、圭田有り、廣五歩二分歩の一、従(縦)八歩三分歩の二。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、二十三歩六分歩の五。

術に曰う、広を半にし以て正従(縦)に乗ず。

注：(69) 三角形の田。李籍云「圭田者、其形上鋭、有如圭然。白虎通曰、圭者上鋭、象物皆生、見於上也」。

8）李継閔は、明代の『算法統宗』に「圭田」以外に「斜圭田」の名が見え、清代の『数学精詳』に「圭田」を二等辺三角形、「斜圭田」を不等辺三角形と注していることなどにより、「圭田」を二等辺三角形とするのは明清以降であり、それ以前は「圭田」は一般的三角形の意としているが、確証とはし難い。「圭田」は圭の形から推せば、当初は当然二等辺三角形を意味していたであろう。それがやがて一般的三角形をも意味するようになったと考えられる。

(70)「正從(縦)」は、三角形の高さ、即ち広と垂直方向をなす縦のこと。

訳：[二五] 今、圭田が有る。広12歩、正縦21歩である。問う、田は如何ほどであるか。
答えにいう、126平方歩。

[二六]今、圭田が有る。広$5\frac{1}{2}$歩、正縦$8\frac{2}{4}$歩である。問う、田は如何ほどであるか。
答えにいう、$23\frac{5}{6}$平方歩。

術にいう、広を半分にし、正縦を掛ける。

[31]［劉注］半廣者、以盈補虚爲直田也。亦可半正從以乘廣。按、半廣乘從、以取中平之數。故廣從相乘爲積步。畝法除之、即得也。

訓読：「広を半にす」とは、盈を以て虚を補いて直田と為す也(71)。亦た正從(縦)を半にし以て広に乗ずべし。按ずるに、広を半にし從(縦)に乗ずるは、以て中平の数(72)を取る。故に広・從(縦)相乗じて積歩と為す。畝法(73)もて之を除せば、即ち得る也。

注：(71)「直田」は長方形の田。横或いは縦の長さを半分にすることによって、三角形を長方形に直して計算する。(図1参照)。

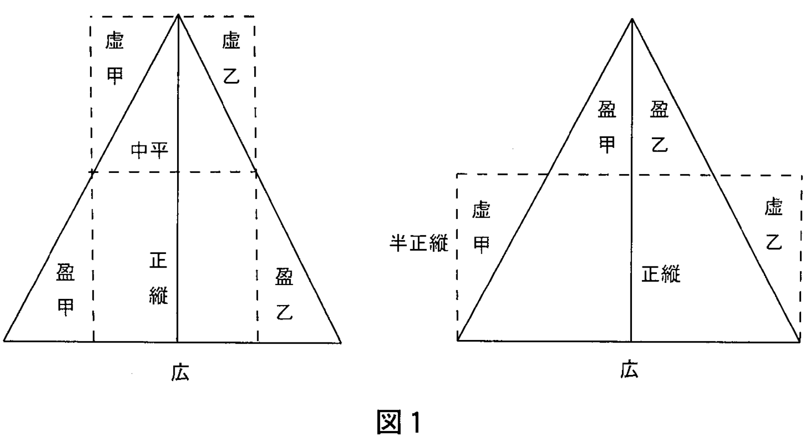

図1

(72)「広を半にし從(縦)に乗ずる」の「広を半にする」とは、広と頂点の平均の数値を取っているのである、因って、「中平の数」とはそのような広と頂点との平均の数値の

こと。

(73)「畝法」は240平方歩。注 (3) 参照。

訳:「広を半にす」とは、(三角形を横の長さを半分にした長方形を想定すると)、三角形の盈の部分が長方形の虚の部分の面積を補う形になり、三角形は長方形と同面積となる。また、正縦の長さを半分にしてもいい。按ずるに、「広を半分にして縦を掛ける」のは、「中平」の数値をとっているのである。ゆえに、広と縦を掛けているので、その数値は(面積を表す) 積歩となる。畝法 (240歩) で割ると、畝数が得られる。

［二七］今有邪田、一頭廣三十步、一頭廣四十二步、正從六十四步。問爲田幾何。荅曰、九畝一百四十四步。

［二八］又有邪田、正廣六十五步、一畔從一百步、一畔從七十二步。問爲田幾何。荅曰、二十三畝七十步。

術曰、幷兩邪而半之、以乘正從若廣。又可半正從若廣、以乘幷、畝法而一 [32]。

訓読:［二七］今、邪田[74] 有り、一頭広[75] 三十歩、一頭広四十二歩、正従(縦)六十四歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、九畝一百四十四歩。

［二八］又、邪田有り、正広[76]六十五歩、一畔[77]従(縦)一百歩、一畔従(縦)七十二歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、二十三畝七十歩。

術に曰う、両邪[78] を并せて之を半にし、以て正従 (縦) 若しくは [正] 広に乗ず。又、正従(縦)若しくは[正]広を半にし、以て并せし[79] に乗じ、畝法にして一とす。

注:(74)「邪田」は2角が直角の台形 (以下「直角台形」と呼ぶ)。直角台形の四辺のうち一辺が斜め(「邪」)であることからこのように呼ばれる。

(75) 直角台形の底辺と上辺を各々「一頭広」と呼ぶ。上下に分ける時、「上頭広」「下頭広」と呼ぶこともある。これらの辺と直角になる辺 (高さ) を「正従(縦)」と呼ぶ。(図2参照)。

(76) 直角台形の「正従(縦)」が底辺に置かれている時、元々の「正従(縦)」にあたる辺を「正広」と呼ぶ。

(77) 直角台形の「正従(縦)」が底辺に置かれている時、元々の「頭」を「畔」と呼ぶ。また、その左右で「西畔」「東畔」とも呼び分けることもある。(図2参照)。

(78)「幷兩邪」は、1)李継閔は「幷兩廣若袤」に作る。これは原文に対し、「廣若」の2

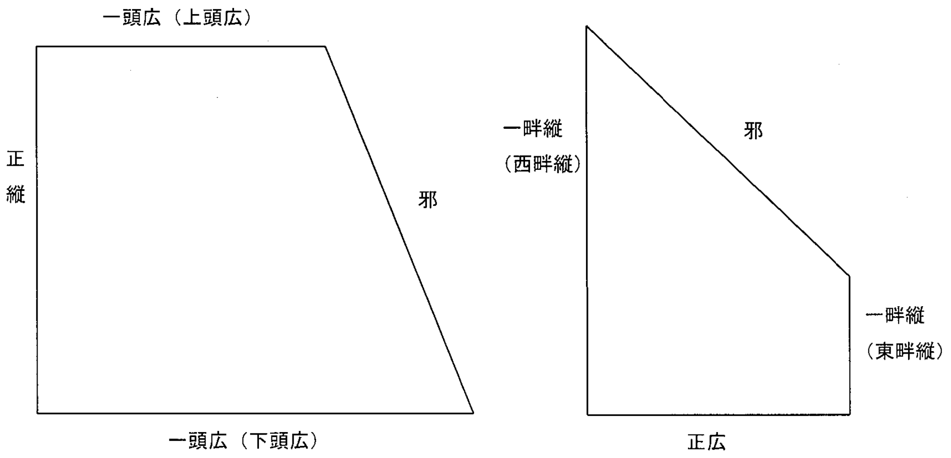

図２

字を加え、さらに「邪」の字を「衺」に変えるものである。郭書春は「邪田の「両頭広」や「両畔従」は「邪」の両端に位置しているので、「両邪」と称する。これは古漢語修辞中の実字の活用である」（２)郭書春、下、頁784)とし、原文を是とする。今、これに従う。

(79)「幷せし」とは、直角台形が［二七］のように置かれている場合は、両頭（上頭と下

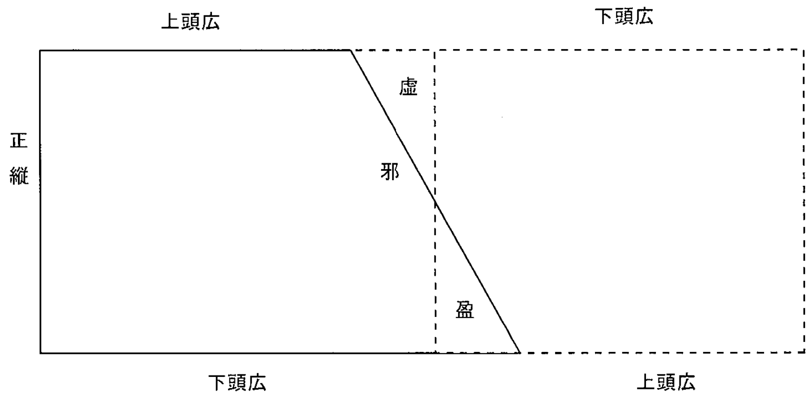

図３Ａ

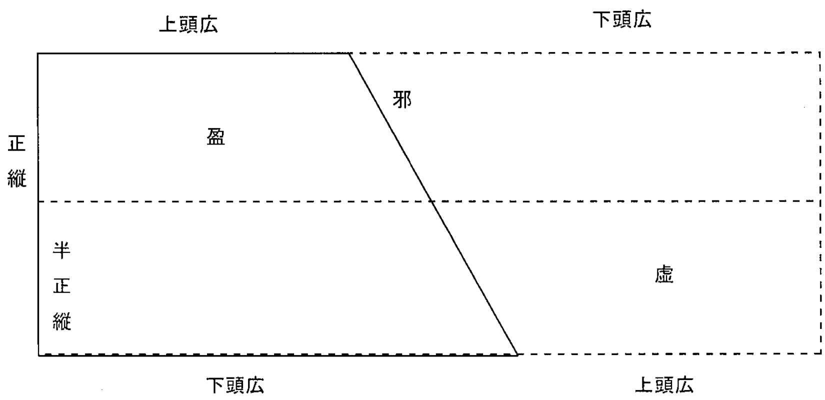

図３Ｂ

頭）を併せた長さ。[二八] のように置かれた場合は、両畔（西畔と東畔）を併せた長さである。

訳：[二七] 今、邪田が有る。一頭広30歩、一頭広42歩、正縦64歩である。問う、田は如何ほどとなるか。答えにいう、9畝144平方歩。

[二八] 又、邪田が有る。正広65歩、一畔縦100歩、一畔縦72歩である。問う、田は如何ほどとなるか。答えにいう、23畝70平方歩。

術にいう、両頭（上頭と下頭）或いは両畔（西畔と東畔）を併せて之を半分にし、更に「正縦」若しくは「正広」に掛ける（図3A参照)。又、「正縦」若しくは「正広」を半分にし、更に両広或いは両袤を併せたものに掛け、畝法で割る（図3B参照)。

[32] [劉注] 幷而半之者、以盈補虚也。

訓読：「并せて之を半にす」とは、盈を以て虚を補う也[80]。

注：(80) 上辺と下辺の和の半分を一辺とし、高さが同じ長方形を想定すると、丁度台形の盈が長方形の虚に当たる。

訳：「并せて之を半にす」とは、(直角台形の上辺と下辺の和の半分を一辺とし、高さが同じ長方形を想定すると)、台形の盈が長方形の虚を補う形となる。

[二九]今有箕田、舌廣二十歩、踵廣五歩、正從三十歩。問爲田幾何。荅曰、一畝一百三十五歩。

[三〇] 又有箕田、舌廣一百一十七歩、踵廣五十歩、正從一百三十五歩。問爲田幾何。荅曰、四十六畝二百三十二歩半。

術曰、幷踵舌而半之、以乘正從。畝法而一 [33]。

訓読：[二九] 今箕田[81] 有り、舌広[82] 二十歩、踵広[83] 五歩、正従(縦)三十歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、一畝一百三十五歩。

[三〇] 又、箕田有り、舌広一百一十七歩、踵広五十歩、正従(縦)一百三十五歩。問う、田を為すこと幾何ぞ。答えに曰う、四十六畝二百三十二歩半。

術に曰う、踵・舌を并せて之を半にし、以て正従(縦)を乗ず。畝法にして一とす。

注：(81)「箕」は、み。搗いた穀物を揚げて籾殻をとる笊。

李籍云「箕田者、有舌有踵、其形哆侈、有如箕然。詩曰、哆兮侈兮、成是南箕」。

『詩経』は、小雅「巷伯」。

ここでは、「箕」は等脚台形を云う。（図４参照）。

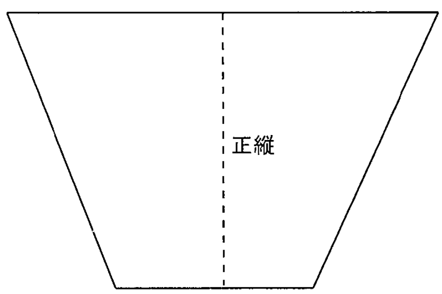

図４

(82)「舌」は、箕口の開いた部分。「舌広」は、ここでは、等脚台形の長い方の底辺を指す。

(83)「踵」は、箕底のやや狭まった部分。「踵広」は、ここでは、等脚台形の短い方の上辺を指す。

訳：［二九］今箕田が有る。舌広20歩、踵広５歩、正縦30歩である。問う、田は如何ほどとなるか。答えにいう、１畝135平方歩。

［三〇］又、箕田が有る。舌広117歩、踵広50歩、正縦135歩である。問う、田は如何ほどとなるか。答えにいう、46畝232平方歩半。

術にいう、踵・舌を併せて之を半分にし、更に正縦を掛ける。畝法で割る。

[33]［劉注］中分箕田則爲兩邪田。故其術相似。又可幷踵舌、半正從以乘之。

訓読：箕田を中分すれば則ち両「邪田」と為る。故にその術相似たり。又、踵・舌を并せて、正従(縦)を半にし以て之に乗ずべし。

訳：箕田を真ん中で分けると二つの「邪田」になる。ゆえに（箕田と邪田の）両術は似ている。また、その踵広と舌広を併せて、正縦を半分にしてこれに掛けてもよい。

参考文献

１）李継閔『《九章算術》校証』（1993年９月）

２）郭書春『匯校九章算術』（2004年８月）

３）郭書春・劉鈍『算経十書』（1998年12月、遼寧教育出版社）、（2001年４月、九章出版社）

４）川原秀城「劉徽註九章算術」（『中国天文学・数学集』所収、1980年11月）

5）白尚恕『《九章算術》注釈』（1983年12月）

6）沈康身『九章算術導読』（1997年2月）

7）李継閔『《九章算術》及其劉徽注研究』（1992年8月）

8）李継閔『《九章算術》導読与訳注』（1998年9月）

9）李籍『九章算術音義』（叢書集成初編本『九章算術』所収）

10）「九章算術補註」（李儼『中算史論叢』（三）、1935年12月）

11）楊輝『詳解九章算法』（百部叢書集成本）

12）李潢『九章算術細草図説』（嘉慶庚辰版本）

13）清水達雄『九章算術』1～15（「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号）

14）張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』―中国最古の数学書―』（朋友書店、2006年10月）

15）Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C.『The Nine Chapters on the Mathematical Art : Companion and Commentary』（Oxford Univ Pr, 1999）

16）大川俊隆『九章算術』訳注稿（1） 大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号（2008年2月）