

『九章算術』 訳注[†] 稿 (25)

張 替 俊 夫[†]

中国古算書研究会

大川 俊隆、小寺 裕、角谷 常子

田村 誠、馬場 理恵子、張替 俊夫、吉村 昌之

Translation and Annotation of “The Nine Chapters
on the Mathematical Art (九章算術)” Vol. 25

HARIKAE Toshio

Abstract

“The Nine Chapters on the Mathematical Art” was the oldest book of mathematics in China before the unearthing of “Suan-shu shu.” The aim of our research is to provide a complete translation and annotation of it including annotations of Liu Hui (劉徽) and Li Chunfeng (李淳風) from the viewpoint of our previous work on “Suan-shu shu.”

This is the twenty-fifth article based on our research and results in which we studied the problems 1 to 3 of Chapter 8, Fangcheng (方程).

『九章算術』は『算数書』出土以前は数学書としては中国最古のものであった。我々は、我々の『算数書』研究を起点に、『九章算術』の劉徽注、李淳風注を含めた訳注を完成させることを目的としている。

[†]This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Numbers 24501252 and 25350388.

[†]大阪産業大学 教養部 教授

草 稿 提 出 日 10月31日

最 終 原 稿 提 出 日 12月 8 日

本論文では、方程章の算題 [一] ～ [三] に対する訳注を与える。

九章算術卷八

方程^[1]

注：(1) 李籍『音義』に、「方者左右也。程者課率也。左右課率總統羣物。故曰方程」とある。「程」とは率を課べることである。

[1][劉注]以御錯糅正負。

訓読：以て錯糅せる正負を御す⁽²⁾。

注：(2) 「錯糅」とは、入り混じること。「糅」は元々の意味は混ぜご飯であり、これより引伸して、混雑、混合を意味するようになった。『儀礼』郷射礼に「旌各以其物、無物、則以白羽與朱羽糅楨」とあり、その鄭玄注に「糅、雜也」とある。ここでは「錯糅」で、正負の入り混じった数を制御することを意味する。

訳：この章では、正負が入り混じった数をおさめる。

[一] 今有上禾三秉、中禾二秉、下禾一秉、實三十九斗。上禾二秉、中禾三秉、下禾一秉、實三十四斗。上禾一秉、中禾二秉、下禾三秉、實二十六斗。問、上・中・下禾實一秉各幾何。

答曰、上禾一秉九斗四分斗之一。中禾一秉四斗四分斗之一。下禾一秉二斗四分斗之三。

方程^[2]術曰、置上禾三秉、中禾二秉、下禾一秉、實三十九斗、於右方。中・左禾列如右方。以右行上禾徧(遍)乘中行而以直除^[3]。又乘其次、亦以直除^[4]。然以中行中禾不盡者^[5]而以直除^[6]。左方下禾不盡者、上爲法、下爲實。實既下禾之實^[7]。求中禾、以法乘中行下實、而除下禾之實^[8]。餘如中禾秉數而一、既中禾之實^[9]。求上禾、亦以法乘右行下實、而除下禾・中禾之實^[10]。餘如上禾秉數而一、既上禾之實。實皆如法、各得一斗^[11]。

訓読：今、上禾⁽³⁾三秉⁽⁴⁾、中禾二秉、下禾一秉有り、實⁽⁵⁾三十九斗。上禾二秉、中禾三秉、下禾一秉、實三十四斗。上禾一秉、中禾二秉、下禾三秉、實二十六斗。問う、上・中・下禾の實一秉各おの幾何ぞ。

答に曰く、上禾一秉九斗四分斗之一、中禾一秉四斗四分斗之一、下禾一秉二斗四分斗之三。

方程術⁽⁶⁾に曰く、上禾三秉、中禾二秉、下禾一秉、^み実三十九斗を右方に置く。中・左の禾列も右方の如くす⁽⁷⁾。右行の上禾を以て遍く中行に乗じて⁽⁸⁾以て直ちに除く⁽⁹⁾。又た其の次に乗じ、亦た以て直ちに除く⁽¹⁰⁾。然るに中行の中禾の尽きざる者を以て而して以て直ちに除く⁽¹¹⁾。左方の下禾の尽きざる者、上を法と為し、下を^み実と為す。^み実は即ち下禾の^み実⁽¹²⁾なり。中禾を求むるに、法を以て中行の下^み実に乗じ、而して下禾の^み実を除く⁽¹³⁾。余りは中禾の乗数の如くして一とすれば、即ち中禾の^み実⁽¹⁴⁾なり。上禾を求むるに、亦た法を以て右行の下^み実に乗じ、而して下禾・中禾の^み実を除く⁽¹⁵⁾。余りは上禾の乗数の如くして一とすれば、即ち上禾の^み実⁽¹⁶⁾なり。^み実は皆法の如くして、各おの一斗を得⁽¹⁷⁾。

- 注：(3)「禾」は粟物の総称。『説文』卷七上・禾部に「禾、嘉穀也」とある。
 (4)「秉」は禾の一にぎりの束。『説文』卷七上・禾部に「秉、禾束也。从又持禾」とある。
 (5)「^み実」は脱穀した「^み実」をいう。上禾、中禾、下禾とは^み実入りのいいものの順に並べている。「^み実」「法」の「^み実」も出てくるので、混同しないよう穀^み実の「^み実」には「^み実」と表記する。
 (6)「方程術」とは連立1次方程式の解法である。ここでは3元連立1次方程式を下注で示すようにガウスの消去法(掃き出し法)で解く方法を示している。歴史的に見て連立1次方程式を解くアルゴリズムを最初に提示したのが『九章算術』方程章であり、数学史上極めて重要な価値を持つ。
 (7)上禾、中禾、下禾それぞれ1秉の斗数を x, y, z とおくと、次の3元連立1次方程式を得る。

$$\begin{cases} 3x+2y+z=39 \cdots \cdots \textcircled{1} \text{ (右行)} \\ 2x+3y+z=34 \cdots \cdots \textcircled{2} \text{ (中行)} \\ x+2y+3z=26 \cdots \cdots \textcircled{3} \text{ (左行)} \end{cases}$$

ここで、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ の係数をそれぞれ右から左に順に縦に置いていく。すなわち、

$$\begin{pmatrix} \textcircled{3} & \textcircled{2} & \textcircled{1} \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{pmatrix}$$

とし、今日の「行列」の形状に数値を並べる。ここで、 $\textcircled{1}$ が原文の「右行」、 $\textcircled{2}$ が「中

行]、③が「左行」となる。

- (8) 次に中行を右行の上禾の値3により、それぞれ3倍する。これが「右行の上禾を以て遍く中行に乗じて」である。

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 2 & 9 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 26 & 102 & 39 \end{pmatrix}$$

- (9) 次に中行から右行を2回引き、中行の上禾の値が0になるようにする。これが「以て直ちに除く」である。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

- (10) 注(8), (9)の手順を左行にも適用する。すなわち、まず左行を右行の上禾の値3により、それぞれ3倍する。これが「又た其の次に乗じ」である。

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 \\ 6 & 5 & 2 \\ 9 & 1 & 1 \\ 78 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

次に左行から右行を引いて、左行の上禾の値が0になるようにする。これが「亦た以て直ちに除く」である。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & 5 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \\ 39 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

- (11) 次に、上記の手順を中行、左行に適用する。すなわち、まず左行を中行の中禾の値5により、それぞれ5倍する。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 20 & 5 & 2 \\ 40 & 1 & 1 \\ 195 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

次に左行から中行を4回引き、左行の中禾の値が0になるようにする。これが「然るに中行の中禾の尽きざる者を以て而して以て直ちに除く」である。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 36 & 1 & 1 \\ 99 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

- (12) 左行の下禾の値36と穀実の値99をその等数(最大公約数)9で約すると、4と11

が得られる。ここで11を「下禾の実」、4を「法」といつている。これが「左方の下禾の尽きざる者、上を法と為し、下を実と為す。実は即ち下禾の実」である。

$$\text{法 } 4 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 11 & 24 & 39 \end{pmatrix}$$

- (13) 次に中禾1乗の実を求める。まず「法」とした4により、中行の下実を4倍する。これが「中禾を求むるに、法を以て中行の下実に乗じ」である。

$$24 \times 4 = 96$$

次に、得られた96から下禾の実11を引く。これが「而して下禾の実を除く」である。

$$96 - 11 \times 1 = 85$$

- (14) 次に中行の下実85を中禾の乗数5で割ると、中禾の実が求められる。これが「余りは中禾の乗数の如くして一とすれば、即ち中禾の実」である。

$$85 \div 5 = 17$$

- (15) 次にここで上禾1乗の実を求める。まず「法」としている4により、右行の下実39を4倍する。これが「上禾を求むるに、亦た法を以て右行の下実に乗じ」である。

$$39 \times 4 = 156$$

次に上で求めた156から下禾の実11を1回、中禾の実17を2回引く。これが「而して下禾・中禾の実を除く」である。

$$156 - 11 \times 1 - 17 \times 2 = 111$$

- (16) 上で求めた111を上禾の乗数3で割ると、上禾の実が得られる。これが「余りは上禾の乗数の如くして一とすれば、即ち上禾の実」である。

$$111 \div 3 = 37$$

- (17) 上・中・下禾の実37、17、11を法4で割る。これが「実は皆法の如くして、各おの一斗を得」である。

$$\text{上禾 } 1 \text{ 乗} = 37 \div 4 = 9\frac{1}{4} \text{ 斗, 中禾 } 1 \text{ 乗} = 17 \div 4 = 4\frac{1}{4} \text{ 斗,}$$

$$\text{下禾 } 1 \text{ 乗} = 11 \div 4 = 2\frac{3}{4} \text{ 斗を得る。}$$

なお (12)～(17) までの計算法は、すべて分数計算を避けるためである。

訳：今上禾が3束、中禾が2束、下禾1束で実が39斗になり、上禾が2束、中禾が3束、下禾が1束で実が34斗になり、上禾が1束、中禾が2束、下禾が3束で実が26斗になる。問う、上・中・下禾の穀実1束は各々いくらになるか。答にいう、上禾1束は

$9\frac{1}{4}$ 斗、中禾1束は $4\frac{1}{4}$ 斗、下禾1束は $2\frac{3}{4}$ 斗になる。

方程術にいう、上禾3束、中禾2束、下禾1束、^み実39斗を（縦の行として）右方に置く。中・左の禾の列も右方と同様に置く。右行の上禾をすべて中行に掛けて、右行から直ちに引く。またその次に、右行の上禾をすべて左行に掛けて、右行で直ちに引く。その後中行の中禾の残りをすべて左行に掛けて、直ちに中行で引く。左行に残りがあれば、上を法とし、下を^み実とする。この^み実^みは下禾の^み実である。中禾を求めるには、法を中行の下の^み実に掛けて、それから下禾の^み実を引く。残りを中禾の束数で割ると、中禾の^み実である。上禾を求めるには、また法を右行の下の^み実に掛けて、これから下禾と中禾の^み実を引く。残りの111を上禾の束数で割ると、上禾の^み実である。三者とも^み実を法で割ると、上・中・下禾それぞれの^み実の斗数が得られる。

[2] [劉注]程、課程也。羣物總雜、各列有數、總言其實。令每行為率、二物者再程、三物者三程、皆如物數程之、並列為行。故謂之方程。行之左右無所同存、且為有所據而言耳。此都術也。以空言難曉。故特繫之禾以決之。又列中・左_[-]行如右行也。

校訂：[-]「左」は錢校本に従って補う。

訓読：程は課程なり。群物総て^{まじ}雜り、各おの列に数有り、総て其の^み実を言う。每行をして率を為さしめば、二物は再程、三物は三程、皆な物数の如くして之を程し⁽¹⁸⁾、列を並べて行と為す。故に之を方程⁽¹⁹⁾と謂う。行の左右^{とも}同に存する所無く、且つ據りて言う所有るのみと為す。此は都術⁽²⁰⁾なり。空言を以ては曉し難し。故に特に禾に繫けて以て之を決す。又た中・左行を列すること右行の如きなり。

注：(18) 未知数の数だけ方程式の数があることをいう。未知数が2個ならば方程式も2個、未知数が3個ならば方程式も3個となる。

(19) ここで「方程」という言葉を説明する。未知数の数と方程式の数と同じなので、方程式の係数を並べたときに四角の形状をなす。ゆえに「方程」とよんでいる。

(20) 「都術」とは比例計算における普遍的な計算法を指す。21)の注(24)参照。

訳：程とは比べはかる程のこと。群物がすべて混じっていて、各項には数があり、すべての項の^み実の量を述べている。各行が率をなすと、二つの物は二回比べ、三つの物は三回比べ、皆物の数の回数だけ比べ、列を並べて行となる。ゆえにこれを「方程」というのである。各行に全く同じものはなく、かつ実際に基づいていわれるのである。方程術は「都術」である。空言では明らかにするのは困難であり、ゆえに特に禾の問題を使ってこれを説明するのである。また中・左行の並べ方は右行と同様にする。

[3] [劉注] 爲術之意、令少行減多行、反覆相減、則頭位必先盡。上無一位、則此行亦闕一物矣。然而舉率以相減、不害餘數之課也。若消去頭位、則下去一物之實。如是疊令左右行相減、審其正負、則可得而知。先令右行上禾乘中行、爲齊同之意。爲齊同者、謂中行上禾亦乘右行也。從簡易、雖不言齊同、以齊同之意觀之、其義然矣。

訓読：術を爲すの意は、少行をして多行より減じ、反覆して相減せしむれば、則ち頭位⁽²¹⁾は必ず先に尽く。上に一位無ければ、則ち此の行亦た一物を闕く。然れども率を挙げて以て相減ずれば、余数の課を害せざる也。若し頭位を消去すれば、則ち下は一物の実^みを去る。是の如く^{かさ}重ねて左右の行を相減せしめ、其の正負を審にすれば、則ち得て知るべし。先に右行の上禾をして中行に乗せしむるは齊同⁽²²⁾の意と爲す。齊同を爲すは、中行の上禾をして亦た右行に乗ずるを謂う也。簡易に従い齊同と言わずと雖も、齊同の意を以て之を觀れば、其の義は然るなり。

注：(21)「頭位」とは、行の一番上の数を指す。

(22)「齊同」とは「齊同術」のこと。16)の[11]劉注参照。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 26 & 34 & 39 \end{pmatrix}$$

中行の上禾の値を 0 にするために

$$\text{中行} - \text{右行} \times \frac{2}{3} = \frac{\text{中行} \times 3 - \text{右行} \times 2}{3}$$

と計算するが、分数を避けるために右行の上禾の値 3 を用いて、全体を 3 倍して、

$$3 \times \frac{\text{中行} \times 3 - \text{右行} \times 2}{3} = \text{中行} \times 3 - \text{右行} \times 2$$

と計算する。この先に中行に右行の上禾の値 3 を掛けることが齊同術に当たる。

訳：方程術の意味するところは、数の小さい行を数の大きい行から、繰り返して引いていくと、行の最上位の数はいずれなくなる。最上位に数がないなら、この行は一物が減る。しかし率に応じて減らしたのだから、残りの物の比率には影響がない。最上位を消去すれば、残りの下位は一物の実^みがなくなっている。このように繰り返して左右の行を引いていき、その正負を詳らかにすると、求める値が得られる。先に右行の上禾を中行に掛けるのは「齊同術」の意味である。ここで「齊同術」とは、中行の上禾を右行に掛けることをいう。これは簡略にするために齊同術とはいわないが、齊同術の意味でこれを見れば、齊同術に他ならない。

(ここでは注 (8) (9) の手順を説明している。)

[4] [劉注] 復去左行首。

訓読：復た左行の首を去る。

訳：また左行の最上の(上禾の)値をなくす。

(ここでは注 (10) の手順を説明している。)

[5] [劉注] 徧(遍) 乘左行。

訓読：遍く左行を乗ず。

訳：(中行の中禾5を)すべて左行に掛ける。

(ここでは注 (11) の前半部分の手順を説明している。)

[6] [劉注] 亦令兩行相乘、去行之中禾也。

訓読：亦た兩行をして相乗せしめ、行の中禾を去るなり。

訳：また兩行を互いに掛け、(左)行の中禾の値をなくす。

(ここでは注 (11) の後半部分の手順を説明している。)

[7] [劉注] 上・中禾皆去、故餘數是下禾實。非但一乘、欲約衆乘之實、當以禾乘數爲法。列此、下禾之乘(實) [數]_[-]乘兩行、以直除、則下禾之位自決矣。各以其餘一位之乘除其下實、既斗數矣。用算繁而不省。所以別爲法、約也。然猶不如自用其舊。廣異法也。

校訂：[-]算經十書本は「實」に作るが、錢校本に従って「數」に改める。

訓読：上・中禾皆な去る、故に余の数は是れ下禾の実なり。但に一乗のみに非ずして、衆乗の実を約さんと欲すれば、当に禾乗の数を以て法と為すべし。此れを列し、下禾の乗数を兩行に乘じ、以て直ちに除せば、則ち下禾の位は自ら決す。各おの其の余の一位の乗を以て其の下実を除せば、即ち斗数なり。算を用いること繁にして省かず。別に法を為す所以は、約する也。然れども猶お自ら其の旧を用いるに如かず。異法を広むる也。

訳：(左行の)上・中禾の値は消去されたので、最下の残りの数は下禾の実である。ただ1束だけの数ではないので、他の束の実を約するためには、下禾の束数を法としなければならない。この下禾の束数と実を並べ、下禾の束数を残りの兩行に乘じ、直ちに引けば、下禾の位の値は消える。各々の残りの束数で最下の実を割れば、それぞれの斗数を得る。しかしこれでは必要とする計算は繁雑で簡略ではない。それで別に法をなし、

簡約にしているのである。けれどもその旧法を用いるに及ばない。ここでは、異法を広めているのである。

[8] [劉注] 此謂中下兩禾實。下禾一秉實數先見。將中秉求中禾、其列實以減下實。而左方下禾不唯一秉、下禾實既以法爲母、則中行下實不以法爲母、於率不通。故先以法乘其實而同一之、俱令法爲母、而除下禾實。以下禾先見之實令乘下禾秉數、既得下禾一位之列實。減於下實、則其數是中禾之實也。

訓読：此れ中・下兩禾の實を謂う。下禾一秉の實數は先に見ゆ。中秉を將て中禾を求むるは、其の列實⁽²³⁾を以て下實より減ず。而して左方の下禾は唯だに一秉のみにあらず、下禾の實は既に法を以て母と爲し、則ち中行の下實は法を以て母と爲さざれば、率に於いて通ぜず。故に先に法を以て其の實に乗じて之を「同」し、俱に法をして母と爲さしめ、而して下禾の實を除く。下禾の先に見ゆる實を以て下禾の秉数を乘ぜしむれば、即ち下禾一位の列實を得。下實より減ずれば、則ち其の數は是れ中禾の實也。

注：(23) 注 (13) にあるように、中禾1束の斗數を求める際に下實 (96) から下禾の實 (11) を引く。ここで、下禾の實を「列實」とよんでいる。

訳：この中行は中・下兩方の禾の實を含んでいる。下禾1束の實の數は(左行から)既知である。中禾の束數から中禾を求める。その列實で下實を引く。左行の下禾は1束だけではないので、下禾の實はすでに法を分母としているが、中行の下實は法を分母としていないので、率としては通じない。ゆえにまず法を掛けて、その實を「同」し、ともに法を共通の分母として、下禾の實を除く。下禾の既知の實を下禾の束數に掛けて、下禾1つの位の列實を得る。下實から引けば、その數は中禾の實である。

(ここでは注 (13) (14) の手順を説明している。)

[9] [劉注] 餘中禾一位之實也。故以一位秉數約之、乃得一秉之實也。

訓読：余は中禾一位の實なり。故に一位の秉數を以て之を約し、乃ち一秉の實を得る也。

訳：残りは中禾一種の實 (85) である。ゆえに中禾一種の束數 (20) でこれを割ると、中禾1束の實 $\frac{85}{20}$ を得る。

[10] [劉注] 此右行三禾共實、合三位之實。故以二位秉數約之、乃得上禾一秉之實。【此右行三禾共實、】_[-1] (合) [今]_[-1] 中・下禾之實、其數竝見、以中・下禾先見之實令乘右行中・下禾秉數、以減之。故亦如前、各求列實以減下實也。

校訂：[-1] 戴震輯録本、四庫本、聚珍版、楊輝本は「此右行三禾共實」の七字を衍字とする。

今これに従う。

[二]錢校本に従って「合」を「今」に改める。

訓読：此の右行の三禾は実を共にし三位の実を合す。故に二位の乗数を以て之を約せば、乃ち上禾一秉の実を得。今、中・下禾の実、その数を並び見ゆれば、中・下禾を以て先見の実は右行の中・下禾の乗数に乗せしめ以て之を減ず。ゆえに亦た前の如く、各おの列実を求め以て下実を減ずる也。

訳：この右行の3つの禾の実は上中下3つの実を合計したものである。ゆえに中・下禾の束数でこれを引けば、上禾の1束の実を得る。今中・下禾の実は並んで見えるので、中・下禾のすでに分かっている実を、右行の中・下禾の束数に掛けてこれから引く。そこで前のように各々の列実を求めて下実を減ずる。

(ここでは注(15)(16)の手順を説明している。)

[11][劉注]三實同用。不滿法者、以法命之。【母・實皆當除之。】_[1]

校訂：[一]戴震輯録本に従って「母實皆當除之」の6字を刪去する。

訓読：三実は用を同じくす。法に満たざる者は、法を以て之に命ず。

訳：三つの実は用途が同じである。法に満たないものは、法を分母とする分数とする。

[二]今有上禾七秉、損實一斗、益之下禾二秉、而實一十斗。下禾八秉、益實一斗、與上禾二秉、而實一十斗。問、上・下禾實一秉各幾何。

答曰、上禾一秉實一斗五十二分斗之一十八、下禾一秉實五十二分斗之四十一。

術曰、如方程。損之曰益、益之曰損_[12]。損實一斗者、其實過一十斗也。益實一斗者、其實不滿一十斗也_[13]。

訓読：今上禾七秉有り、^み実一斗を^{へら}損す、之に下禾二秉を益して、^み実一十斗。下禾八秉、^み実一斗を益し、上禾二秉を^{とも}与にして、^み実一十斗⁽²⁴⁾。問う、上・下禾の^み実一秉は各おの幾何ぞ。

答に曰く、上禾一秉の^み実一斗五十二分斗之一十八、下禾一秉の^み実五十二分斗之四十一。

術に曰く、方程の如くす⁽²⁵⁾。之を損すは益すと曰う、之を益すは損すと曰う⁽²⁶⁾。^み実一斗を損す者は、其の^み実一十斗を過ぎるなり。^み実一斗を益す者は、其の^み実一十斗に満たざるなり⁽²⁷⁾⁽²⁸⁾。

注：(24) 上禾、下禾それぞれ1束の^み実の斗数を x, y とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} (7x-1) + 2y = 10 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2x + (8y+1) = 10 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

となる。

(25) 「術曰、如方程」とあるが、ここで挙げられている数字をこのまま使っただけでは「一」と同様な方法による方程術は使えない。以下で、方程術を用いるための方法が述べられる。

(26) 「之を損すは益すと曰う」とは、左辺で^み実を減らすと右辺の^み実をかえって増えることをいう。また「之を益すは損すと曰う」とは、左辺で^み実を増やすと右辺の^み実をかえって減ることをいう。

(27) 「実一斗を損す者は、其の実一十斗を過ぎるなり」とは、左辺で^み実1斗を減らすと右辺の^み実は10斗を超える。すなわち、(24)の①で両辺に1を加えると、下の③のように右辺に1が加わって11となることをいう。また「実一斗を益す者は、其の実一十斗に満たざるなり」とは、左辺で^み実1斗を増やすと右辺の^み実は10斗に満たない。すなわち、②の両辺から1を引くと、下の④のようにその右辺から1が引かれて9となることをいう。

$$\begin{cases} 7x+2y=11 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ 2x+8y=9 \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$$

これで「一」で用いた方程術が使える。

すなわちここで行われている手順は現在いうところの「移項」である。なお代数学の英語名 algebra はアラビア語の al-jabr (アルジャブル) に由来するが、これは9世紀にバクダッドで活躍した数学者アル=フワーリズミーが著した最古の代数学書『約分と消約の計算の書』(ヒサーブ・アル=ジャブル・ワル=ムカーバラ) から来ている。ここで jabr とは「移項」を意味する。

(28) ここでの計算を「一」の注(7)~(17)にならって行くと次のようになる。

$$\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 8 & 2 \\ 9 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 14 & 7 \\ 56 & 2 \\ 63 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 52 & 2 \\ 41 & 11 \end{pmatrix} \rightarrow \text{法 } 52 \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 2 \\ 41 & 11 \end{pmatrix}$$

したがって、下禾1束の^み実は $41 \div 52 = \frac{41}{52}$ 斗となる。

また上禾1束の^み実を求めるために、法52を右行の下実11に掛ける。次に左行の下実41を右行下禾の束数2に掛けて、これを引く。次に上禾の束数7で割り、最後に共通の法52で割る。

$$(11 \times 52 - 41 \times 2) \div 7 \div 52 = \frac{490}{364} = \frac{70}{52} = 1 \frac{18}{52} \text{斗}$$

ここで、 41×2 が「列実」である。

なお上禾の値は $1 \frac{9}{26}$ 斗とできるが約分していないので、上記のような計算を行ったと思われる。

訳：今上禾7束があり、上禾の^実1斗を減らし、これに下禾2束を増すと、^実10斗である。下禾8束で下禾の^実1斗を増し、上禾2束を加えて、^実10斗。問う、上・下禾の1束の^実はそれぞれいくらか。

答にいう、上禾1束の^実は $1 \frac{18}{52}$ 斗、下禾1束の^実は $\frac{41}{52}$ 斗。

術にいう。これを減らす場合は^実の方に増す、これを増す場合は^実の方を減らす。ここで^実1斗を減らしている方は、その^実が10斗を超える。^実1斗を増している方は、その^実が10斗に満たない。

[12] [劉注] 問者之辭雖以損益爲說_[-]、今按、實云上禾七乘・下禾二乘、實一十一斗。上禾二乘・下禾八乘、實九斗也。「損之曰益」、言損一斗、餘當一十斗。今欲全其實、當加所損也。「益之曰損」、言益實以一斗、乃滿一十斗。今欲(加) [知]_[-]本實、當減所加、既得也。

校訂：[-]郭書春は「以損益爲說」を削るが、この校訂には従わない。

[二]李潢に従って「加」を「知」に改める。

訓読：問う者の辭は損益を以て説を為すと雖も、今按ずるに、実は上禾七乘・下禾二乗にして^実一十一斗。上禾二乘・下禾八乗にして^実九斗を云う。「之を損すは益すと曰う」は、一斗を損すは余り当に一十斗を言う。今其の^実を全くせんと欲すれば、当に損す所を加うべし。「之を益すは損すと曰う」は、一斗を以て^実を益す、乃ち一十斗を満つを言う。今本の^実を知らんと欲すれば、当に加える所を減ず、即ち得べし。

訳：設問の部分は損益で説明しているが、今考えると実際は「上禾7束・下禾2束で^実11斗。上禾2束・下禾8束で^実9斗」ということである。「之を損すは益すと曰う」とは、^実1斗を減らすとその残りが10斗になることをいっている。今全体の^実を求めるのに、まさに減らしたもの(1斗)を(10斗に)加えるのである。「之を益すは損すと曰う」とは、1斗を^実に益すと^実は10斗を満たすことをいう。今本来の^実を知ろうとすれば、まさに加えた分(1斗)を(^実10斗から)減らせば、得られる。

[13] [劉注] 重論損益數者、各以損益之數損益之也。

訓読：重ねて損益の数を論ずるは、各おの損益の数を以て之を損益する也。

訳：重ねて損益の数を論しているのは、それぞれの損益の数で減らしたり増したりすることをいう。

[三]今有上禾二秉、中禾三秉、下禾四秉、實皆不滿斗。上取中、中取下、下取上各一秉而實滿斗。問、上・中・下禾實一秉各幾何。

答曰、上禾一秉實二十五分斗之九、中禾一秉實二十五分斗之七、下禾一秉實二十五分斗之四。

術曰、如方程。各置所取^[14]、以正負術入之。

正負術曰^[15]、同名相除^[16]、異名相益^[17]。正・無入^[-]負之、負・無入正之^[18]。其異名相除、同名相益。正・無入正之、負・無入負之^[19]。

校訂：[一]「無入」を「無人」とする諸本があるが、ここは算經十書本等に従い「無入」と読むこととする。

訓読：今上禾二秉、中禾三秉、下禾四秉有り、實は皆な斗に滿たず。上は中を取り、中は下を取り、下は上を取ること各おの一秉にして實は斗に滿つ。問う、上・中・下禾の實一秉は各おの幾何ぞ⁽²⁹⁾。

答に曰う、上禾一秉の實二十五分斗之九、中禾一秉の實二十五分斗之七、下禾一秉の實二十五分斗之四。

術に曰く、方程の如くす。各おの取る所を置き、正負術を以て之を入れる⁽³⁰⁾。

正負術に曰く、同名は相除し、異名は相益す。正・無入は之を負とし、負・無入は之を正とす⁽³¹⁾。其の異名は相除し、同名は相益す。正・無入は之を正とし、負・無入は之を負とす⁽³²⁾。

注：(29) 上禾、中禾、下禾それぞれ1束の實の斗数を x , y , z とおくと、連立方程式は

$$\begin{cases} 2x+y = 1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 3y+z = 1 \cdots \cdots \textcircled{2} \\ x + 4z = 1 \cdots \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

となる。ここでの計算は方程術に従うと以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 8 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 8 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -3 & 3 & 1 \\ 24 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 25 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \text{法 } 25 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ここで、下禾の実4を得る。

次に法25を中行の下実1に掛ける。

$$1 \times 25 = 25$$

次に得られた25から下禾の実4を引く。

$$25 - 4 = 21$$

次に得られた21を中禾の乗数3で割ると、中禾の実が求められる。

$$21 \div 3 = 7$$

次に上禾1乗の実を求める。法25を右行の下実1に掛ける。

$$1 \times 25 = 25$$

次に上で求めた25から下禾の実4を0回、中禾の実7を1回引く。

$$25 - 4 \times 0 - 7 \times 1 = 18$$

上で求めた18を上禾の乗数2で割ると、上禾の実が得られる。

$$18 \div 2 = 9$$

上・中・下禾の実9、7、4を法25で割ると

$$\text{上禾 } 1 \text{ 乗} = 9 \div 25 = \frac{9}{25} \text{ 斗、中禾 } 1 \text{ 乗} = 7 \div 25 = \frac{7}{25} \text{ 斗、}$$

$$\text{下禾 } 1 \text{ 乗} = 4 \div 25 = \frac{4}{25} \text{ 斗を得る。}$$

なお上記の計算の途中で負の数を用いるので、本題で「正負術」を示している。

注(31)を参照。

(30) 「正負術」とは、正負の数の加減法則のことをいう。「正負術を以て之を入れる」とは、算木を算盤の中に入れることから、計算する意と考えられる。

(31) 「同名は相除し、異名は相益す。正・無入は之を負とし、負・無入は之を正とす」は引き算を示している。ここでは、大より小を引くことが暗黙の前提となっている。「同名」とは同符号の数、すなわち正同士または負同士を指す。「同名は相除す」とは、引き算において同符号の数はそのまま引くことをいっている。

「異名」とは異符号の数、すなわち正と負の数を指す。「異名は相益す」とは引き算において、異符号の数は符号を変えて加えることをいっている。すなわち、 $a > 0$ 、 $b > 0$ のとき、 a から $-b$ を引くには、 $a - (-b) = a + b$ とすることを述べている。

「無入」とは0のこと。「正・無入は之を負とす」とは、0から正の数を引くと負

の数になることをいう。「負・無入は之を正とす」とは、0から負の数を引くと正の数になることをいう。

- (32) 「其の異名は相除し、同名は相益す。正・無入は之を正とし、負・無入は之を負とす」は足し算を示している。「異名は相除す」とは、足し算において異符号の数は互いに引くことをいう。「同名は相益す」とは、足し算において同符号の数は互いに足すことをいう。

「正・無入は之を正とす」とは、0に正の数を加えればこれを正とすることをいう。「負・無入は之を負とす」とは、0に負の数を加えればこれを負とすることをいう。

訳：今上禾2束、中禾3束、下禾4束があり、それらの^実は皆1斗に達しない。上禾は中禾を、中禾は下禾を、下禾は上禾をそれぞれ1束取れば^実は1斗に達する。問う、上・中・下禾の1束の^実は各々いくらか。

答にいう、上禾1束の^実は $\frac{9}{25}$ 斗、中禾1束の^実は $\frac{7}{25}$ 斗、下禾1束の^実は $\frac{4}{25}$ 斗。

術にいう、方程術のようにする。各々の取るところを置き、正負術を用いてこれを計算する。

正負術にいう、(引き算では)同符号の2数は互いに引き、異符号の2数は互に加える。0から正を引けばこれを負とし、0から負を引けばこれを正とする。(足し算では)異符号は互いに引き、同符号は互に加える。0に正を加えればこれを正とし、0に負を加えればこれを負とする。

[14] [劉注] 置上禾二乗爲右行之上、中禾三乗爲中行之中、下禾四乗爲左行之下。所取一乗及實一斗各從其位。諸行相借取之物皆依此例。

訓読：上禾二乗を置いて右行の上と爲し、中禾三乗を中行の中と爲し、下禾四乗を左行の下と爲す。取る所の一乗及び^実一斗は各おの其位に従う。諸^{おおよ}そ⁽³³⁾ 行の相借りて取るの物は皆此の例に依る。

注：(33) 「諸」はおおよそ。法令の条文の先頭に置き、条文の始まりを示す語。『漢書』刑法志に「臣謹議請定律曰、諸當完者、完爲城但春」とある。

訳：上禾2束を右行の上に置き、中禾3束を中行の中に置き、下禾4束を左行の下に置く。取るところの1束と^実1斗はそれぞれの位に置く。おおよそ行で互いに借りたり取ったりする場合は、みなこの例に従う。

[15] [劉注] 今兩算得失相反、要令正負以名之。正算赤、負算黒。否則以邪正爲異。方程自

有赤黒相取、左右數相推求之術。而其并減之勢不得交通、故使赤黒相消奪之。於算或減或益、同行異位殊爲二品、各有并減之差見於下焉。著此二條、特繫之禾以成此二條之意。故赤黒相雜足以定上下之程、減益雖殊足以通左右之數、差實雖分足以應同異之率。然則其正・無入負之、負・無入正之、其率不妄也。

訓読：今兩算の得失⁽³⁴⁾相反すれば、正負をして以て之に名づけしむるを要す。正算は赤、負算は黒とす。否らずんば則ち正を邪にするを以て異と爲す⁽³⁵⁾。方程は自ら赤黒相取り、左右の數相推求するの術有り。而して其の并減の勢は交通するを得ず、故に赤黒をして之を相消奪せしむ。算に於いて或いは減じ、或いは益し、同行の異位は殊に二品⁽³⁶⁾と爲し、各おの并減の差有りて下に見ゆる。此の二條⁽³⁷⁾を著すに、特に之を禾に繋げて以て此の二條の意を成す。故に赤黒相雜りて、以て上下の程を定むるに足り、減益は殊ると雖も以て左右の數を通ずるに足り、差實は分かると雖も以て同異の率に應ずるに足る。然らば則ち其の「正・無入は之を負とし、負・無入は之を正とす」るも、其の率妄れざる也。

注：(34)「得失」はここでは増減を意味する。

(35)「以邪正爲異」については幾つかの説がある。ある説では普通に並べた算籌^{ちゅう}で正数、斜めに並べた算籌で負数を表すとする。別の説では、断面が正三角形の算籌で正数、断面が正方形の算籌で負数を表すとする。また宋元期には算籌の上に斜めの一算を置き、負数を表すとするものもある。最後の説は和算で用いられている表記と同じである。

(36)「二品」とは、二種類の算(赤算と黒算)を指す。

(37)「二條」とは、正負術のうち、引き算を表す「同名相除、異名相益。正・無入負之、負・無入正之」と足し算を表す「其異名相除、同名相益。正・無入正之、負・無入負之」を指す。

訳：今2種類の算(正・負)の増減は互いに相反するので、正負をもってこれに名づけねばならない。正算は赤、負算は黒とする。そうでない場合は正を斜にすることによって正負の違いとする。方程の術には赤・黒の算を互いに使って、左右の行の數を互いに推し求める術がある。その加減の計算はそのままでは互いに通い合わないの、赤・黒で互いを相殺させるのである。算においてはあるいは減じたり、あるいは足したりすると、同じ行の異なる位は二種だけになり、各々の加減した違い結果の差は、下位に現れる。この二條の原則を記し、特に禾の問題を用いてこの二條の意を表した。ゆえに赤黒が互いに混じりあい上下の割合を定めることができ、加減は異なるが左右の數を通じさせることができ、最下位の差の実(下実)は(正負が)異なっても同・

異符号の率に対応することができる。したがって「0から正の数を引くときはこれを負とし、0から負の数を引くときはこれを正とし」ても、その率は乱れることはない。

[16] [劉注] 此爲以赤除赤、以黒除黒。行求相減者、爲(法) [去]_[-]頭位也。然則頭位同名者當用此條、頭位異名者當用下條。

校訂：[一]大典本、楊輝本は「法」に作るが、李潢に従って「去」に改める。

訓読：此れ赤を以て赤を除き、黒を以て黒を除くと為す。行相減ずる者を求むるは、頭位を去るが為也。然らば則ち頭位の同名はこの條を用い、頭位の異名は下の條⁽³⁸⁾を用うべし。

注：(38)「下の條」とは、「異名相益」を指す。

訳：これは赤で赤を除き、黒で黒を除くことである。行から行を引くのは、最上位の数を消すためである。したがって最上位が同符号ならこの條を用い、最上位が異符号なら下の條を用いるべきである。

[17] [劉注] 益行減行當各以其類矣。其異名者、非其類也。非其類者、猶無對也。非所得減也。故亦用黒對則除黒、無對則除赤。赤黒并於本數、此爲相益之、皆所以爲消奪。消奪之與減益成一實也。術本取要必除行首、至於他位不嫌多少、故或令相減、或令相并、理無同異、一也。

訓読：行を益し行を減ずるは當に各おの其の類⁽³⁹⁾を以てすべし。其の異名は、其の類に非ざる也。其の類に非ざれば、猶お對⁽⁴⁰⁾無きがごとき也。得減する所に非ざる也。故に赤は黒の對を用いれば則ち黒を除き、對無くば則ち赤を除く⁽⁴¹⁾。赤黒を本數⁽⁴²⁾に并せ、此れ「之を相益す」⁽⁴³⁾と為す、皆な消奪を為す所以なり。之を消奪すると減益するは一實を成す也。術は本と要を取れば必ず行の首を除き、他位に至りては多少を嫌わず、故に或いは相減ぜしめ、或いは相并ぜしめ、理として同異無く、一也。

注：(39)「類」は同符号の数のこと。

(40)「對」とは減数と被減数の對をいう。

(41) 赤(正算)から黒(負算)を引く場合に、赤と黒の對を用意して計算すると、赤・黒が相殺されて結果的に赤が余る。例えば、赤(3)から黒(-2)を引くとき、赤と黒の對(2と-2)を用意して計算すると2つの-2が相殺されて

$$\begin{aligned} 3 - (-2) &= 3 + \{2 + (-2)\} - (-2) \\ &= 3 + 2 + (-2) - (-2) = 3 + 2 \end{aligned}$$

となり、結果的に赤(2)が残る。このことを「對無くば則ち赤を除く」といつている。

(42)「本数」とは、赤・黒を表わす算籌の本数のこと。絶対値に当たる。

(43)「之を相益す」は原文の「異名相益」を指す。

訳：行を増やしたり減らしたりする場合はそれぞれ同類のものを用いるべきである。もし異符号なら、それは同類ではない。同類でないものは、対がない。得たり減じたりすることができない。ゆえに赤が黒に対になっていれば赤で黒を除き、対になっていなければ赤を除く。赤・黒を算籌の本数で加え合わせるのが、これが「互いに益す」ということである。相殺を行うということである。この相殺と加減は同じ内容を表す。方程術の要点は必ず行の最上位を除くことにあり、他の行に至っては数の大小を厭わず、互いに引いたり、互いに加えたりしても、理においては差異がなく、同じことである。

[18] [劉注] 無入、爲無對也。無所得減、則使消奪者居位也。其當以列實或減下實、而行中正負雜者亦用此條。此條者同名減實、異名益實、正・無入負之、負・無入正之也。

訓読：無入は対無しと為すなり。減じ得る所無ければ、則ち消奪する者をして位に居らしむる也⁽⁴⁴⁾。其の當に列實⁽⁴⁵⁾を以て或いは下実を減じ、而して行中の正負雜る者は亦た此の條を用う。此の條は、同名は実を減じ、異名は実を益し、「正・無入は之を負とし、負・無入は之を正とする」也。

注：(44) 無入 (0) から負数を引く場合、

$$\begin{aligned} 0 - (-2) &= 0 + \{2 + (-2)\} - (-2) \\ &= 0 + 2 + (-2) - (-2) = 0 + 2 = 2 \end{aligned}$$

となり、結果的に符号を変えた正数として残る。これを「消奪する者をして位に居らしむる也」といつている。

(45)「列実」については注(23)を参照。

訳：0は対がない。減らすことができるものがなければ、相殺する減数を(符号を変えて)その位に置く。その列実で下実を引き、行中に正負の数が交じる場合はこの条を用いるのである。この条は、同符号は実を減じ、異符号は実を増し、「0から正数を引けばこれを負とし、0から負数を引けばこれを正とする」のである。

[19] [劉注] 此條「異名相除」爲例。故亦與上條互取。凡正負所以記其同異、使二品互相取而已矣。言負者未必負於少、言正者未必正於多。故每一行之中雖復赤黒異算無傷。然則可得使頭位常相與異名。此條之實兼通矣。遂以二條反覆一率、觀其每與上下互相取位、則隨算而言耳、猶一術也。又本設諸行欲因成數以相去耳。故其多少無限、令上下相命而已。若

以正負相減如數、有舊増法者每行可均之。不但數物左右之也。

訓読：此の條「異名は相除く」を例と為す。故に亦た上の條と互いを取る。凡そ正負の其の同異を記す所以は、二品⁽⁴⁶⁾をして互いに相取らしむるのみ。負を言う者は未だ必ずしも少に負ならず、正を言う者は未だ必ずしも多に正ならず。故に一行中毎に復た赤黒算を異にすと雖も、傷無し。然らば則ち頭位をして常に相異名を与えしむを得べし。此の條の実は兼ねて通ず。遂に二條を以て一率を反覆し、其の上下互いに相位を取る毎に觀れば、則ち算に隨いて言うのみ。猶お一術のごときなり。又た本と諸行を設くるは数を成すに因りて以て相去らんと欲するのみ⁽⁴⁷⁾。故に其の多少は限り無く、上下をして相命ぜしむるのみ。若し正負を以て相減ずること数の如くすれば、旧有りて法を増する者は毎行之を均かるべし。但だに數物之を左右するのみならず。

注：(46)「二品」は注(36)を参照。

(47)「又た本と諸行を設くるは」以下の部分については存疑とする。

訳：この條は「異符号は互いに除く」を例としている。ゆえに上の條と互いに正負が入れ替わったものを取りあっている。およそ正負とはその同異を表し、二種類のを互いに取りあっている。負というものは必ずしも小数において負なのではなく、正というものは必ずしも多数において正なのではない。ゆえに一行の中において赤・黒の算を入れ替えても、実害はない。そうならば、最上位をつねに異符号とすることができる。この條文の実質は上の條文と兼ね通じる。二つの條で同じ原則を反覆しても、上下の位を互いに取っているのを見れば、算に従っていっているだけであり、なお同一の術である。また諸行を設けているのは数を操作して、(行ごとに)引き算をして各位を消去するだけである。ゆえに行の多少に関係なく、上下の位(実・法)を命じる。もしくは正負術によって互いに引き算を行う。旧法があつて法を増すものは行ごとに均して扱ふことができる。ただ數物がこれを左右するのではない。

参考文献

- 1) 李繼閔『《九章算術》校註』(1993年9月)
- 2) 郭書春『匯校九章算術』(2004年8月)
- 3) 郭書春・劉鈍『算經十書』(遼寧教育出版社、1998年12月)、(九章出版社、2001年4月)
- 4) 川原秀城「劉徽註九章算術」(『中国天文学・数学集』所収、1980年11月)
- 5) 白尚恕『《九章算術》注釈』(1983年12月)
- 6) 沈康身『九章算術導讀』(1997年2月)
- 7) 李繼閔『《九章算術》及其劉徽注研究』(1992年8月)

- 8) 李繼閔『《九章算術》導読与訳注』(1998年9月)
- 9) 李籍『九章算術音義』(文淵閣四庫全書本及び四部叢刊本『九章算術』所収)
- 10) 「九章算術補註」(李儼『中算史論叢』(三)、1935年12月)
- 11) 楊輝『詳解九章算法』(宜稼堂叢書本)
- 12) 李潢『九章算術細草図説』(嘉慶庚辰(25年)語鴻堂刊本)
- 13) 清水達雄『九章算術』1～15(「数学セミナー」1975年2月号～1976年4月号)
- 14) 張家山漢簡『算数書』研究会編『漢簡『算数書』-中国最古の数学書-』(朋友書店、2006年10月)
- 15) Shen, Kang-Shen, Crossley, John N., Lun, Anthony W. C. 『The Nine Chapters on the Mathematical Art: Companion and Commentary』(Oxford Univ. Press, 1999年10月)
- 16) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(1)大阪産業大学論集 人文・社会科学編2号(2008年2月)
- 17) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(2)大阪産業大学論集 人文・社会科学編3号(2008年6月)
- 18) Chemla, Karine; Guo, Shuchun 『Les neuf chapitres, Le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires』(Dunod, 2004年第4四半期)
- 19) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(3)大阪産業大学論集 人文・社会科学編4号(2008年10月)
- 20) 大川俊隆『九章算術』訳注稿(4)大阪産業大学論集 人文・社会科学編5号(2009年2月)
- 21) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(5)大阪産業大学論集 人文・社会科学編6号(2009年6月)
- 22) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(6)大阪産業大学論集 人文・社会科学編7号(2009年10月)
- 23) 錢宝琮点校『九章算術点校』(北京中華書局刊『算經十書』所収、1963年10月)
- 24) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(7)大阪産業大学論集 人文・社会科学編8号(2010年2月)
- 25) 汪萊撰『校正九章算術及戴氏訂訛』(『衡齋遺書』所収)
- 26) 角谷常子、張替俊夫『九章算術』訳注稿(8)大阪産業大学論集 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 27) 田村誠、張替俊夫「新たに出現した二つの古算書—『数』と『算術』」大阪産業大学論集 人文・社会科学編9号(2010年6月)
- 28) 郭書春『九章算術訳注』(上海古籍出版社、2009年12月)
- 29) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(9)大阪産業大学論集 人文・社会科学編10号(2010年10月)
- 30) 田村誠、吉村昌之『九章算術』訳注稿(10)大阪産業大学論集 人文・社会科学編11

- 号 (2011年 2 月)
- 31) 田村誠、吉村昌之『九章算術』 訳注稿 (11) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編12号 (2011年 6 月)
- 32) 田村誠、吉村昌之『九章算術』 訳注稿 (12) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編13号 (2011年10月)
- 33) 朱漢民、陳松長主編『岳麓書院藏秦簡(貳)』(上海辭書出版社、2011年12月)
- 34) 小寺裕、武田時昌『九章算術』 訳注稿 (13) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編14号 (2012年 2 月)
- 35) 田村誠、武田時昌『九章算術』 訳注稿 (14) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編15号 (2012年 6 月)
- 36) 大川俊隆 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (1) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編16号 (2012年10月)
- 37) 田村誠 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (2) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編17号 (2013年 2 月)
- 38) 馬場理恵子、吉村昌之 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (3) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編18号 (2013年 6 月)
- 39) 角谷常子 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (4) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編19号 (2013年10月)
- 40) 小寺裕、張替俊夫 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (5) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編20号 (2014年 2 月)
- 41) 武田時昌 岳麓書院藏秦簡『数』 訳注稿 (6) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編21号 (2014年 6 月)
- 42) 小寺裕、武田時昌、張替俊夫『九章算術』 訳注稿 (15) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編22号 (2014年10月)
- 43) 郭書春『九章算術新校』(中国科学技術大学出版社、2013年12月)
- 44) 武田時昌、張替俊夫『九章算術』 訳注稿 (16) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年 2 月)
- 45) 大川俊隆『九章算術』 訳注稿 (17) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編23号 (2015年 2 月)
- 46) 吳朝陽『張家山漢簡《算数書》校証及相關研究』(江蘇人民出版社、2014年 5 月)
- 47) 大川俊隆『九章算術』 訳注稿 (18) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号 (2015年 6 月)

- 48) 角谷常子『九章算術』訳注稿(19) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編24号(2015年6月)
- 49) 角谷常子『九章算術』訳注稿(20) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号(2015年10月)
- 50) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(21) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編25号(2015年10月)
- 51) 馬場理恵子『九章算術』訳注稿(22) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編26号(2016年2月)
- 52) 吉村昌之『九章算術』訳注稿(23) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編27号(2016年6月)
- 53) 吉村昌之『九章算術』訳注稿(24) 大阪産業大学論集 人文・社会科学編28号(2016年10月)
- 54) 中国古算書研究会編『岳麓書院藏秦簡『数』訳注－秦漢出土古算書訳注叢書(2)－』(朋友書店、2016年11月)