

二光束干渉計によるファブリー・ペローフリンジを 利用した光学定数測定

綱脇恵章、山本幸男、草場光博、浅川 誠*

Optical Constant Measurement of Infrared Materials by Analyzing Fabry-Perot Fringes in Fourier Spectroscopy

Yoshiaki TSUNAWAKI, Yukio YAMAMOTO, Mitsuhiro KUSABA
and Makoto ASAKAWA*

Abstract

A Fourier spectrometer is usually used for the measurement of optical properties of various kind of infrared materials because of its brightness and high resolution. In this note a method is explained, by referring the literatures, for analyzing Fabry-Perot fringes in Fourier spectroscopy to determine optical constants of infrared materials

平成15年12月2日 原稿受理

大阪産業大学工学部電気電子工学科

* 大阪大学大学院自由電子レーザー研究施設

1. はじめに

赤外領域は、短波長の光領域からの研究と長波長の電波領域からの研究とが融合した興味ある領域で、最近ではTHz光としても注目され始めている。しかし、この領域での研究の歴史は古いものの、その基本となる光学材料の特性データの蓄積はまだ不十分である。赤外の幅広い領域での物質の屈折率や吸収係数の光学定数を知りたい場合、市販の分光器を用いて透過率や反射率を測定し、理論式あるいは解析値との比較をしながらそれら値を求めるのが多くなされている方法である。

赤外線領域の分光器としては、その明るさや分解能の高さから、二光束干渉計として代表的なマイケルソン型が最もよく用いられている。基本的にはこの分光器は、得られたデータをフーリエ変換してスペクトルを求めるものであり、市販分光器を用いるとき、装置について全く何も知らなくても、ボタン一つで操作でほしいデータを得ることができるようになっている。

しかし真に必要とするデータをS/Nよく信頼性高く求めたいとき、その原理を十分に理解し、分光器には備わっていない機能を自身で作り出して測定する必要がある。

二光束干渉計についての解説書や論文は多く存在しそれほどめずらしくは無いが、具体的に物質の光学定数の測定と装置の特性とを直接的に結び付けて分かり易く解説したものは極めて少ない。本稿ではそのことを踏まえた上で、二光束干渉計の原理およびその特徴を生かして物質の光学定数を求める一方法について解説する。

2. 二光束干渉計

その基本的光学系はFig. 1に示すとおりである。光源Sから出た光はビームスプリッター(BS)で二光束に分けられ、それぞれの鏡(M1,M2)で反射して再びビームスプリッターを介して合成されて検出器(D)に達する。

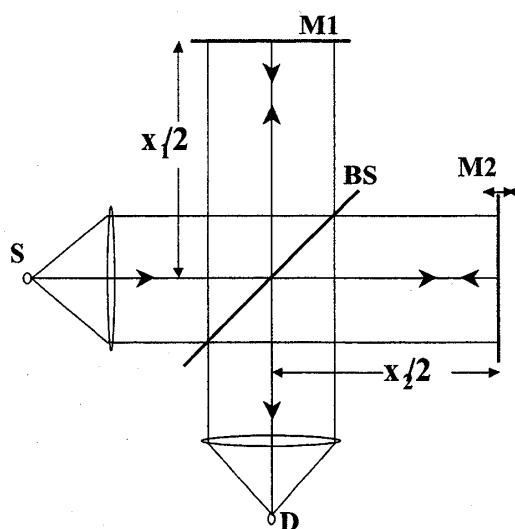


Fig.1 Optical system of interferometer

M1とM2のBSからの距離 $x_1/2$ 、 $x_2/2$ が同じであれば、全ての波長の光に対して二つの光束は強め合うが、片方の鏡(M2)を可動にして平行移動させると二光束の間に光路差 $x = x_1 - x_2$ ができ、 $x = m\lambda$ (但し、 m : 整数、

λ : 波長) のとき光は強め合い、 $x = (m + 1/2)\lambda$ のときは打ち消し合うことになる。従って、M2の移動と共に干渉計の検出器からの出力は光源のスペクトルに応じて、Fig. 2に示すように変化する。この x を変化させた干渉

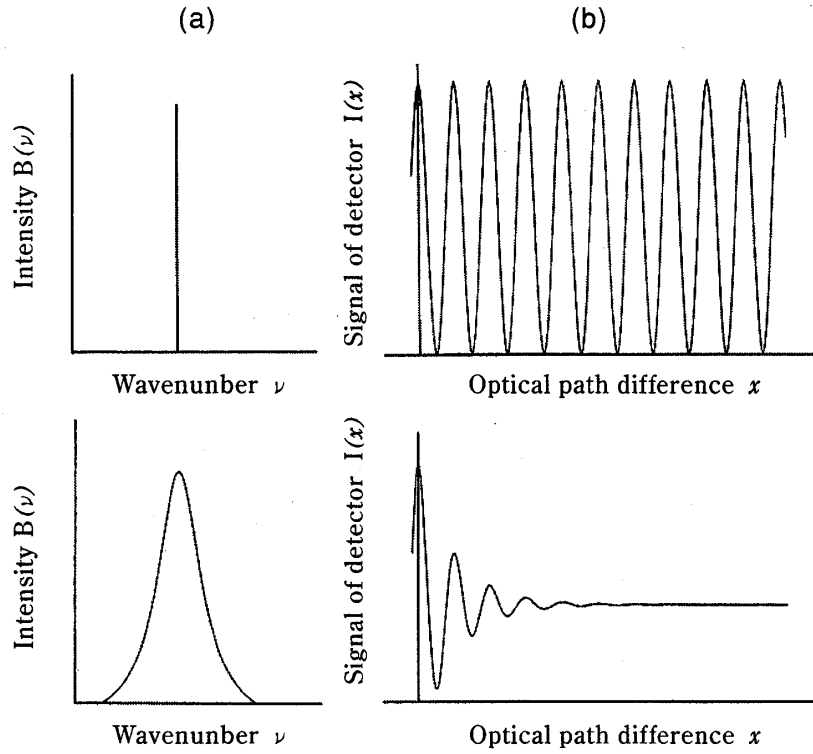


Fig.2 Relation between the spectrum of source and the interferogram.

計出力波形をインターフェログラムと呼び、これをフーリエ変換するとスペクトルが得られる。以下にこの分光法について定量的に考える。

鏡M1,M2の反射率は1と仮定すると、光が鏡で反射するときはその位相は π だけ変化するので、鏡の振幅反射率は $\exp(j\pi)$ である。またBSの振幅反射率と振幅透過率を、それぞれ $r_0 \exp(j\phi_r)$ 、 $t_0 \exp(j\phi_t)$ とすると、検出器へ入射する光の振幅 E は位相シフトしたそれぞれの光束の振幅の和となり、

$$E = E_0 r_0 t_0 e^{j(\phi_r + \phi_t)} \{ e^{-j(kx_1 - \pi)} + e^{-j(kx_2 - \pi)} \} \quad (1)$$

である。但し E_0 は光束分割前の光の振幅、 $k = 2\pi/\lambda$ である。従って検出器への光の入射強度 $I(x)$ は E とその共役複素数 E^* の積となり、

$$\begin{aligned} I(x) &= 2E_0^2 r_0^2 t_0^2 \{ 1 + \cos k(x_1 - x_2) \} \\ &= 2B_s RT(1 + \cos kx) = 2B_s RT(1 + \cos 2\pi \nu x) \end{aligned} \quad (2)$$

である。但し、 $B_s = E_0 E_0^*$ 、 $R = r_0^2$ 、 $T = t_0^2$ であり、それぞれ光源の輝度分布、ビームスプリッターのエネルギー反射率と透過率で、また $\nu = \frac{1}{\lambda}$ である。ここに新たに $B(\nu) = 2B_s RT$ とおくと、光源が単色ではなくあるスペクトル分布をもっておれば式(2)は積分の形で表され

$$\begin{aligned} I(x) &= \int_0^\infty B(\nu) (1 + \cos 2\pi \nu x) d\nu \\ &= \frac{1}{2} I(0) + \int_0^\infty B(\nu) \cos 2\pi \nu x d\nu \end{aligned} \quad (3)$$

となる。ここに $I(0)$ は光路差 $x=0$ のときの光強度である。即ち第1項の直流成分と第2項の交流成分から成っており、スペクトルを知るには第2項のみが必要なので、この成分を改めて $I(x)$ とおき、またスペクトルを負の波数領域にも拡張して $B(\nu) = B(-\nu)$ として考えるならば、

$$I(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B(\nu)}{2} \cos 2\pi \nu x d\nu \quad (4)$$

となる。式(4)は $I(x)$ は $B(\nu)/2$ のフーリエ余弦変換になっていることを表しており、逆に $I(x)$ をフーリエ余弦変換すれば $B(\nu)/2$ が得られることを意味している。即ち、

$$\begin{aligned} B(\nu) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \cos 2\pi x \nu dx \\ &= 4 \int_0^{\infty} I(x) \cos 2\pi x \nu dx \end{aligned} \quad (5)$$

である。ここにインターフェログラム $I(x)$ が求められれば、それをフーリエ余弦変換してスペクトル $B(\nu)$ が求められる。しかし実際には鏡M2の動かせる距離は有限であるため、即ち光路差を無限大にまでとることができず、有限の光路長 L で打ち切ることになる。即ち得られるインターフェログラム $I_L(x)$ は式(6)に示す方形関数

$$\begin{aligned} A(x) &= 1 : x \leq L \\ &= 0 : x > L \end{aligned} \quad (6)$$

と $I(x)$ との積

$$I_L(x) = I(x) A(x) \quad (7)$$

となり、 $I_L(x)$ をフーリエ余弦変換して得られるスペクトルを $B_L(\nu)$ とすると

$$I_L(x) A(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{B_L(\nu)}{2} \cos 2\pi x \nu d\nu \quad (8)$$

である。式(8)はコンボリューションの定理にしたがって

$$B_L(\nu) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} B(\nu') a(\nu - \nu') d\nu' \quad (9)$$

となる。但し $a(\nu)$ は $A(x)$ のフーリエ余弦変換で

$$\begin{aligned} a(\nu) &= \int_{-\infty}^{\infty} A(x) \cos 2\pi x \nu dx \\ &= 2L \frac{\sin 2\pi \nu L}{2\pi \nu L} \end{aligned} \quad (10)$$

である。即ち得られる $B_L(\nu)$ は、真のスペクトル $B(\nu)$ を $a(\nu-\nu')$ で走査したスペクトルになることを意味する。そのためスペクトル幅が無限小の輝線スペクトルに対しては、それは約 $L/2$ に広がり、これが理論的分解能となる。また $a(\nu)$ のサイドローブである副極大は大きく、寄生バンドが現れてスペクトルのS/Nを低下させる。これは $A(x)$ が $x=L$ において1から0に急激に変化する

ることによるものであり、従って通常は光路差 x が0から L まで大きくなるにつれて緩やかに0になるいわゆるアポダイゼーション関数をかけてフーリエ変換がなされる。このとき分解能は低下するので、出来るだけ分解能を低下させずに副極大を小さくするアポダイゼーション関数を選ばねばならない。式(3)にアポダイゼーション関数 $A'(x)$ を掛けたインターフェログラムを得て、それをフーリエ変換してスペクトルを求めるには、いろいろな計算手法があるが、

$$\begin{aligned} B(\nu) &= 4 \left\{ \frac{1}{2} I(0) + \sum_{i=1}^n I(i\Delta x) A'(i\Delta x) \right. \\ &\quad \left. \cos(2\pi i\Delta x \nu) \right\} \Delta x \end{aligned} \quad (11)$$

の級数を計算するのも一方法である。市販の干渉分光器ではブラックボックスでこれら計算は全て自動的になされる。

試料の反射率や透過率の分光特性を上記二光束干渉分光器で測定するには、一般には試料をビームスプリッター以降の光路中に置いてインターフェログラムを測定し、式(10)に従ってフーリエ変換してスペクトルを求め、同様な方法で求めた試料を設置しないときの分光特性の値でそれを割算して得られる。このとき試料が平行平板であるときには試料内での多重干渉による特性が重量するため、試料を楔形にするなどの対策が講じられる。

3. 光学定数(n, k)測定

試料の光学定数すなわち屈折率や吸収係数を求めるには、上記方法で測定された試料の反射率や透過率特性から計算して得ることができる。しかし試料を平行平板にして(厚さ d)、そこに現れる多重干渉縞すなわちファブリー・ペローフリンジを積極的に取り入れ、そのフリンジ間隔が波数で $\Delta\nu = 1/2nd$ (n :屈折率)であることを用い、以下に述べるようにインターフェログラムをうまく処理してS/N良く試料の光学定数を求めることができる。

3.1 Airyの式

平行平板の試料に平行光束が入射したとき、試料内多重反射によりいわゆるAiryの式が導かれる。ここでは

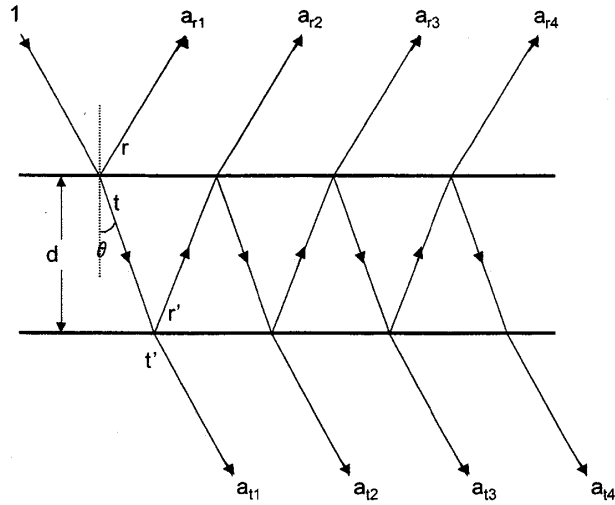


Fig.3 Multiple reflections of a plane wave in a plane parallel plate.

試料内での吸収をも考慮し、級数表示した形でAiryの式を導出する。Fig. 3に厚さ d の試料に光が斜めに入射したときの多重反射して進む様子を示す。 θ は屈折角、 r と r' はそれぞれ試料外表面と試料内表面での振幅反射率、 t は外部から試料内へ、 t' は試料内から外部への光が進むときの振幅透過率、 a_{ri} と a_{ti} はそれぞれ i 番目の部分反射波と透過波の複素振幅である。光の逆行の原理より、

$$\begin{aligned} r' &= -r \\ tt' &= t^2 = 1 - r^2 \end{aligned} \quad (12)$$

隣り合う部分波間での位相差 δ は

$$\delta = 2\pi n d \nu \cos \theta \quad (13)$$

試料内での吸収による1光路当たりの光の振幅の減衰率 μ は、消衰係数を k とすると

$$\mu = \exp(-2\pi \nu k d / \cos \theta) \quad (14)$$

であるので、それらを用いて合成振幅反射率 a_r は次式のようにになる。

$$\begin{aligned} a_r &= a_{r1} + a_{r2} + a_{r3} + \dots \\ &= r - r t^2 \mu^2 e^{j2\delta} - r^3 t^2 \mu^4 e^{j4\delta} - r^5 t^2 \mu^6 e^{j6\delta} - \dots \end{aligned} \quad (15)$$

従ってエネルギー反射率 $R_s(\nu)$ は

$$\begin{aligned} R_s(\nu) &= a_r a_r^* \\ &= r^2 \left[1 + \frac{t^4 \mu^4}{1 - r^4 \mu^4} \right] - 2r^2 t^2 \mu^2 \left[1 - \frac{r^2 t^2 \mu^4}{1 - r^4 \mu^4} \right] \cos 2\delta \\ &\quad - 2r^4 t^2 \mu^4 \left[1 - \frac{r^2 t^2 \mu^4}{1 - r^4 \mu^4} \right] \cos 4\delta \\ &\quad - 2r^6 t^2 \mu^6 \left[1 - \frac{r^2 t^2 \mu^4}{1 - r^4 \mu^4} \right] \cos 6\delta \dots \end{aligned} \quad (16)$$

となる。

透過率についても同様に、合成振幅透過率 a_t は

$$\begin{aligned} a_t &= a_{t1} + a_{t2} + a_{t3} + \dots \\ &= t \mu e^{j\delta} + r^2 t^2 \mu^3 e^{j3\delta} + r^4 t^2 \mu^5 e^{j5\delta} + r^6 t^2 \mu^7 e^{j7\delta} \dots \end{aligned} \quad (17)$$

エネルギー透過率 $T_s(\nu)$ は

$$\begin{aligned} T_s(\nu) &= a_t a_t^* \\ &= \frac{t^4 \mu^2}{1 - r^4 \mu^4} + \frac{2r^2 t^4 \mu^4}{1 - r^4 \mu^4} \cos 2\delta + \frac{2r^4 t^4 \mu^6}{1 - r^4 \mu^4} \cos 4\delta \\ &\quad + \frac{2r^6 t^4 \mu^8}{1 - r^4 \mu^4} \cos 6\delta + \dots \end{aligned} \quad (18)$$

である。

3.2 インターフェログラムとAiryの式の関係

試料の反射または透過スペクトルは、得られたインターフェログラムをフーリエ変換して求められる。透過スペクトルを例にとって以下に考える。反射スペクトルについても同様である。測定される試料の透過スペクトル $T_s(\nu)$ は、試料の透過エネルギーと干渉計の装置関数を含む光源のエネルギースペクトルいわゆる装置のバックグラウンドスペクトル $B_b(\nu)$ の積として与えられる。

$$B_s(\nu) = T_s(\nu) B_b(\nu) \quad (19)$$

測定して得られるインターフェログラムは式(19)をフーリエ変換したものであるので、

$$\begin{aligned} I_s(x) &= FT[B_s(\nu)] \\ &= FT[T_s(\nu)] * FT[B_b(\nu)] \end{aligned} \quad (20)$$

である。ここに*はコンボリューションを表す。ここで

フーリエ級数について考えてみるならば

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum a_m \cos 2\pi \nu_m x \quad (21)$$

における係数 a_m は周波数 ν_m の波の成分量を意味し、一方その逆変換である

$$F(\nu) = \frac{a'_0}{2} + \sum a'_m \cos 2\pi x_m \nu \quad (22)$$

における係数 a'_m は距離 x_m での成分量を意味する。式(18)をそれらに対応させて考えるならば、それは式(22)に相等している。従って式(20)右辺の $FT[T_s(\nu)]$ は式(18)の級数の各項の係数を意味する。そしてその m 番目の位置 x_m は、式(18)と式(22)を比較して $x_m = m\lambda \cos \theta$ であるので、互いに隣り合う間隔は $2nd \cos \theta$ である。また式(20)の右辺の $FT[B_b(\nu)]$ はFig. 2の右段に示すような振動する波形となる。ここに式(20)を模式的に図示するなら、Fig.4のようになる。

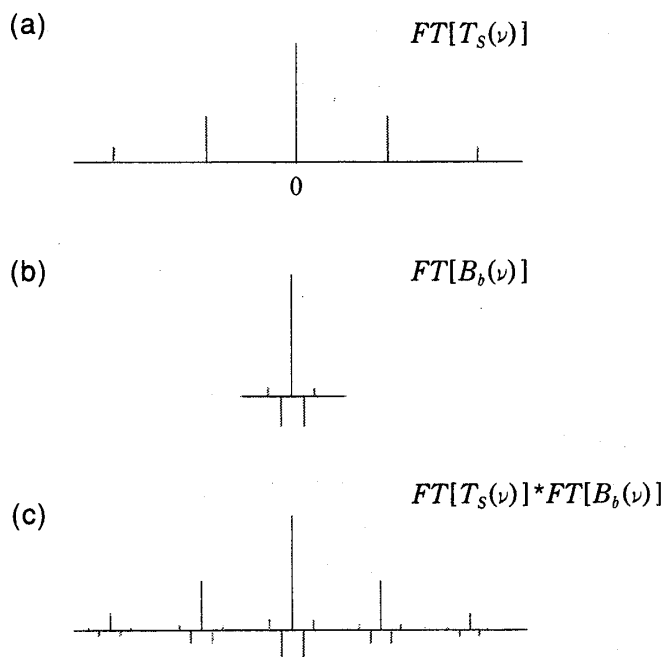


Fig.4 Schematic of the convolution of sample and background interferograms.

3.3 インターフェログラム処理法

実際に測定して得られるインターフェログラムはFig.5に示すようになる。(a)は試料を入れないとき即ちレファレンスの、(b)は試料を入れたときのサンプルのイ

ンターフェログラムである。試料内での光の多重干渉によるファブリー・ペローフリンジの情報は、後者の矢印で示す副極大を持つピークの中に含まれている。このピークは試料のsignatureと呼ばれる。

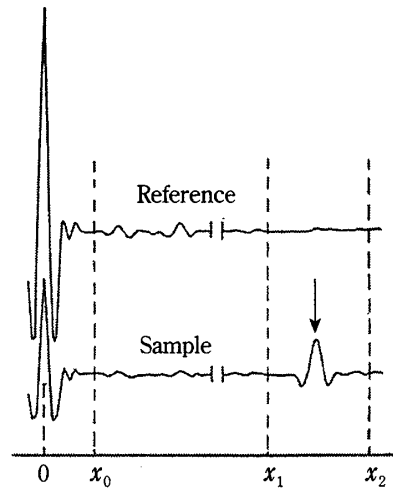


Fig.5 Background (reference) and transmission interferograms for a sample.

光路差 x のレファレンスおよびサンプルインターフェログラムをそれぞれ $I_R(x)$, $I_S(x)$ とし、Fig.5に示す x_0 , x_1 , x_2 の位置までのフーリエ余弦変換を行う。レファレンスに対するサンプルのそれらの比、およびそれらの差はFig.6に示すようになる。即ち(a)の $FT[I_S(x_1)] /$

$FT[I_R(x_1)]$ はファブリー・ペローフリンジを含まない試料の透過率を、(b)の $FT[I_S(x_2)] / FT[I_R(x_2)]$ はファブリー・ペローフリンジを含む透過率を、そしてそれらの差である(c)は多重反射によるフリンジのみを示す。

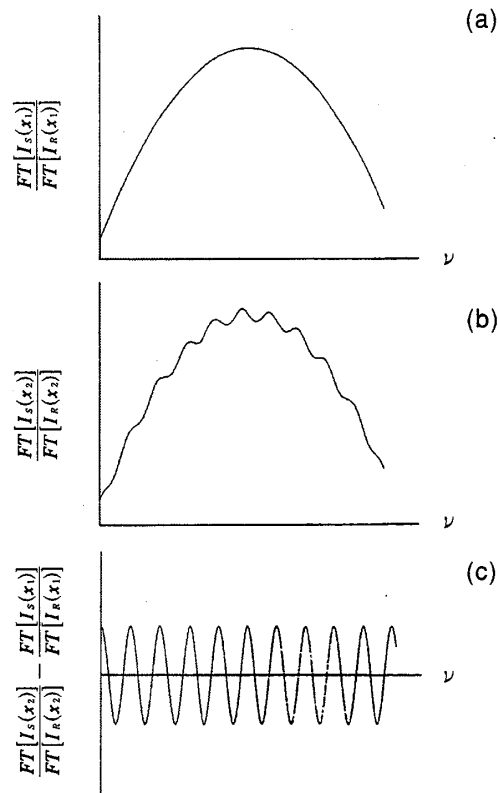


Fig.6 Schematic of the procedure to find zero crossing Fabry-Perot fringe

(c)での隣り合う0交差点間の波数差 $\Delta\nu$ は

$$\Delta\nu = 1/(4nd \cos \theta) \quad (23)$$

であるので、この波数差をできるだけ詳しく読み取り、また試料の厚さをできるだけ正確に測定し、試料の屈折率 n の値を精度良く求めることができる。

一方、試料の吸収係数 α は、式(18)の右辺第1項を用いて求めることができる。即ち、レファレンスおよびサンプルともに光路差 x_0 までを計算し

$$\begin{aligned} T_0(\nu) &= \frac{FT[I_S(x_0)]}{FT[I_R(x_0)]} \\ &= \frac{t^4 \mu^2}{1 - r^4 \mu^4} \end{aligned} \quad (24)$$

であるので

$$r^4 \mu^4 + \frac{t^4}{T_0(\nu)} \mu^2 - 1 = 0 \quad (25)$$

の μ^2 の2次方程式が求まる。式(25)より μ^2 を求め式(14)を用いて吸収係数

$$\alpha = -\ln(\mu^2) \cos \theta / d \quad (26)$$

が求められる。振幅反射率 r および振幅透過率 t は、光の入射角を i として屈折率を複素数 $\tilde{n} = n - jk$ として取り扱うと、sとp偏光についてフレネルの関係式は次のように書き表される。

$$r_s^2 = r_s r_s^* = \frac{(\cos i - a)^2 + b^2}{(\cos i + a)^2 + b^2} \quad (27)$$

$$r_p^2 = r_p r_p^* = r_s^2 \frac{(a - \sin i \tan i)^2 + b^2}{(a + \sin i \tan i)^2 + b^2} \quad (28)$$

$$t_s^2 = 1 - r_s^2 \quad (29)$$

$$t_p^2 = 1 - r_p^2 \quad (30)$$

$$\begin{aligned} a^2 &= \frac{1}{2} \left[(n^2 - k^2 - \sin^2 i)^2 + 4n^2 k^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{2} (n^2 - k^2 - \sin^2 i) \\ b^2 &= \frac{1}{2} \left[(n^2 - k^2 - \sin^2 i)^2 + 4n^2 k^2 \right]^{1/2} - \frac{1}{2} (n^2 - k^2 - \sin^2 i) \end{aligned} \quad (31)$$

測定の多くは入射角は 90° でなされ、また $k \ll n$ のときは

sとp偏光ともに

$$r^2 = \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2} \quad (32)$$

$$t^2 = \frac{4n}{(1+n)^2} \quad (33)$$

である。通常はこの条件の下で、式(23)、(26)、(32)と式(33)を用いて、試料の屈折率と吸収係数が精度よく求められる。

4. おわりに

二光束干渉計の代表的な例としてマイケルソン型干渉計があり、それを下にしてその原理を学び、そして平行平板の測定試料における振幅分割によるファブリー・ペロー干渉縞がどのように干渉計のインターフェログラム上に観測されるか、さらにそれを適当なフーリエ変換処理をすることにより測定物質の光学定数が求められることを解説した。我々は科学研究費で遠赤外チェレンコフ実験の準備を進めており、そのためには用いる誘電体の屈折率と吸収係数を正しく知らねばならない。遠赤外域における物質の光学定数はそれほど多く測定されておらず、我々はここに述べた方法およびクラマース・クローニツヒ解析などを併用しながら、赤外からミリ波域の広い周波数領域での各種物質の光学定数測定を推し進めている。

参考文献

- 1) J.Houghton and S.D.Smith, *Infrared Physics*, Clarendon Press, Oxford, (1966).
- 2) M.Born and E.Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, Oxford, (1964).
- 3) K.D.Moeller and W.G.Rothschild, *Far-Infrared Spectroscopy*, Wiley-Interscience, New York, (1970).
- 4) J.E.stewart, *Infrared Spectroscopy*, Marcel Dekker, New York, (1970).
- 5) F.L.Pedrotti and L.S.pedrotti, *Introduction to Optics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, (1987).
- 6) 三石明善, 「光学技術」, (桑原五郎編、共立出版) 第11章 (1984).

- 7) 工藤恵栄,「分光の基礎と方法」, (オーム社) (1985).
- 8) 阪井清美、藤田 茂、「分光研究」 34(2) 122-139 (1985).
- 9) C.M.Randall and R.D.Rawcliffe, Appl. Opt. 6(11) 1889-1895 (1967).
- 10) E.V.Loewenstein and D.R.Smith, Appl. Opt. 10(3) 577-583 (1970).
- 11) 阪井清美,「近ミリ波領域における誘電体材料の光学定数の測定」(私信) (2003).